

УДК 621.45.01:681.05.015

С. В. ЕПИФАНОВ, К. С. ЕПИФАНОВ, Р. Л. ЗЕЛЕНСКИЙ

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского “ХАИ”, Украина

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПНЕВМАТИЧЕСКИХ ЕМКостей В ЗАДАЧАХ АНАЛИЗА ДИНАМИКИ ГАЗОТУРБИННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Рассмотрена задача рационального представления пневматических емкостей, из которых состоит проточная часть двигателя, упрощенными математическими моделями, которые могут быть интегрированы в состав математических моделей двигателя и силовой установки. Скорректированы полные ранее модели, соответствующие учету различных динамических факторов, характеризующих сохранение массы, энергии и импульса. Выполнено исследование этих моделей путем сравнения переходных характеристик, соответствующих изменению давления и температуры на входе в емкость, а также давления на выходе. Представлены рекомендации по учету динамики емкостей и методике их математического описания при моделировании ГТД.

Ключевые слова: математическая модель пневматической ёмкости, газотурбинный двигатель, переходный процесс, законы сохранения энергии, массы, импульса.

1. Формулирование проблемы

В настоящее время динамические математические модели являются необходимым элементом, используемым на различных этапах проектирования, доводки и эксплуатации авиационных газотурбинных двигателей (ГТД) и их систем автоматического управления (САУ) [1].

Известно, что основными динамическими факторами ГТД являются:

- инерционность роторов;
- инерционность пневматических емкостей элементов проточной части;
- запаздывание тепловыделения в основной и форсажной камерах сгорания;
- запаздывание, связанное с заполнением топливных коллекторов;
- тепловая инерционность элементов конструкции двигателя.

Значительная часть задач анализа переходных характеристик двигателей успешно решается с использованием моделей, основанных на учёте только первого из перечисленных факторов. Однако стремление повысить точность анализа, подкреплённое растущими возможностями вычислительной техники, приводит к желанию разработчиков моделей учесть как можно больше дополнительных факторов. При этом существенно увеличивается порядок рассматриваемых дифференциальных уравнений и уменьшается потребный шаг интегрирования, что снижает устойчивость системы уравнений и значительно усложняет вычисления. Наиболее полное освещение общей задачи моделирования пневмати-

ческих систем можно найти в работе [2]. Однако в ней приведено множество различных методических подходов, но нет прямых сравнений, позволяющих выработать рекомендации по их практическому использованию. Особенности моделирования проточной части ГТД в ней не рассмотрены.

В работах [1, 3-7] рассмотрено моделирование динамики газотурбинных двигателей с учетом пневматических емкостей. Емкости представляются одним элементом, для которого составляются дифференциальные уравнения баланса массы и энергии. Эти уравнения решаются совместно с уравнениями рабочего процесса двигателя и уравнениями динамики роторов. В некоторых из указанных работ учитывается только сохранение массы, что дает возможность моделировать изменение давления, а температура на выходе из емкости равна температуре на входе. Таким образом, в известных математических моделях ГТД используются следующие предположения:

- в некоторых моделях используется условие изотермичности емкости;
- не используются уравнения, соответствующие сохранению импульса;
- емкость представляется одномерной моделью, то есть одним элементом.

Исследования, необходимые для обоснования этих предположений, авторами указанных работ не приведены. Поэтому в работе [8] авторами данной статьи выполнено исследование влияния различных способов математического описания ёмкостей на характер переходных процессов, получаемых при моделировании, а также разработаны рекомендации

по учету динамики ёмкостей и методике их математического описания при моделировании ГТД.

Однако впоследствии была обнаружена неточность в уравнениях сохранения импульса (4) и (5), представляющих изменение расхода, которая могла повлиять на результаты моделирования, выводы и рекомендации. В связи с этим в данной работе внесены необходимые изменения в уравнения сохранения импульса и уравнения расхода, выполнены соответствующие расчеты переходных характеристик и на основе их анализа уточнены рекомендации по моделированию емкостей проточной части ГТД.

2. Математическое описание пневматических ёмкостей проточной части ГТД

2.1. Базовые уравнения

В указанных выше моделях проточной части ГТД расчет ведется по параметрам, усредненным по радиусу и окружности. Поэтому будем рассматривать одномерное течение газа. Будем считать, что емкость имеет постоянную площадь поперечного сечения.

Как и в работах [1, 3-7], при описании состояния газа будем использовать давление и температуру торможения. Индексы, отличающие параметры торможения потока от статических параметров, будем опускать. Газ в емкости будем считать совершенным, для которого справедливо уравнение состояния $p = \rho RT$, где R - газовая постоянная, ρ - статическая плотность. Очевидно, такая связь между статической плотностью, а также давлением и температурой торможения может быть использована в области малых скоростей потока, при которых газодинамическая функция $\rho(\lambda) \approx 1$, что соответствует ограничению на число Маха $M < 0.4$.

Выделим контрольный объем (рис. 1) и запишем для него законы сохранения массы, энергии и импульса. Закон сохранения массы может быть представлен в виде

$$\frac{dm}{dt} = G_{вх} - G_{вых}, \quad (1)$$

где $G_{вх}$ и $G_{вых}$ - массовый расход на входе и из рассматриваемого объема;

m - масса газа в объеме;

p, T - давление и температура газа;

L, F - длина и площадь поперечного сечения выделенного объема.

Используя уравнение состояния, выразим массу как $m = \rho V = \frac{p}{RT} LF$ и запишем уравнение со-

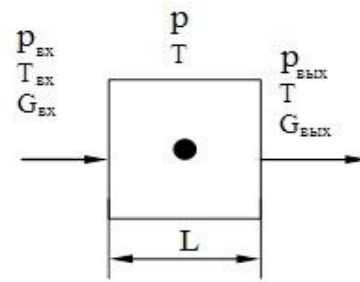


Рис. 1. Расчетная схема

хранения массы в следующем виде:

$$\frac{dm}{dt} = \frac{LF}{R} \left(\frac{1}{T} \frac{dp}{dt} - \frac{p}{T^2} \frac{dT}{dt} \right). \quad (2)$$

Закон сохранения полной внутренней энергии U для энергоизолированного потока:

$$\frac{dU}{dt} = i_{вх} G_{вх} - i_{вых} G_{вых},$$

где i - энтальпия торможения.

Выразив значение внутренней энергии с использованием уравнения состояния через давление, получим отражающее закон сохранения энергии дифференциальное уравнение для давления:

$$U = m C_v T = \frac{LFC_v}{R} p,$$

$$\frac{dU}{dt} = \frac{LFC_v}{R} \frac{dp}{dt},$$

$$\frac{dp}{dt} = \frac{kR}{LF} (T_{вх} G_{вх} - T G_{вых}). \quad (3)$$

Из (3) и (2) получим следующее дифференциальное уравнение для температуры:

$$\frac{dT}{dt} = \frac{RT^2}{pLF} \left[\left(k \frac{T_{вх}}{T} - 1 \right) G_{вх} - (k-1) G_{вых} \right]. \quad (4)$$

Связи между элементарными объемами описываются законом сохранения импульса, который с учетом формулы Дарси-Вейсбаха для потерь давления вследствие трения

$$\Delta p = \xi \frac{RT}{2pF^2} G^2$$

имеет следующий вид:

$$\frac{dG_{вх}}{dt} = \frac{2F}{L} (p_{вх} - p - \xi \frac{RT_{вх}}{2p_{вх} F^2} G_{вх}^2); \quad (5)$$

$$\frac{dG_{вых}}{dt} = \frac{2F}{L} (p - p_{вых} - \xi \frac{RT}{2p F^2} G_{вых}^2), \quad (6)$$

где $\xi = \zeta \frac{L}{2D}$ - коэффициент гидравлических потерь

половины длины емкости;

ζ - коэффициент сопротивления трения;

$D = \frac{4F}{\Pi}$ - гидравлический диаметр;

Π - периметр канала.

Уравнения (3) - (6) образуют замкнутую систему нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка, описывающих четыре параметра, характеризующих динамику емкости - p , T , $G_{\text{вх}}$, $G_{\text{вых}}$.

Как отмечено выше, процессы, протекающие в пневматической емкости проточной части, можно описывать с различной степенью точности.

В работе [3] учитывается лишь сохранение массы, а в выражении (2) производная от температуры предполагается пренебрежимо малой. В работе [4] закон сохранения энергии учитывается при выводе уравнений системы, однако в дальнейшем (стр. 68) ее рекомендуется исключить из расчетов в первом приближении. В работе [5] учитываются законы сохранения массы и энергии, однако в выражении (2) исключается производная от температуры. В работе [7] введено отличие параметров торможения от статических параметров, однако сохранение импульса не учитывается.

Принимая во внимание такое разнообразие подходов, необходимо выполнить их сравнительное исследование.

Будем в дальнейшем рассматривать три группы моделей.

Первая группа представляет изотермические модели. Указанное выше предположение о малости второго слагаемого в правой части уравнения (2) эквивалентно предположению об изотермическом характере процесса изменения параметров в емкости. Такая емкость не является энергоизолированной, так как для поддержания постоянства температуры необходим энергообмен с внешней средой. В реальных объемах двигателей такой энергообмен существует, например, теплообмен рабочего тела с конструкционными элементами. Однако характерное время процессов теплообмена на несколько порядков больше процессов накопления массы и энергии в объемах. Поэтому для моделирования емкостей изотермические модели не могут быть рекомендованы, и их анализ в данной работе выполнен не для их обоснования, а для определения погрешностей, которые связаны с их применением.

Вторая группа - модели, в которых рассматривается энергоизолированная емкость, описываемая уравнениями сохранения массы и энергии.

Третья группа - модели энергоизолированной емкости, учитывающие сохранение массы, энергии и импульса.

2.2. Модель 1.1 - изотермический объем без гидравлических потерь

В данном приближении $\xi=0$, $\frac{dT}{dt}=0$ (поэтому

$T=T_{\text{вх}}$).

Продифференцируем (3) и подставим производные от расходов, соответствующие $\xi=0$. Получим:

$$\tau_1^2 \frac{d^2 p}{dt^2} + p = \frac{1}{2}(\delta p_{\text{вх}} - \delta p_{\text{вых}}), \quad (7)$$

где $\tau_1 = \frac{1}{2} \tau_0$, $\tau_0 = \frac{L}{a_0}$ - время прохождения возмущения через емкость;

$a_0 = \sqrt{kRT}$ - скорость звука в емкости.

Таким образом, в данном случае емкость описывается одним линейным дифференциальным уравнением второго порядка, свойства решений которого при различных входных воздействиях определяются значением постоянной времени τ_1 .

2.3. Модель 1.2 - изотермический объем с учетом гидравлических потерь без учета сохранения импульса

Применив условие $\frac{dG_{\text{вх}}}{dt} = \frac{dG_{\text{вых}}}{dt} = 0$ к урав-

нениям (5) и (6), получим:

$$G_{\text{вх}} = F \sqrt{\frac{2p_{\text{вх}}(p_{\text{вх}} - p)}{\xi RT_{\text{вх}}}}; \quad G_{\text{вых}} = F \sqrt{\frac{2p(p - p_{\text{вых}})}{\xi RT}}. \quad (8)$$

Тогда уравнение (3) преобразуется к виду

$$\frac{dp}{dt} = \frac{k}{L} \sqrt{\frac{2RT}{\xi}} \left[\sqrt{p_{\text{вх}}(p_{\text{вх}} - p)} - \sqrt{p(p - p_{\text{вых}})} \right]. \quad (9)$$

Таким образом, в данном приближении емкость описывается нелинейным дифференциальным уравнением первого порядка.

2.4. Модель 1.3 - изотермический объем с учетом гидравлических потерь и сохранения импульса

Эта модель представляется сочетанием уравнения (3), записанного для условия $T = \text{const}$, и уравнений (5) и (6):

$$\begin{aligned} \frac{dp}{dt} &= \frac{kRT}{LF} (G_{\text{вх}} - G_{\text{вых}}); \\ \frac{dG_{\text{вх}}}{dt} &= \frac{2F}{L} (p_{\text{вх}} - p - \xi \frac{RT_{\text{вх}}}{2p_{\text{вх}} F^2} G_{\text{вх}}^2); \\ \frac{dG_{\text{вых}}}{dt} &= \frac{2F}{L} (p - p_{\text{вых}} - \xi \frac{RT}{2p F^2} G_{\text{вых}}^2). \end{aligned} \quad (10)$$

2.5. Модель 2.1, учитывающая аккумуляцию массы и энергии в объеме, но не учитывающая потери давления

Так как потери импульса не учитываются, $\frac{dG_{\text{ВХ}}}{dt} = \frac{dG_{\text{ВЫХ}}}{dt} = 0$. При отсутствии потерь давления из (5) и (6) следует, что $p = p_{\text{ВХ}} = p_{\text{ВЫХ}}$. Но тогда из (1) следует, что $\frac{dm}{dt} = 0$, и уравнение (4) преобразуется к виду

$$\frac{dT}{dt} = \frac{kRGT^2}{pLF} \left(\frac{T_{\text{ВХ}}}{T} - 1 \right). \quad (11)$$

2.6. Модель 2.2, учитывающая аккумуляцию массы и энергии, а также потери давления

Подставив (8) в (3) и (4), получим:

$$\frac{dp}{dt} = \frac{kT}{L} \sqrt{\frac{2R}{\xi}} \left[\sqrt{\frac{p_{\text{ВХ}}(p_{\text{ВХ}} - p)}{T_{\text{ВХ}}}} - \sqrt{\frac{p(p - p_{\text{ВЫХ}})}{T}} \right]; \quad (12)$$

$$\frac{dT}{dt} = \frac{T^2}{p} \frac{1}{L} \sqrt{\frac{2R}{\xi}} \left[\left(k \frac{T_{\text{ВХ}}}{T} - 1 \right) \sqrt{\frac{p_{\text{ВХ}}(p_{\text{ВХ}} - p)}{T_{\text{ВХ}}}} - (k-1) \sqrt{\frac{p(p - p_{\text{ВЫХ}})}{T}} \right]. \quad (13)$$

2.7. Модель 3.1, учитывающая аккумуляцию массы и энергии, а также сохранение импульса, но не учитывающая потери давления

Эта модель состоит из уравнений (3) и (4), а также уравнений (5) и (6), записанных при условии $\xi=0$:

$$\frac{dG_{\text{ВХ}}}{dt} = \frac{2F}{L} (p_{\text{ВХ}} - p); \quad (14)$$

$$\frac{dG_{\text{ВЫХ}}}{dt} = \frac{2F}{L} (p - p_{\text{ВЫХ}}). \quad (15)$$

Данная модель не может быть использована для моделирования емкостей в составе ГТД, так как в ней заложено противоречие, которое можно проиллюстрировать следующим примером. В условиях отсутствия потерь давления на исходном установившемся режиме $p = p_{\text{ВХ}} = p_{\text{ВЫХ}}$. При изменении давления на входе возникнет разность давлений, приводящая, согласно формулам (14) и (15), к изменению расхода. Это изменение прекратится только в случае, если давления снова станут равными, однако это невозможно, так как давление на входе изменилось, а давление на выходе осталось равным исходному значению.

Однако мы включили эту модель в состав ана-

лизируемых, так как она может быть применена в автономном режиме и использована для оценки динамических характеристик емкости.

2.8. Модель 3.2, учитывающая аккумуляцию массы и энергии, а также сохранение импульса и потери давления

Как указано выше, данная модель является наиболее полной и основана на решении уравнений (3) - (6).

3. Результаты моделирования

Как и в работе [8], для сравнительного анализа рассматриваемых моделей была рассмотрена емкость с геометрическими параметрами $L=1$ м и $F=1$ м², расположенная между двумя бесконечно большими объемами с параметрами $p_{\text{ВХ}} = 300$ кПа, $p_{\text{ВЫХ}} = 150$ кПа, $T_{\text{ВХ}} = T_{\text{ВЫХ}} = 300$ К. Вначале она была представлена в виде одного блока. Результаты моделирования параметров по шести описанным выше моделям приведены на рис. 2 (возмущающий фактор - давление на входе, $\Delta p = 10$ кПа) и на рис. 3 (возмущающий фактор - температура на входе в ёмкость, $\Delta T = 50$ К). Влияние метода и шага интегрирования на результаты было исключено путем сравнения результатов, полученных с помощью пяти различных методов при различных значениях шага.

Очевидно, наиболее точной является модель 3.2, поэтому качество остальных моделей может быть оценено путем сравнения соответствующих результатов моделирования с результатами, полученными с помощью модели 3.2.

Как видно из графиков, модель 1.1 представляет реакцию емкости на скачкообразное изменение давления на входе как незатухающие колебания с постоянной амплитудой. Это определяется видом уравнения (7), которое представляет консервативное звено [9]. Данная модель не может быть использована для моделирования емкости в составе двигателя. Однако она достаточно хорошо воспроизводит частоту колебаний параметров, и поэтому может быть использована для оценки собственной частоты емкости.

Модели 1.2 и 2.2 при моделировании давления дают практически одинаковый результат. Переходный процесс имеет аperiодический характер, характерное время очень мало (порядка 0,002 с) – значительно меньше времени переходного процесса, описываемого моделью при моделировании температуры модели 2.1 и 2.2 дают практически одинаковый результат (однако, как указано выше, модель 2.1 не обеспечивает моделирование давления).

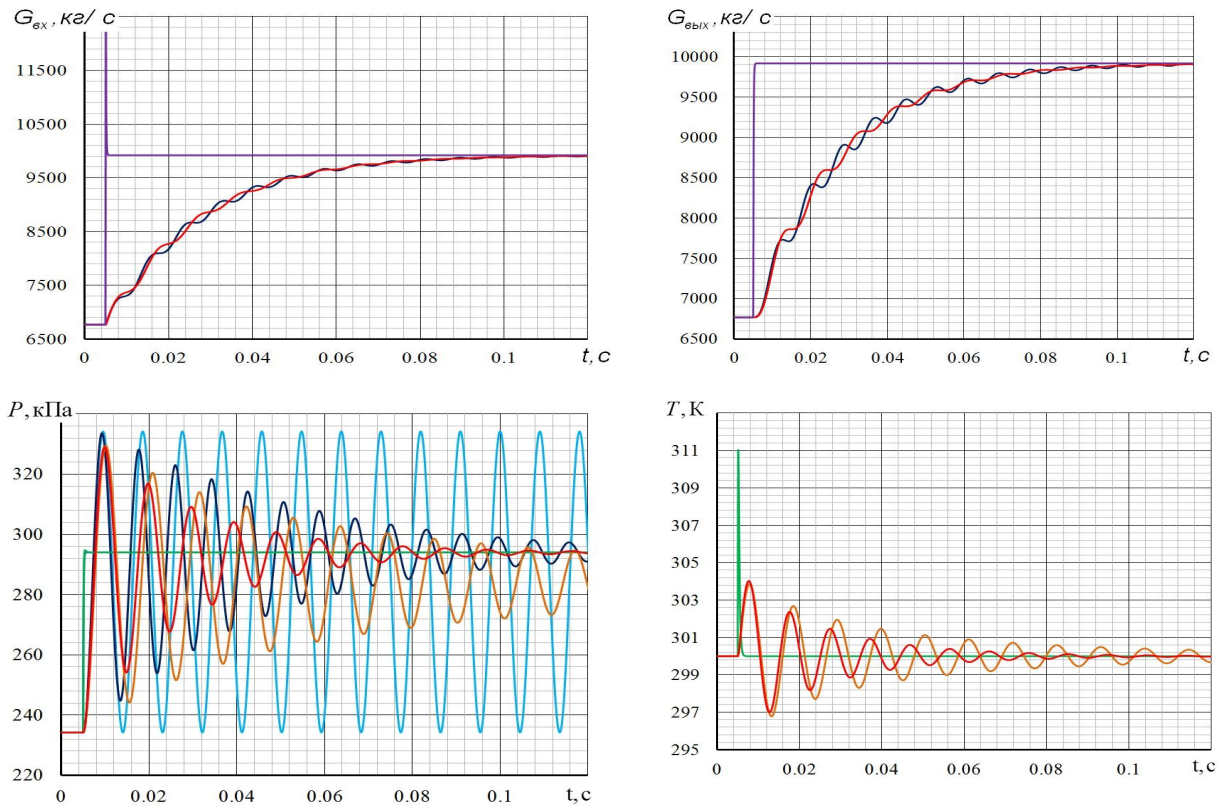


Рис. 2. Изменение параметров пневматической емкости при воздействии по $p_{вх}$ (одноемкостная модель):
 — модель 1.1; — модель 1.2; — модель 1.3; — модель 2.2; — модель 3.1; — модель 3.2

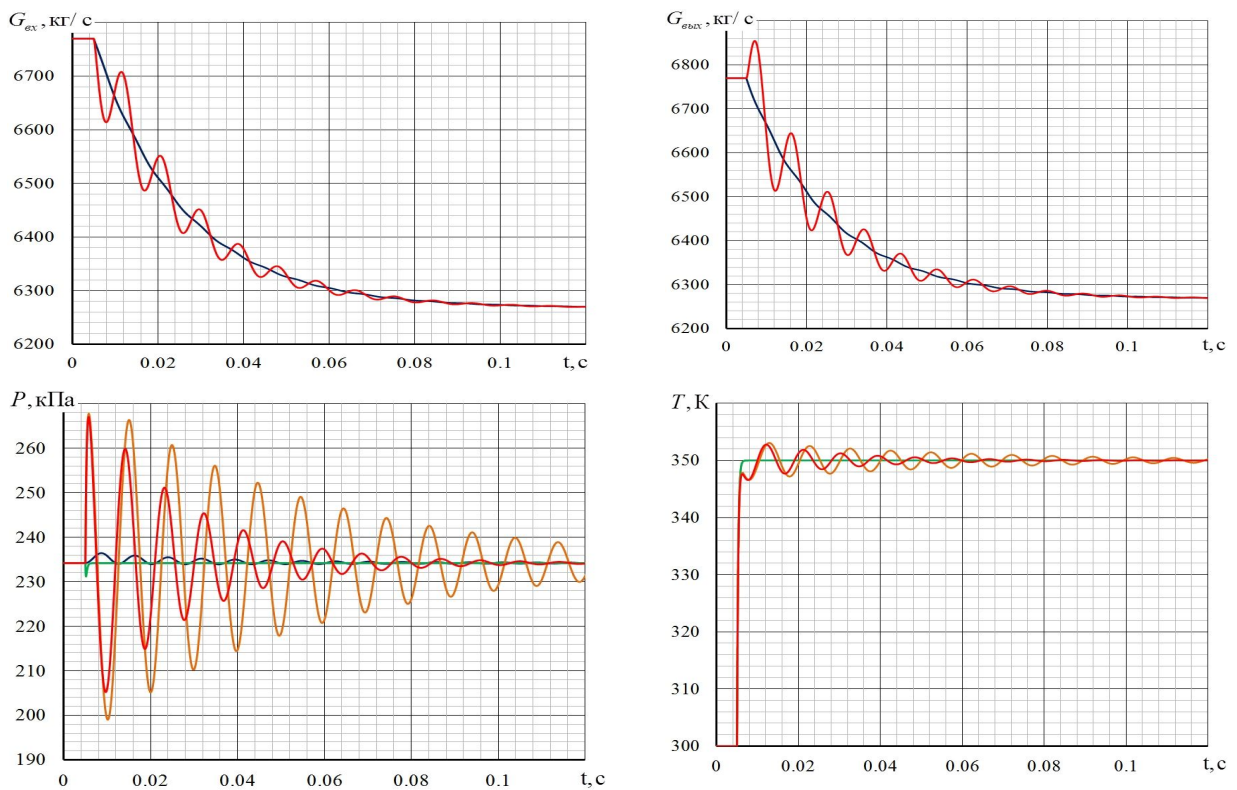


Рис. 3. Изменение параметров пневматической емкости при воздействии по $T_{вх}$ (одноемкостная модель):
 — модель 1.3; — модель 2.2; — модель 3.1; — модель 3.2

Значения давления, соответствующие окончанию переходного процесса при воздействии по давлению на входе, полученные с использованием моделей 1.2, 1.3, 2.2 и 3.2, совпадают. Модель 3.1 дает другое значение этого давления (равное среднему между давлением на входе и давлением на выходе из емкости). Это объясняется тем, что модели 1.2, 1.3, 2.2 и 3.2, в отличие от модели 3.1, учитывают гидравлические потери.

Модели 1.3, 3.1 и 3.2 отражают характер переходных процессов в емкости, который определяется затухающими колебаниями. Очевидно, это связано с тем, что эти модели учитывают закон сохранения импульса. Полученные частоты колебаний близки между собой, поэтому все эти модели могут быть использованы для оценки частотных характеристик емкости. Модель 1.3 дает несколько заниженное значение частоты, а модель 1.3 – еще более низкое значение частоты по сравнению с моделью 3.2.

Время затухания колебаний, обеспечиваемое моделями 1.3 и 3.1, больше (для рассмотренного

примера моделью 1.3 – в два раза, а моделью 3.1 – в 5 раз), чем моделью 3.2.

Рассмотрим влияние дискретизации объема на значения рассчитываемых параметров. Используем наиболее полную модель 3.2. Разобьем объем на 3 и на 5 частей, сохраняя площадь поперечного сечения неизменной. Значение коэффициента потерь давления ξ для каждого блока выберем так, чтобы суммарные потери по всей длине были равны потере давления при описании емкости одним блоком.

Результаты расчета представлены на рис. 4 и 5.

Как видно из графиков, при более детальном описании характер переходного процесса не изменяется – он остается колебательным затухающим. Количество блоков слабо влияет на основную частоту колебаний. Амплитуда колебаний у одноблоковой модели меньше чем у трехблоковой (в рассмотренном примере – на 20%). Амплитуда, частота и время переходного процесса для моделей, описанных тремя и пятью блоками, отличаются незначительно.

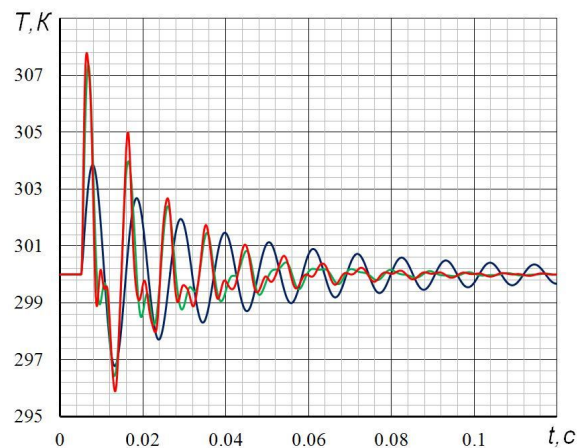
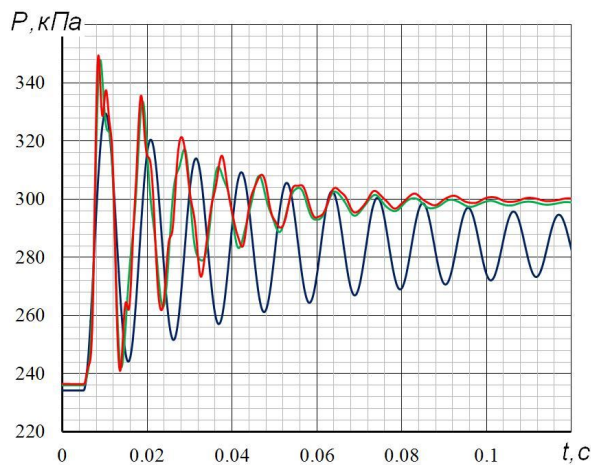


Рис. 4. Изменение параметров в центре пневматической емкости при изменении $P_{вх}$ при описании модели одним (—), тремя (—) и пятью (—) блоками

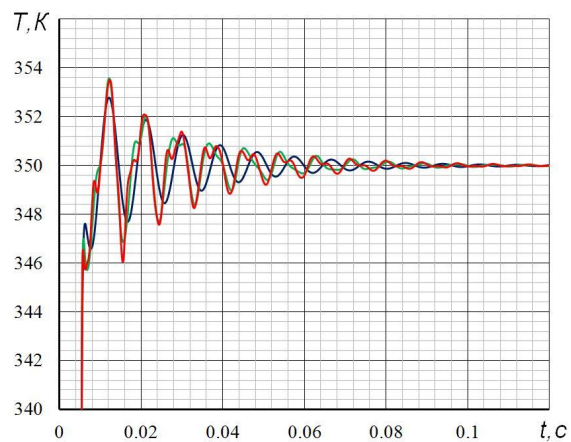
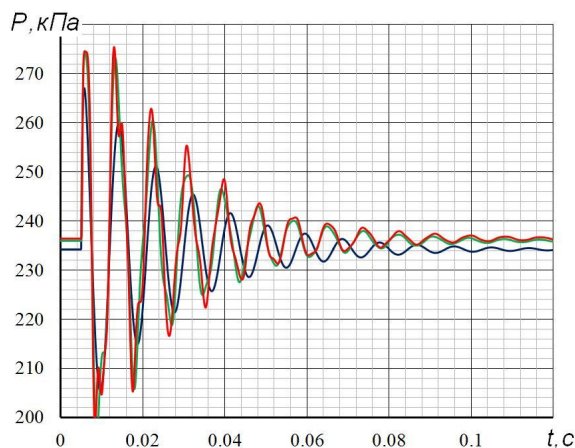


Рис. 5. Изменение параметров в центре пневматической емкости при изменении $T_{вх}$ при описании модели одним (—), тремя (—) и пятью (—) блоками

Заключение

По результатам проведенных исследований можно сделать следующие выводы:

1. Учет закона сохранения импульса вносит существенный вклад в характер переходных процессов, поэтому при моделировании емкостей в составе ГТД им пренебрегать нельзя.

2. Изотермические модели емкости не соответствуют условиям в двигателях, поэтому их также нельзя применять в составе ГТД.

3. Представление емкостей проточной части ГТД одномассовым элементом – вполне допустимо. При моделировании присоединенных емкостей большого объема (например, кольцевых трубопроводов газоперекачивающих агрегатов или станций, или магистральных трубопроводов) необходимо специальное исследование с целью обоснования размерности модели.

4. Характерная частота колебаний f , Гц в емкости может быть оценена с помощью упрощенных моделей 1.2, 1.3 или 3.1, или же по значению постоянной времени τ_1 , входящей в уравнение (7):

$$f = \frac{1}{2\pi\tau_1}.$$

5. Полученное с помощью традиционно используемых при моделировании ГТД моделей 1.2 и 2.2 значение времени переходных процессов в канале длиной 1 м (0,005 с) существенно меньше времени переходных процессов, полученного с использованием моделей, учитывающих закон сохранения импульса. В рассмотренном примере оно составляет порядка 0,1 с и соизмеримо с характерным временем таких процессов как задержка тепловыделения в камере сгорания, заполнение топливных коллекторов и др. Поэтому в случае моделирования указанных факторов целесообразно включать в состав модели также и динамику емкостей.

6. При моделировании переходных характеристик двигателей, связанных с изменением частот вращения роторов, учитывать влияние емкостей нецелесообразно, так как эффекты, которые могут быть уточнены с использованием модели емкости (увеличение времени переходных процессов, забросы температур и др.) по своей абсолютной величине меньше методических погрешностей узловых динамических моделей ГТД.

7. При синтезе САУ может оказаться важным учесть влияние емкостей на частотные характеристики объекта управления и системы в целом. В этом случае по результатам данного исследования можно рекомендовать к использованию одностепенную модель типа 3.2, представленную дифференциальными уравнениями (3) - (6).

Литература

1. Синтез систем управления и диагностирования газотурбинных двигателей [Текст] : монография / С. В. Епифанов [и др.]. – К. : Техника, 1998. – 312 с.
2. Гликман, Б. Ф. Математические модели пневмогидравлических систем [Текст] / Б. Ф. Гликман. – М. : Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 368 с.
3. Котляра, И. В. Переходные процессы в газотурбинных установках [Текст] / Под ред. проф. И. В. Котляра. – Л. : Машиностроение, 1973. – 256 с.
4. Системы автоматического управления авиационными воздушно-реактивными силовыми установками [Текст] : учебник для студентов вузов / А. А. Шевяков. – М. : Машиностроение, 1992 – 432 с.
5. Добрянский, Г. В. Динамика авиационных ГТД [Текст] / Г. В. Добрянский, Т. С. Мартыанова. – М. : Машиностроение, 1989. – 240 с.
6. Jaw, Link C. Aircraft engine controls: design, system analysis, and health monitoring [Text] / Link C. Jaw, Jack D. Mattingly. – AIAA Education Series, AIAA, Reston, VA, 2009. – 361 p.
7. Гуревич, О. С. Системы автоматического управления авиационными ГТД [Текст] : энцикл. справ. / Под ред. д.т.н., проф. О. С. Гуревича. – М. : ТОРУС ПРЕСС, 2011. – 208 с.
8. Епифанов, С. В. Моделирование динамики пневматических емкостей при расчете переходных процессов в проточной части газотурбинных двигателей [Текст] / С. В. Епифанов, Р. Л. Зеленский // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2007. - № 10(46). – С. 49-54.
9. Бесекерский, В. А. Теория систем автоматического управления [Текст] / В. А. Бесекерский, Е. П. Попов. – М. : «Наука», Гл. ред. физ.-мат. лит., 1975. - 768 с.

References

1. Epifanov, S. V. i dr. *Sintez sistem upravljenija i diagnostirovanija gazoturbinnih dvigatelej* [The synthesis of the control and diagnostic systems for the gas turbine engines]. Kiev, Tehnika Publ., 1998. 312 p.
2. Glikman, B. F. *Matematicheskie modeli pnevmogidravlicheskih sistem* [Mathematical models of the air-overpneumatic system systems]. Moscow, Nauka. Gl. red. fiz.-mat. lit. Publ., 1986. 368 p.
3. Kotljara, I. V. *Perehodnye processy v gazoturbinnih ustanovkah* [The transients in the gas turbine engines]. Leningrad, Mashinostroenie Publ., 1973. 256 p.
4. Shevjakov, A. A. *Sistemy avtomaticheskogo upravljenija aviacionnymi vozdušno-reaktivnymi silovymi ustanovkami* [Automatic control systems of the aircraft air-breathing power plants]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1992. 432p.
5. Dobrjanskij, G. V., Mart'janova, T. S. *Dinamika aviacionnyh GTD* [Dynamics of aircraft GTE]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1989. 240 p.

6. Link, C. Jaw, Jack, D. Mattingly. *Aircraft engine controls: design, system analysis, and health monitoring*. AIAA Education Series, AIAA, Reston, VA, 2009. 361 p.

7. Gurevich, O. S. *Sistemy avtomaticheskogo upravlenija aviacionnymi GTD* [Automatic control systems of aircraft gas turbine engines]. Moscow, TORUS PRESS Publ., 2011. 208 p.

8. Epifanov, S. V., Zelenskij, R. L. Modelirovanie dinamiki pnevmaticheskikh emkostej pri raschete pere-

hodnyh processov v protochnoj chasti gazoturbinyh dvi-gatelej [Simulation of the pneumatic capacity dynamics in the gas dynamic analysis gas turbine engine transients]. *Aviacionno-kosmicheskaja tehnika i tehnologija*, 2007, no. 10 (46), pp. 49-54.

9. Besekerskij, V. A. *Teorija sistem avtomaticheskogo upravlenija* [The theoretical bases of the automatic control systems]. Moscow, «Nauka», Gl. red. fiz.-mat. lit. Publ., 1975. 768 p.

Поступила в редакцию 01.08.2016, рассмотрена на редколлегии 16.09.2016

МОДЕЛЮВАННЯ ПНЕВМАТИЧНИХ ЄМНОСТЕЙ В ЗАДАЧАХ АНАЛІЗУ ДИНАМІКИ ГАЗОТУРБІННИХ ДВИГУНІВ

С. В. Єпіфанов, К. С. Єпіфанов, Р. Л. Зеленський

Розглянуто задачу раціонального уявлення пневматичних ємностей, з яких складається проточна частина двигуна, спрощеними математичними моделями, які можуть бути інтегровані до складу математичних моделей двигуна і силової установки. Скориговано отримані раніше моделі, відповідні обліку різних динамічних чинників, що характеризують збереження маси, енергії та імпульсу. Виконано дослідження цих моделей шляхом порівняння перехідних характеристик, відповідних зміни тиску і температури на вході в ємність, а також тиску на виході. Надано рекомендації з обліку динаміки ємностей і методикою їх математичного опису при моделюванні ГТД.

Ключові слова: математична модель пневматичної ємності, газотурбінний двигун, перехідний процес, закони збереження енергії, маси, імпульсу.

MODELING OF THE PNEUMATIC CAPACITIES IN THE GAS TURBINE ENGINE DYNAMICS ANALYSIS

S. V. Yepifanov, K. S. Yepifanov, R. L. Zelenskiy

The paper deals with the problem of the pneumatic capacity rational simulation. The gas path can be presented as a collection of the cavities. Authors proposed the approach where the cavity is presented as its simplified mathematical model. The models can be integrated into an engine model or a power plant model. The models considering the different dynamic factors (factors that characterize the mass, energy and momentum conservation laws) that had been published earlier were corrected. These models were investigated by the transients simulation. Simulated transient corresponds to pressure and temperature change at capacity entrance and pressure change at capacity discharge. Basing these researches authors suggested the recommendations on capacity dynamics and its simulation methods.

Keywords: mathematical model of a pneumatic capacity, gas turbine engine, transient, energy conservation laws, masses, momentum.

Єпіфанов Сергей Валериевич – д-р техн. наук, проф. каф. конструкции авиационных двигателей, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: aedlab@gmail.com.

Єпіфанов Константин Сергеевич – канд. техн. наук, доц. каф. аэрокосмической теплотехники, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Зеленский Роман Леонидович – канд. техн. наук, ст. преп. каф. конструкции авиационных двигателей, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: aedlab@gmail.com.

Yepifanov Sergiy – Doctor of Technical Science, Professor of Aircraft Engine Design department, National aerospace university named after N. Ye. Zhukovsky “KhAI”, Kharkiv, Ukraine, e-mail: aedlab@gmail.com.

Yepifanov Konstantyn – Assistant Professor of Thermal Physics department, National aerospace university named after N. Ye. Zhukovsky “KhAI”, Kharkiv, Ukraine, E-mail: aedlab@gmail.com.

Zelenskiy Roman – Candidate of Technical Science, Senior Lecturer of Aircraft Engine Design department, National aerospace university named after N. Ye. Zhukovsky “KhAI”, Kharkiv, Ukraine, e-mail: aedlab@gmail.com.