

УДК 532.526 : 532.24

А. А. ПРИХОДЬКО, С. В. АЛЕКСЕЕНКО

*Днепропетровский национальный университет им. О. Гончара, Украина***ОБЛЕДЕНЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ ПОВЕРХНОСТЕЙ:  
МЕТОДИКА МОДЕЛИРОВАНИЯ НАРАСТАНИЯ ЛЬДА**

*На основании известных экспериментальных данных о поведении жидкости в процессе обледенения обтекаемой поверхности сформулированы основные предположения и допущения, принятые при описании процесса нарастания льда. Математическая модель обледенения аэродинамических поверхностей базируется на уравнениях неразрывности, сохранения количества движения и энергии. При реализации методики использовался метод контрольных объемов для каждого из элементов поверхности. Приведен алгоритм расчета нарастания льда с учетом режима обледенения и формы существования влаги на аэродинамической поверхности.*

**Ключевые слова:** *воздушно-капельный поток, выпадение влаги на обтекаемую поверхность, нарастание льда, обледенение аэродинамических поверхностей.*

**Введение**

Осаждение влаги на обтекаемую поверхность с ее последующим замерзанием является сложным процессом, сопровождающимся рядом слабо изученных явлений.

Поверхность раздела фаз не является плоской. Она «размыта» по объему, лед образуется в виде дендритов сложной формы [1], зарождающихся из центров кристаллизации, которые расположены, главным образом, на обтекаемой поверхности. При этом на поверхности ледяных образований находится промежуточный слой толщиной порядка 1 мкм, физические характеристики которого отличаются от макрохарактеристик льда и воды [2].

Кроме того, процессы, связанные с динамикой ледяных масс и протеканием фазовых превращений с участием льда, сопровождаются генерацией электромагнитного излучения в широком диапазоне частот [2, 3], что также может влиять на процессы ледообразования. Однако до настоящего времени в известных работах такое влияние не учитывалось.

Капельки, попадая на обтекаемую поверхность, деформируются, «сплющиваются», принимая форму своеобразных «блинчиков». При этом они могут распадаться на более мелкие капельки, разбрызгиваться, объединяться с соседними поверхностными каплями. После чего под действием поверхностного натяжения эти «блинчики» «подтягиваются», принимают полусферическую форму, которые в свою очередь могут объединяться в более крупные поверхностные капли. Этот процесс сопровождается относительно быстрым затвердеванием части объема влетающей переохлажденной воды, обуславливающим ее нагрев до температуры затвердевания и последующим (более медленным) процессом замер-

зания оставшейся жидкой части в результате конвекции, испарения воды, сублимации льда во внешний поток, а также теплопроводности льда, образовавшегося на аэродинамической поверхности, имеющей отрицательную температуру. Поверхностные капли, замерзая, остаются неподвижными либо растекаются, образуя неровности, впадины, в которых может оставаться незамерзшая вода.

При определенных условиях на аэродинамической поверхности может образовываться сплошная пленка воды [4], движущаяся под действием внешнего потока. Выпадающие переохлажденные капельки возмущают поверхность пленки, разбрызгиваются, внедряются вглубь жидкого слоя, образуя сложное поле распределения температуры и скорости по толщине слоя воды, еще более усложняя при этом форму фронта фазового перехода.

**1. Экспериментальные данные  
о процессе нарастания льда**

Известные экспериментальные данные о нарастающих ледяных образованиях на аэродинамических поверхностях [4] позволяют выделить и описать пять возможных характерных областей с четко определяемыми границами (рис. 1):

1. Так называемая «гладкая» зона, которая обычно расположена в области точки торможения. В этой зоне образуется стекловидный лед, покрытый сплошной пленкой воды, стекающей под действием внешнего потока.

2. «Шероховатая» зона. Вследствие резкого увеличения коэффициента теплообмена, происходящего из-за перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный, увеличивается доля замерзающей влаги. На поверхности уже находится не-

достаточное количество жидкости, чтобы образовать сплошную пленку; вода под действием сил поверхностного натяжения объединяется в крупные поверхностные капли, которые могут быть либо неподвижными, либо растекаться.

3. Зона «рогообразных наростов». При достаточном количестве воды на обтекаемой поверхности, а также за счет влаги, стекающей из «гладкой» зоны, элементы неровности в «шероховатой» зоне начинают выступать достаточно высоко над обтекаемой поверхностью, улавливая большее количество переохлажденных капелек. При этом, в свою очередь, увеличивается коэффициент теплообмена, неровности начинают быстро расти и превращаются в крупные рогообразные наросты. Как показали эксперименты [4], стекающая по поверхности вода срывается или разбрызгивается с этих отдельных элементов.

4. Зона «стекающей воды». При высоком водном содержании во время начального периода процесса обледенения поверхностная вода вначале стекает, затем останавливается в точке отрыва потока и замерзает в виде ручьев или объединившихся капель. Как только лед начинает формироваться выше по течению в «шероховатой» зоне вода в зону «стекающей воды» больше не поступает и образовавшаяся ледяная поверхность остается неизменной.

5. Зона «рыхлого льда». Иногда (при достаточно низкой температуре и относительно небольшой водности) влетающие переохлажденные капельки при взаимодействии с обтекаемой поверхностью могут замерзать практически сразу. В таком случае во всей зоне выпадения влаги или части обтекаемого тела образуется рыхлый лед.

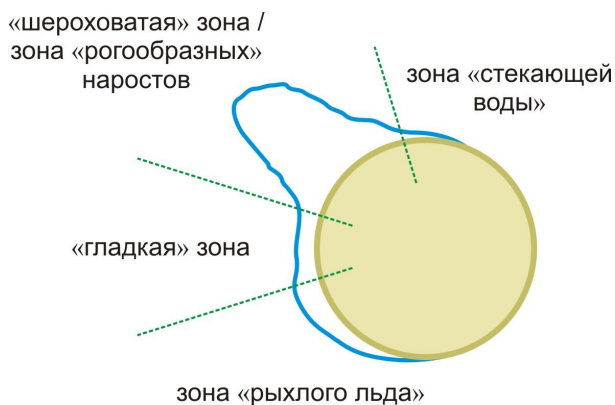


Рис. 1. Зоны обледенения

## 2. Основные предположения при описании процесса нарастания льда

Таким образом, на основании имеющихся экспериментальных данных о процессе нарастания льда

на аэродинамической поверхности, обтекаемой воздушно-капельным потоком, нужно учитывать следующие факты (рис. 2) [5]:

- замерзание выпавшей на обтекаемую поверхность переохлажденной жидкости происходит со стороны стенки, являющейся источником центров кристаллизации;

- выделяющаяся скрытая теплота фазового перехода поглощается главным образом переохлажденной жидкостью, внешним потоком вследствие конвективного теплообмена и испарения ( $q_1$ ), а также слоем льда и обтекаемой поверхностью посредством теплопроводности ( $q_2$ );

- наблюдаемая экспериментально картина осаждения влаги с ее последующим замерзанием позволяет сделать предположение, что, по-видимому, жидкость, обладая сложным распределением температуры, в верхнем слое пленки может находиться в переохлажденном состоянии и, таким образом, отводить тепло посредством конвекции и теплопроводности из зоны кристаллизации во внешний поток.

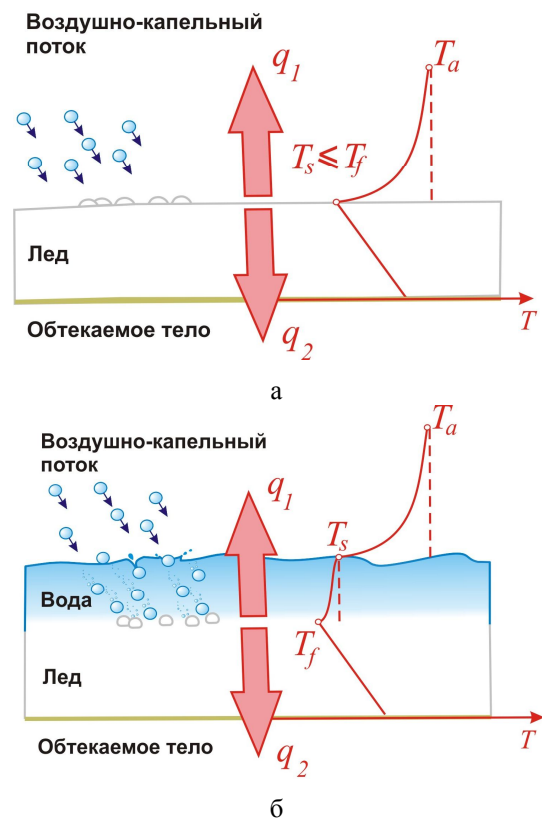


Рис. 2. Распределение температуры в зоне обледенения [5]: а – сухой режим, б – влажный режим нарастания льда;

$T_s$  – температура обтекаемой поверхности,

$T_f$  – температура фазового перехода,

$T_a$  – температура потока на внешней границе пограничного слоя

В рамках рассмотренной модели будем полагать, что затвердевание воды, содержащейся в поверхностной капле, осуществляется в пропорции, определяемой замерзшей долей  $f$ , главным образом зависящей от количества высвобождающейся скрытой теплоты фазового перехода, которая может быть поглощена внешним воздушным потоком, поверхностной жидкостью и льдом. Иногда этой доли недостаточно, чтобы жидкость, содержащаяся в поверхностной капле (либо в элементе водяной пленки) полностью замерзла до прибытия на то же место следующей переохлажденной капельки из внешнего потока. Тогда некоторое количество оставшейся незамерзшей воды может оказаться «запертой» внутри ледяной матрицы или растекаться под воздействием аэродинамических сил, образуя стекловидный лед. В этом случае нарастание льда осуществляется при температуре, близкой к температуре затвердевания воды при нормальном атмосферном давлении, которое незначительно изменяется с высотой. В случае если замерзшая доля достаточно велика, чтобы весь объем переохлажденной капли мог успевать затвердевать до прибытия следующей капельки из внешнего потока, образуя рыхлый лед, то средняя температура на ледяной поверхности оказывается ниже  $0^\circ \text{C}$ .

Также необходимо отметить, что в процессе нарастания льда на обтекаемой поверхности формируются неровности (шероховатость). Эта шероховатость влияет на развитие пограничного слоя, изменяя коэффициент теплообмена с окружающей средой, а также на коэффициент захвата и форму ледяных наростов.

### 3. Методология описания процесса нарастания льда

Численное моделирование процесса нарастания льда основано на методе, описывающем термодинамический процесс затвердевания переохлажденных капель воды, ударяющихся о неподвижный предмет. Процесс обледенения разделен на приращения по времени. Метод заключается в решении дифференциальных уравнений сохранения массы, энергии и импульса для каждого приращения по времени и для каждого элемента поверхности. Состояние влаги, находящейся в контрольном объеме, определяется на основе модели, описывающей рост капель воды на поверхности обтекаемого тела.

Моделирование нарастания льда, длящееся в среднем 5 – 10 минут, выполняется итерациями с приращениями по времени в условиях, определяемых параметрами атмосферы.

Математическая модель, описывающая движение переохлажденных капелек позволяет вычислить

поток выпадающей влаги, определив нормальную к обтекаемой поверхности скорость переохлажденных капелек и концентрацию их у поверхности. Затем на каждом шаге по времени на основе термодинамической модели нарастания льда для каждого контрольного объема определяется форма существования влаги, рассчитывается масса накопленного льда, толщина пленки воды, шероховатость поверхности и скорость движения воды на поверхности. При этом процесс моделирования нарастания льда можно разделить на макро- и микроуровни [6-8].

*Макроуровень включает:*

- моделирование движения воды по обтекаемой поверхности под воздействием внешнего потока;

- решение уравнений сохранения массы, энергии и количества движения для контрольного объема и определение массы образовавшегося льда;

- определение изменения геометрии обтекаемого тела вследствие накопления массы льда на каждом из элементов поверхности.

*Микроуровень включает:*

- моделирование распределения и роста капель на обтекаемой поверхности в области выпадения влаги;

- моделирование распределения и роста ручейков на обтекаемой поверхности вне области выпадения влаги;

- моделирование роста пленки воды на поверхности.

Математическая модель затвердевания на микроуровне необходима для того, чтобы охарактеризовать шероховатость обтекаемой поверхности, поток поверхностной воды и ее задержание во впадинах.

### 4. Термодинамика нарастания льда

Для описания термодинамических процессов фазовых превращений воды, выпавшей в виде переохлажденных капель на обтекаемую поверхность, воспользуемся моделью, предложенной в [9] и [10]. Уравнения баланса массы и энергии для контрольного объема можно получить на основе законов сохранения массы, энергии и количества движения для контрольного объема, расположенного на поверхности тела [6-13].

Необходимо отметить, что при составлении соотношений для контрольного объема были сделаны следующие основные допущения:

- физические превращения в пределах шага по времени происходят мгновенно;

- процессы гидродинамики в пределах временного шага считаются квазистационарными;

- теплопроводность льда считается пренебрежимо малой;

- замерзание жидкости в пленке происходит со стороны тела, имеющего температуру, равную температуре восстановления набегающего потока.

### Уравнение баланса массы

Рассмотрим контрольный объем (рис. 3), расположенный на поверхности обтекаемого тела. Контрольный объем, относящийся к первому шагу по времени, начинается на поверхности твердого тела, изначально свободного ото льда, и затем перемещается вместе с расчетной сеткой по мере увеличения толщины льда.

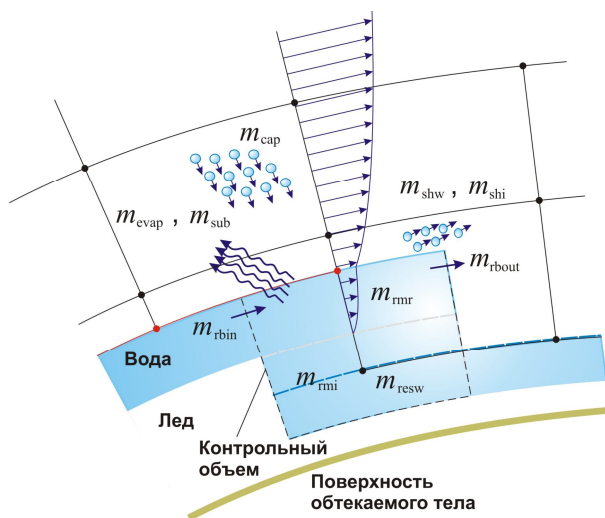


Рис. 3. Схема потоков массы в контрольном объеме

Масса входящей в контрольный объем воды за рассматриваемый промежуток времени состоит из суммы трех масс воды в жидком состоянии: массы влетающей воды из внешнего потока в виде переохлажденных капелек  $m_{cap}$ , массы втекающей воды из предыдущего контрольного объема  $m_{rbin}$  и массы оставшейся жидкой воды из предыдущего шага по времени  $m_{resw}$ :

$$m_{in} = m_{cap} + m_{rbin} + m_{resw} \quad (1)$$

Масса влетающей из внешнего потока воды — часть переохлажденных капелек воды, находящихся во внешнем потоке воздуха, которые ударяются о поверхность. В случае применения двухфазной модели:

$$m_{cap} = \rho_j U_{jn} \Delta b \Delta s \Delta t_{acc} \quad (2)$$

где  $\rho_j$  — объемная плотность массы частиц у поверхности тела,  $U_{jn}$  — нормальная к обтекаемой поверхности составляющая скорости второй фазы,  $\Delta b$ ,  $\Delta s$  — ширина и длина контрольного объема,  $\Delta t_{acc}$  — шаг по времени нарастания льда.

Масса втекающей воды  $m_{rbin}$  — часть массы жидкой воды  $m_{rbout}$  из предыдущего контрольного объема, обозначенного индексом  $i-1$ , которую вовлекает в текущий контрольный объем (обозначенный индексом  $i$ ) внешний поток:

$$m_{rbin(i)} = m_{rbout(i-1)} \quad (3)$$

Масса оставшейся воды равна массе остаточной жидкой воды  $m_{rmw}$ , рассчитываемой в контрольном объеме на предыдущем шаге по времени:

$$m_{resw}^t = m_{rmw}^{t-\Delta t} \quad (4)$$

С другой стороны, масса воды  $m_{in}$ , входящей в контрольный объем, расходуется на массу выбывающей воды  $m_{out}$ , массу остаточной воды  $m_{rmw}$  и массу остаточного льда  $m_{rmi}$ :

$$m_{in} = m_{out} + m_{rmw} + m_{rmi} \quad (5)$$

Масса выбывающей воды — масса воды в твердой фазе, в виде жидкости или пара, которая покидает контрольный объем. Она состоит из пяти составляющих: массы сублимированного льда  $m_{sub}$ , массы испарившейся воды  $m_{evap}$ , массы вытекающей жидкой воды  $m_{rbout}$ , массы вырванной потоком жидкой воды  $m_{shw}$  и массы вырванного потоком льда  $m_{shi}$ :

$$m_{out} = m_{sub} + m_{evap} + m_{rbout} + m_{shw} + m_{shi} \quad (6)$$

Масса сублимированного льда и масса испарившейся воды — части ледяной массы и массы жидкой воды, которые испаряются в воздух под воздействием перепада температур в пограничном слое. Масса вытекающей жидкой воды — часть массы жидкой воды, находящейся в контрольном объеме, которая переходит в следующий контрольный объем. Масса вырванной жидкой воды — часть массы жидкой воды, находящейся внутри контрольного объема, которая выбрасывается в воздух под действием касательных напряжений, вызванных набегающим потоком. Она может быть определена по числу Вебера, используя эмпирическое соотношение [12]. При наличии срыва потока, что определяется из расчета внешнего сжимаемого вязкого потока с применением модели турбулентности Спаларта-Алмараса, будем считать, что вся незамерзшая вода, вытекающая из предыдущего контрольного объема, разбрызгивается и уносится внешним потоком.

Масса вырванного льда — часть ледяной массы, находящейся в контрольном объеме, которая выброшена в воздух под действием аэродинамической силы [14].

### Уравнение теплового баланса.

Из уравнения сохранения энергии для контрольного объема можно получить уравнение теплового баланса, имеющее вид [6-8]:

$$Q_f + Q_{ss} + Q_{sub} + Q_{evap} + Q_{adh} + Q_{kin} + Q_{cd} + Q_{cv} + Q_{rad} = 0, \quad (7)$$

где  $Q_f$  – скрытая теплота затвердевания,  $Q_{sub}$  – скрытая теплота сублимации,  $Q_{evap}$  – скрытая теплота испарения,  $Q_{ss}$  – внутренняя теплота,  $Q_{cv}$  – теплообмен конвекцией,  $Q_{cd}$  – теплообмен проводимостью,  $Q_{rad}$  – теплообмен излучением,  $Q_{adh}$  – теплота аэродинамического нагрева,  $Q_{kin}$  – теплота кинетического нагрева.

Когда часть массы входящей в контрольный объем жидкой воды замерзает, высвобождается скрытая теплота затвердевания:

$$Q_f = L_f m_{ice}. \quad (8)$$

где  $m_{ice}$  – масса образовавшегося льда,  $L_f$  – удельная теплота затвердевания.

Внутренняя теплота  $Q_{ss}$ , высвобождающаяся при изменении энтальпии воды вследствие изменения ее температуры, является суммой пяти составляющих, характеризующих термодинамические изменения масс воды от ее первоначального до конечного состояния:

$$Q_{ss} = Q_{sscap} + Q_{ssrb} + Q_{ssresw} + Q_{ssw} + Q_{ssi}, \quad (9)$$

где  $Q_{sscap} = m_{cap} C_{pw} (T_d - T_f)$  – теплота воды, влетающей из внешнего потока,  $Q_{ssrb} = m_{rbin} C_{pw} (T_{rb} - T_f)$  – теплота воды, втекающей из предыдущего контрольного объема,  $Q_{ssresw} = m_{resw} C_{pw} (T_{rez} - T_f)$  – теплота жидкой воды, оставшейся из предыдущего шага по времени, рассчитанные до замерзания;  $Q_{ssw} = m_w C_{pw} (T_f - T_s)$  и  $Q_{ssi} = m_i C_{pi} (T_f - T_s)$  – теплота жидкой воды и льда, рассчитанные после замерзания, где  $T_f$  – температура затвердевания воды,  $T_d$  – температура переохлажденных капель воды,  $T_{rb}$  – температура воды, выходящей из предыдущего контрольного объема,  $T_s$  – температура поверхности предыдущего контрольного объема,  $T_{rez}$  – температура оставшейся жидкой воды.

Часть присутствующей в контрольном объеме ледяной массы сублимирует, при этом поглощается теплота:

$$Q_{sub} = -m_{sub} L_{sub}, \quad (10)$$

где  $m_{sub}$  – масса сублимированного льда,  $L_{sub}$  – удельная теплота сублимации.

Часть массы воды в жидкой фазе, присутствующей в контрольном объеме, испаряется, поглощая теплоту:

$$Q_{evap} = -m_{evap} L_{vap}, \quad (11)$$

где  $m_{evap}$  – масса испаренной воды,  $L_{vap}$  – удельная теплота испарения.

Конвективный теплообмен обусловлен потоком воздуха около обтекаемой поверхности, где поток и поверхность имеют различные температуры. Передача теплоты вынужденной конвекцией описывается законом Ньютона. Теплота конвекции  $Q_{cv}$  равна:

$$Q_{cv} = h_{cv} (T_{\infty} - T_s) (\Delta s \Delta b) \Delta t_{acc}, \quad (12)$$

где  $h_{cv}$  – коэффициент конвективного теплообмена,  $T_{\infty}$  – температура невозмущенного потока,  $T_s$  – температура поверхности.

Коэффициент конвективного теплообмена  $h_{cv}$  может быть найден несколькими способами [11]: с помощью корреляционных соотношений, из расчета пограничного слоя и решая уравнения Навье-Стокса для внешнего потока. Как и в большинстве существующих программных комплексов, в настоящей работе величина коэффициента конвективного теплообмена определялась с помощью корреляционных соотношений для шероховатой поверхности:

$$h_{cv} = \rho_e C_{pe} U_e St, \quad (13)$$

где  $St$  – число Стэнтона,  $U_e$  – скорость на границе пограничного слоя,  $\rho_e$  – плотность воздуха,  $C_{pe}$  – удельная теплоемкость.

В этом соотношении число  $St$ , учитывающее шероховатость поверхности, может быть определено по аналогии с работой [15] для ламинарного режима или [16] для турбулентного режима. Высота шероховатостей определялась в зависимости от состояния влаги на обтекаемой поверхности: в случае капель или ручейков – по высоте движения, в случае пленки – по числу Фруда. Для определения числа  $St$  используются эмпирические соотношения, учитывающие шероховатость поверхности. Поэтому вопрос влияния поверхностных неровностей на конвективный теплообмен и уточнение значения коэффициента теплоотдачи является предметом дальнейших исследований.

Теплота кинетического нагрева, порожденная трением воздуха о поверхность обтекаемого тела, называемая аэродинамической теплотой  $Q_{adh}$ , образуется внутри пограничного слоя при изменении температуры от  $T_{\infty}$  до средней температуры в пограничном слое, называемой температурой восстановления  $T_{rec}$ :

$$Q_{adh} = h_{cv} (T_{rec} - T_{\infty}) (\Delta b \Delta s) \Delta t_{acc}. \quad (14)$$

Кинетическая теплота  $Q_{kin}$  – это энергия, порожденная изменением скорости переохлажденных капель воды, ударяющихся о поверхность:

$$Q_{kin} = \frac{m_{cap} U_d^2}{2}, \quad (15)$$

где  $U_d$  – скорость капель воды, определенная из расчета внешнего потока.

В случае подогрева поверхности при работе антиобледенительной системы теплота может быть выражена как

$$Q_{cd} = h_{cd} (T_{rec} - T_s) (\Delta b \Delta s) \Delta t_{acc}, \quad (16)$$

где  $h_{cd}$  – коэффициент теплообмена, являющийся производной от нормального термического сопротивления. Он определен как отношение коэффициента теплопроводности льда  $k_i$  к эквивалентной толщине  $\delta_k$ :

$$h_{cd} = \frac{k_i}{\delta_k}. \quad (17)$$

Эквивалентная толщина проводимости  $\delta_k$  рассчитывается по коэффициенту температуропроводности льда  $\alpha_i$  и времени нарастания льда  $t_{acc}$ :

$$\delta_k = \sqrt{\pi \alpha_i t_{acc}}. \quad (18)$$

Коэффициенты теплообмена и температуропроводности – это величины, относящиеся к обтекаемому телу в начальный момент времени и ко льду для других приращений по времени.

Лучистой теплотой пренебрегаем, так как для самолета в полете она составляет менее 5% конвективной составляющей в тепловом балансе.

Относительный вклад различных величин в тепловом балансе показан на рис. 4 для типичных условий полета при наличии обледенения [17].



Рис. 4. Соотношение величин тепловых потоков для типичных условий обледенения [17]

Из графика видно, что нагрев, в основном, происходит за счет выделения скрытой теплоты фазового перехода и охлаждения, главным образом, посредством конвекции, испарения и/или сублимации и внутренней теплоты переохлажденных капелек

воды. Безразмерная координата  $s$  вдоль обтекаемой поверхности отсчитывается от линии торможения. Необходимо отметить, что внутренняя теплота вносит ощутимый вклад в случае, если температура набегающего потока (т. е. температура переохлажденных капелек) достаточно низка ( $\sim -30^\circ \text{C}$ ). Также видно, что коэффициент конвективного теплообмена играет наиболее существенную роль в области точки торможения, поскольку от него зависят конвективный тепловой поток и поток вследствие испарения и сублимации (60% отрицательных величин в тепловом балансе зависят от этого коэффициента).

## 5. Движение воды по обтекаемой поверхности

Для описания движения воды по обтекаемой поверхности использованы три модели [6-8]: модель капель, ручейков и пленки. В случае влажного и смешанного режимов нарастания льда в области точки торможения поверхность образующегося льда гладкая. Затем, по мере удаления от точки торможения, гладкая поверхность переходит в шероховатую, образованную неровностями в виде капель. На участки поверхности, расположенные вне зоны выпадения капелек, вода попадает растеканием, и неровности образуются ручейками.

Таким образом, модель пленки используется для описания поверхности гладкого льда, модель капель – для участков поверхности в зоне выпадения влаги за точкой перехода гладкой поверхности в шероховатую и модель ручейков – для участков поверхности, находящихся вне зоны выпадения капель после точки перехода. Использованный подход позволяет определить шероховатость поверхности и массу остаточной воды, основываясь на физическом процессе каждого состояния. Точка перехода между пленкой и каплями или ручейками находится сравнением толщины пленки с минимально возможной высотой, которую может иметь пленка, прежде чем поверхностная влага начнет собираться в капли под действием сил поверхностного натяжения [6-8].

Модель капель описывает общее поведение капель и оценивает их среднее количество, находящееся на элементе поверхности в каждый момент времени. Часть массы жидкой воды переохлажденной капли превращается в лед. Фазовый переход высвобождает скрытую теплоту затвердевания, разогревающую массу оставшейся жидкой воды в противовес, главным образом, потерям теплоты конвекцией и испарением (рис. 5). Эта модель была описана Louchez в 1998 г. [8].

Параметрами, используемыми для описания формы, растекания и характера распределения ка-

пель на поверхности обтекаемого тела являются: замерзшая доля, угол контакта и высота капель. Рост поверхностных капель начинается с попаданием первых переохлажденных капель на элемент обтекаемой поверхности (рис. 6). В течение нескольких микросекунд масса первоначального количества выпавшей переохлажденной воды частично замерзает, затем прибывают следующие капели, увеличивая объем капель, находящихся на обтекаемой поверхности и охлаждаемых конвекцией и испарением.



Рис. 5. Схема тепловых потоков при затвердевании капли воды на поверхности тела

Баланс между потерей теплоты, главным образом, конвекцией и испарением и высвобождающейся в процессе затвердевания скрытой теплотой, обуславливает скорость перемещения фронта фазового перехода. Будем считать, что выпадающий поток влаги поглощается каплей, окруженной сухой поверхностью. При этом капели перестают расти, если их высота становится равной некоторой максимальной высоте, называемой высотой движения.

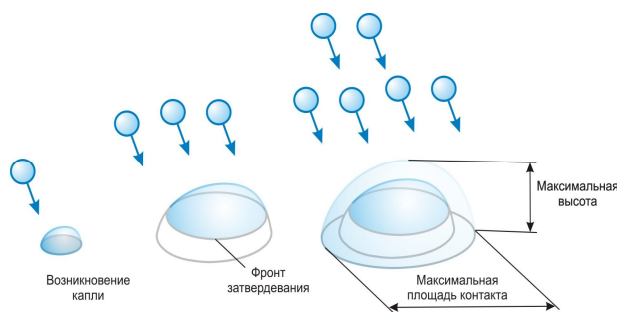


Рис. 6. Схема нарастания капли на обтекаемой поверхности

В случае влажного режима нарастания льда при достижении высоты движения одна часть капли будет замерзшей, а вторая, жидкая часть, придет в движение под действием аэродинамических сил. Если объем пространства между каплями будет дос-

таточен, то он частично, либо полностью заполнится жидкостью, если нет, то часть жидкости будет вытекать в следующий примыкающий контрольный объем.

Случай, когда капля перестает расти, полностью замерзая, соответствует сухому режиму. Маленькие капели осаждаются и, нагромождаясь одна на другую, случайным образом формируют более крупные ледяные образования [6]. Прилетающие новые переохлажденные капельки воды захватываются этими образованиями, которые в свою очередь начинают расти до достижения высоты движения. После чего капели уносятся с вершинок ледяных образований под действием аэродинамических сил, не успев замерзнуть, и попадают в сухие пространства между ледяными образованиями, и процесс роста возобновляется.

В использованной модели высота шероховатостей принимается равной высоте движения.

Масса остаточной жидкой воды. В сухом режиме нарастания считаем, что вся входящая вода превращается в лед, и массой остаточной жидкой воды пренебрегаем. Во влажном режиме, когда частично замороженные поверхностные капели достигнут высоты движения, оставшийся жидкий объем капели будет растекаться под действием аэродинамических сил, при этом часть этого жидкого объема останется запертой в существующих пространствах между частично замороженными каплями, а остаток продолжит растекаться [6]. Распределение между массой остаточной и массой вытекающей в соседний контрольный объем воды зависит от величины объема сухого пространства, задерживающего воду. Когда масса воды, необходимая для заполнения этого сухого пространства  $m_{adm}$  больше, чем масса жидкой воды, то масса остаточной воды  $m_{rmw}$  равна массе жидкой воды  $m_w$ . В противном случае,  $m_{rmw}$  равна массе воды, необходимой для заполнения сухого пространства между замерзшими каплями:

$$m_{rmw} = \begin{cases} m_{adm}, & m_{adm} < m_w, \\ m_w, & m_{adm} \geq m_w. \end{cases} \quad (19)$$

Масса воды, необходимая для заполнения объема сухого пространства, определяется, обобщая расчет для всех капель, единообразно распределенных по поверхности, считая, что капели достигают высоты движения.

Модель пленки [6-8]. Жидкость на поверхности обтекаемого тела существует в виде пленки, когда поверхностные капели становятся слишком крупными, и силы поверхностного натяжения уже не могут их удерживать. Диффузионные процессы осуществляются только испарением, поскольку жидкая вода полностью покрывает поверхность льда (рис. 7). Предполагается [4-13], что замерзание осуществля-

ется равномерно, фронт затвердевания начинается на поверхности тела и движется по направлению к поверхности воды; некоторое количество воды, входящей в контрольный объем, замерзает, а остальная вода вытекает в следующий контрольный объем.

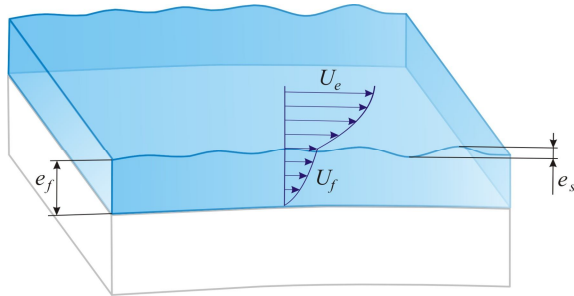


Рис. 7. Контрольный объем пленки воды

Высоту пленки можно определить, зная массу входящей жидкой воды в контрольный объем и среднюю скорость движения пленки. В остальной части пленки скорость определяется интегрированием по закону вязкости Ньютона, а именно: скорость в пленке меняется линейно по высоте пограничного слоя в зависимости от величины тангенциального напряжения.

Высота шероховатостей в случае существования пленки воды соответствует высоте волн, образующихся на поверхности пленки [18]. Эта высота может быть выражена в зависимости от толщины пленки воды и числа Фруда.

Модель ручейков [6-8] используется, когда толщина пленки оказывается меньше высоты движения и когда рассматриваемая часть обтекаемой поверхности находится вне зоны выпадения переохлажденных капелек, поскольку влага попадает в области вне зоны захвата под воздействием внешнего потока, когда капли сливаются, образуя ручейки.

Высоту ручейков принимают равной высоте капелек.

### 6. Начальные и граничные условия

В качестве начальных условий приняты параметры обтекания тела двухфазным потоком.

На бесконечности (Г1, рис. 8) задаются параметры набегающего потока:

$$\begin{aligned} u &= u_\infty, & \rho_j &= LWC, \\ v &= v_\infty, & c_j &= \lambda_v \cdot u_\infty, \\ p &= p_\infty, & v_j &= \lambda_v \cdot v_\infty, \\ T &= T_\infty, & T_j &= T_\infty / \lambda_T, \end{aligned} \quad (20)$$

где  $u_\infty, v_\infty, p_\infty$  и  $T_\infty$  – заданные значения компонент скорости, давления и температуры невозмущенной несущей среды.

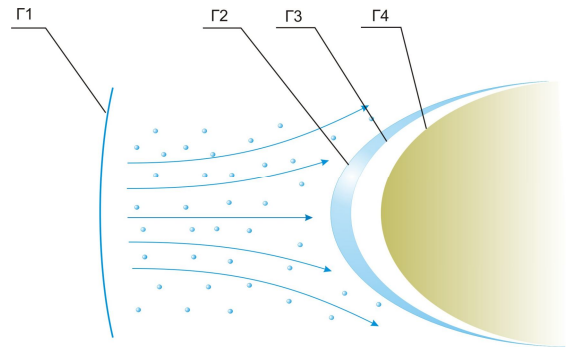


Рис. 8. Расчетная схема обледенения аэродинамического профиля

На границе набегающий поток – жидкая пленка (Г2, рис. 8) задаются условия равенства скоростей, нормальных и касательных напряжений:

$$\left( \mu \frac{\partial V_\tau}{\partial n} \right)_a = \left( \mu \frac{\partial V_\tau}{\partial n} \right)_w, \quad (21)$$

где индексы обозначают а – воздух, w – вода.

Давление на поверхности пленки (Г2) определяется в приближении пограничного слоя:

$$\frac{\partial p}{\partial n} = 0, \quad (22)$$

температура находится из равенства температур и тепловых потоков:

$$T_a = T_w, \quad \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_a = \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_w. \quad (23)$$

Производные по направлению нормали концентрации, скорости и температуры жидких капелек приняты равными нулю:

$$\frac{\partial \rho_j}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial u_j}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial v_j}{\partial n} = 0, \quad \frac{\partial T_j}{\partial n} = 0.$$

На границе жидкая пленка – лед (Г3, рис. 8), имеющей температуру, равную температуре фазового перехода, задается условие Стефана:

$$\left[ \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_w - \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial n} \right)_i \right]_{S_t} = L \rho_i v_{iw}, \quad (24)$$

где  $L$  – скрытая теплота фазового перехода;  $\rho_i$  – плотность льда;  $v_{iw}$  – скорость движения фронта фазового перехода  $S_t$ ; w – вода; i – лед.

Для жидкой пленки на поверхности льда приняты условия прилипания:

$$u_w = 0, \quad v_w = 0.$$

Профиль (Г4, рис. 8) принимается термически тонким, тепловой поток полагается равным нулю:

$$\frac{\partial T}{\partial n} = 0. \quad (25)$$



## 7. Алгоритм расчета нарастания льда

### 1. Баланс массы

Из соотношений (1–6) определяется часть массы жидкой воды, вытекающей в соседний контрольный объем  $m_{rbout}$  в течение времени  $\Delta t_{acc}$ :

$$m_{rbout} = (m_{cap} + m_{rbin} - m_{evap} - m_{shw})(1-f),$$

а также масса льда, образующегося в течение времени  $\Delta t_{acc}$  и оставшегося в контрольном объеме:

$$m_{rmi} = (m_{cap} + m_{rbin} - m_{sub} - m_{shi})f.$$

### 2. Тепловой баланс

С учетом уравнений (7–18) тепловой баланс имеет вид:

$$L_f m_{ice} + h_{cv}(T_{rec} - T_{\infty}) + \frac{m_{cap} U_d^2}{2} = -m_{cap} C_{pw}(T_d - T_f) + \\ + m_{sub} L_{sub} + m_{evap} L_{vap} - h_{cv}(T_{\infty} - T_s) - h_{cd}(T_{rec} - T_s).$$

### 3. Замерзшая доля

На основе массового и теплового балансов вычисляется замерзшая доля  $f$  воды, проходящей через контрольный объем за время  $\Delta t_{acc}$ :

$$f = (-m_{cap} C_{pw}(T_d - T_f) + m_{sub} L_{sub} + m_{evap} L_{vap} - h_{cv}(T_{\infty} - T_s) - \\ - h_{cd}(T_{rec} - T_s) - h_{cv}(T_{rec} - T_{\infty}) - \frac{m_{cap} U_d^2}{2}) / L_f (m_{cap} + m_{rbin}).$$

### 4. Режим течения

Режим течения воды по поверхности обтекаемого тела определяется значением  $f$ :

$f = 0$	$0 < f < 1$	$f = 1$
<b>жидкий режим</b>	<b>влажный режим</b>	<b>сухой режим</b>
лед не образуется, вода находится только в жидком состоянии, $T_s > 0$ ;	образуется прозрачный гладкий, стекловидный лед, покрытый слоем воды, $T_s = 0$ ;	образуется пористый лед белого цвета, без жидкой составляющей, $T_s < 0$ .

### 5. Высота движения $e_b$

Рассчитываем высоту движения  $e_{bmax}$ . Предположив, что влага на поверхности существует в виде пленки, определяем толщину такой пленки [6-8]:

$$e_f = \left( \frac{\mu_w}{\rho_w} \frac{4m_{in}}{\Delta b \rho_a C_f U_e^2 \Delta t_{acc}} \right)^{1/2}.$$

Минимальная высота, которую может иметь пленка жидкости, прежде чем жидкость примет форму ручейков или капель, составляет:

$$e_{fmin} = \left( \frac{\theta_c - \sin \theta_c \cos \theta_c}{2 \sin \theta_c} \right)^{1/2} e_{bmax},$$

где  $\theta_c$  – угол контакта капли.

Сравнивая  $e_f$  с  $e_{fmin}$  выясняем состояние влаги в каждом контрольном объеме и величину шероховатости поверхности обтекаемого тела  $e_s$ :

$$e_s = e_{bmax} \text{ для капель, } e_s = e_f = e_{bmax} \text{ для ручейков,}$$

$$e_s = \frac{3}{2} e_f \left( 1 - \frac{8}{9} (1 - Fr^2) - 1 \right)^{1/2} \approx \frac{3}{2} e_f Fr \text{ для пленки, где } Fr \text{ – число Фруда.}$$

Возвращаемся к п.1 с учетом состояния влаги на обтекаемой поверхности и шероховатости поверхности  $e_s$ .

**6. Состояние выпавшей влаги** (толщина слоя льда  $h_{ice}$ , образовавшегося на текущем временном шаге)

жидкий режим		влажный режим		сухой режим
$e_f \leq e_{f\ min}$	$e_f > e_{f\ min}$	$e_f \leq e_{f\ min}$	$e_f > e_{f\ min}$	$e_{b\ max}$ определяет шероховатость поверхности
<b>капли</b> (в зоне выпадения)	<b>пленка</b> $e_f = 2 \sqrt{\frac{\mu_w}{\rho_w}}$	<b>капли</b> (в зоне выпадения)	<b>гладкий лед + пленка</b> $h_{ice} = \frac{\dot{m}_{rmi} \Delta t}{\rho_{ice}}$	<b>пористый лед</b> $h_{ice} = \frac{\dot{m}_{rmi} \Delta t}{\rho_{ice}}$
<b>ручейки</b> (вне зоны выпадения)	$\sqrt{\frac{\dot{m}_{in} \Delta s}{\rho_a C_f U_e^2}}$	<b>ручейки</b> (вне зоны выпадения)	$e_f = 2 \sqrt{\frac{\mu_w}{\rho_w}}$ $\sqrt{\frac{\dot{m}_{rbout} \Delta s}{\rho_a C_f U_e^2}}$	

**7. Значение скорости на поверхности обтекаемого тела (U)**

$U = 0$	$U = 2U_f = \frac{1}{2} \frac{\tau_w}{\mu_w} e_f$	$U = 0$	$U = 2U_f = \frac{1}{2} \frac{\tau_w}{\mu_w} e_f$	$U = 0$
---------	---	---------	---	---------

Плотность льда  $\rho_{ice}$  определяется в зависимости от температуры поверхности  $T_s$ . Во влажном режиме температуру поверхности считаем равной  $0^\circ C$  и плотность гладкого льда принимаем равной  $917 \text{ кг/м}^3$ . В сухом режиме, температура поверхности ниже температуры затвердевания, плотность вычисляется по эмпирической формуле, предложенной Laforte и др. [54]:

$$\rho_{ice} = 917 \cdot \left( \frac{X}{X+1,3} \right)^2,$$

где коэффициент Masklin  $X$  – размерное число, которое зависит от среднеарифметического диаметра переохлажденных капель воды  $d_d$ , мкм, скорости невозмущенного потока  $U_\infty$ , м/с, температур поверхности  $T_s$  и затвердевания  $T_f$ ,  $^\circ K$ :

$$X = \frac{d_d}{2} \cdot \frac{U_\infty}{T_f - T_s}, \quad T_f > T_s.$$

**Выводы**

Проанализированы экспериментальные данные о процессе нарастания льда, а также особенности структуры льда, присущие характерным зонам вдоль обтекаемой поверхности. На основании проведенного анализа сформулированы основные предположения, принимаемые при описании процесса обледенения.

Рассмотрена методика расчета нарастания льда, учитывающая особенности условий полета в неблагоприятных метеорологических условиях.

В предложенной методике расчета была использована модель, учитывающая режим обледенения, агрегатное состояние, а также форму, которую влага может принимать на обтекаемой поверхности: капли, ручейки либо пленка.

Преимущества использованного подхода позволяют определить величину шероховатости поверхности, основываясь на физическом процессе каждого состояния, и, таким образом, более точно рассчитывать составляющие теплового баланса. Однако, такой подход все равно позволяет получить лишь «сглаженную» форму наростов, используя осредненные характеристики процесса нарастания льда без учета микроскопических величин.

**Литература**

1. Workman, E. Y. *Electrical phenomena occurring during the freezing of dilute aqueous solutions and their possible relationship to thunderstorm electricity [Text]* / E. Y. Workman, S. E. Reynolds // *Phys. Rev.*, 1950. – Vol. 78. № 3. – P. 254—259.
2. Шибков, А. А. *Собственное электромагнитное излучение растущего льда [Текст]* / А. А. Шибков, М. А. Желтов, А. А. Королев // *Природа*. – 2000. – №9. – С. 1–11.
3. Маэно, Н. *Наука о льде [Текст]* / Н. Маэно. – М.: Мир, 1988. – 231 с.
4. *Modelling of surface roughness effects on glaze ice accretion [Text]* / R. J. Hansman, K. Yagamuchi, B. Berkowitz [at all] // *Thermophysics*. – 1991. – V. 5. – P. 54 – 60.

5. Launiainen, J. Icing on a non-rotating cylinder under conditions of high liquid water content in the air: II. Heat transfer and rate of ice growth [Text] / J. Launiainen, M. Lyyra // *J. of Glaciology*. – 1986. – Vol. 32, № 110. – P. 12 – 19.

6. Fortin, G. Prediction of Ice Shapes on NASA0012 2D Airfoil [Text] / G. Fortin, J. Laforte, A. Beisswenger // *Anti-Icing Materials International Laboratory, Universite du Quebec a Chicoutimi*. – 2003. – № 01. – P. 2154.

7. A new roughness computation method and geometric accretion model for airfoil icing [Text] / G. Fortin, A. Ilincă, J.-L. Laforte [at all] // *J. of Aircraft*. – 2004. – Vol. 41, № 1. – P. 119 – 127.

8. Beads and rivulets modeling in ice accretion on a wing [Text] / P. Louchez, G. Fortin, G. Mingione [at all] // *36th Aerospace Sciences Meeting & Exhibit, American Institute of Aeronautics and Astronautics*. – Reno, Nevada, 1998. – P. 10.

9. Messinger, B. L. Equilibrium temperature of an unheated icing surface as a function of airspeed [Text] / B. L. Messinger // *J. of the Aeron. Sciences*. – 1953. – Vol. 20, № 1. – P. 29 – 42.

10. Lozowski, F. H. The icing of an unheated non-rotating cylinder in liquid water droplet-ice crystal clouds [Text] / F. H. Lozowski, J. R. Stallabras, P. F. Hearty // *National Research Council (NRC). Laboratory report LTR-LT-96*. – 1979. – 66 p.

11. Ice Accretion Simulation [Text] // *AGARD-AR-344*. – 1997. – 280 p.

12. Wright, W. B. Users Manual for the Improved NASA Lewis Ice Accretion Code LEWICE 1.6 [Text] / W. B. Wright // *National Aeronautical and Space Administration (NASA), Contractor Report*. – May 1995. – 95 p.

13. Рекомендательный циркуляр РЦ-АП33.68, 33.77. – Определение соответствия двигателя требованиям АП-33 по работоспособности в условиях обледенения и при попадании в двигатель льда [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://nw-normativ.ru/document/12704>. – 2.05.2015.

14. Ludlam, F. H. The heat economy of a rimed cylinder [Text] / F. H. Ludlam // *Quarterly J. of the Royal Meteorological Society*. – 1951. – Vol. 77, № 1. – P. 663–666.

15. Kreith, F. Basic heat transfer [Text] / F. Kreith, W. Z. Black // *Harper & Row, Publishers, Inc. New York, 1980*. – 512 p.

16. White F. M. Viscous fluid flow [Text] / F. M. White // *Mechanical Engineering. Second Edition, McGrawHill, 1991*. – 614 p.

17. Guffond, D. Prediction of ice accretion: comparison between the 2D and 3D codes [Text] / D. Guffond, T. Hedde // *La Recherche Aerospaciale*. – 1994. – № 2. – P. 103 – 115.

18. Gerhart, P. M. Fundamentals of fluid mechanics [Text] / P. M. Gerhart, R. J. Gross, J. I. Hochstein // *Second Edition, Addison-Wesley Publishing Company*. – 1992. – P. 845 – 847.

Поступила в редакцию 17.05.2015, рассмотрена на редколлегии 19.06.2015

**Рецензент:** д-р техн. наук, проф., зав. каф. теплотехники В. А. Габринец, Днепрпетровский национальный университет железнодорожного транспорта, Днепрпетровск.

### ОБМЕРЗАННЯ АЕРОДИНАМІЧНИХ ПОВЕРХОНЬ: МЕТОДИКА МОДЕЛЮВАННЯ НАРОСТАННЯ КРИГИ

*О. А. Приходько, С. В. Алексеєнко*

На підставі відомих експериментальних даних про поведінку рідини в процесі обмерзання обтічної поверхні було сформульовано основні припущення, які були прийняті при описанні процесу наростання криги. Математична модель обмерзання аеродинамічних поверхонь базується на рівняннях нерозривності, збереження кількості руху та енергії. При реалізації методики використовувався метод контрольних об'ємів для кожного з елементів поверхні. Наведено алгоритм розрахунку процесу наростання криги з урахуванням режиму обмерзання і форми існування вологи на аеродинамічній поверхні.

**Ключові слова:** повітряно-крапельний потік, випадіння вологи на обтічну поверхню, обмерзання аеродинамічних поверхонь.

### ICING OF AIRFOILS: METHODOLOGY OF ICE ACCRETION

*O. A. Prykhodko, S. V. Alekseyenko*

On the basis of known experimental data the main suppositions and assumptions about the behavior of unfrozen liquid during the process of streamlined surface icing were formulated. The mathematical model of airfoils icing is based on mass balance, heat balance and equation of the momentum. During realization of methodology the control volume method for each surface element was used. The algorithm of ice accretion calculation taking into account the icing regimes and the shapes of surface water was described.

**Keywords:** air-droplet flow, moisture precipitation on the streamlined surface, ice accretion, icing of the airfoils.

**Приходько Александр Анатольевич** – д-р физ.-мат. наук, проф., зав. каф. механотроники, Днепрпетровский национальный университет, Днепрпетровск, Украина, e-mail: raadr@mail.ru.

**Алексеєнко Сергей Викторович** – канд. техн. наук, доцент, доцент каф. механотроники, Днепрпетровский национальный университет, Днепрпетровск, Украина, e-mail: alexeyenko\_sv@ukr.net.