

УДК 621.914.1

С. Ф. ЛЯКУН, В. Е. ЮРКЕВИЧ

*Казенное предприятие «Научно-производственный комплекс «Искра», Украина*

### «НЕПРЕДВИДЕННЫЕ ОСЛОЖНЕНИЯ» В АЛГОРИТМЕ ОБРАБОТКИ ТРЕХГРАННЫХ УГЛОВ ИЛИ О СВОЙСТВАХ ПЛОСКИХ УГЛОВ ТРЕХГРАННОГО УГЛА

*Описаны свойства плоских углов (ПУ) в трехгранном углу (ТГУ). Но «непредвиденные осложнения» этих свойств возникают именно при разработке технологии обработки ТГУ. Поскольку, если не учитывать свойства плоских углов при тестировании алгоритмов для расчета и обработки ТГУ, будет сделан ошибочный вывод, что эти алгоритмы непригодны! В частности, алгоритм можно применить в технологиях изготовления аппаратуры дальней космической связи, волноводов, корпусов модулей СВЧ интегральных, аппаратуры РЛС, а также в устройстве числового программного управления станков как цикл «обработка трехгранного угла». То есть будет «кубита» еще не родившаяся технология изготовления трехгранного угла. В статье описаны четыре свойства плоских углов с точки зрения технологичности трехгранного угла. Три из них известны в математике. Четвертое свойство доказано впервые.*

*Необходимые расчеты для проверки создания управляющей программы (УП) и алгоритма обработки ТГУ проведены с помощью программы Microsoft Excel. Авторы могут предоставить по электронной почте алгоритм, реализованный на Microsoft Excel, с инструкцией пользователя.*

**Ключевые слова:** *трехгранный угол, центральный угол, плоский угол, управляющая программа, алгоритм обработки трехгранного угла.*

#### Введение

Существует проблема по обработке внутренней поверхности трехгранного угла, обработка трудоемкая, производится вручную.

В описании изобретения [1] сказано, что «...окончательная обработка трехгранного угла производится слесарным путем (вырубка, шабровка, зачистка)».

В литературе описана обработка отверстий глухих и фасонных [2, 3], обработка пазов т-образных, типа «ласточкин хвост» и др. [2, 3], типичные циклы обработки для станков с ЧПУ [5], обработка деталей на станках с ЧПУ [4, 5].

Но описание обработки ТГУ в современной литературе отсутствует.

О проблемах, связанных с обработкой ТГУ, поднимается вопрос и в сети Интернет (режим доступа: [http://help.solidworks.com/2012/Russian/solidWorks/dfmexpress/c\\_rules\\_mill\\_sharp\\_internal\\_cornerners.htm?formal=P](http://help.solidworks.com/2012/Russian/solidWorks/dfmexpress/c_rules_mill_sharp_internal_cornerners.htm?formal=P)).

В статье [6] описан алгоритм для вычисления необходимых данных для управляющей программы по обработке ТГУ. Этот алгоритм может найти применение в технологиях изготовления аппаратуры дальней космической связи, волноводов, корпусов модулей СВЧ интегральных, аппаратуры РЛС, а

также в устройстве ЧПУ станков как цикл «обработка трехгранного угла».

В статье [6] дана постановка проблемы по обработке ТГУ. Показана "неизбежность" изготовления ТГУ и необходимость точного изготовления ТГУ, а также решение проблемы по обработке ТГУ при помощи станков с ЧПУ.

С помощью данного алгоритма [6] вычисляют необходимые параметры (данные) для создания управляющей программы с подпрограммой обработки граней **внутри** трехгранного угла (ТГУ) на станках с ЧПУ с применением наклонно-поворотного стола (НПС). Вычисляют *главный угол в плане* [7] обрабатываемого инструмента, рассчитывают углы поворота и наклона НПС для установки детали в положение, доступное для обработки ТГУ. В алгоритме предусмотрено преобразование координат точек ТГУ при наклоне и повороте НПС по вычисленным углам, что позволяет фрезеровать поверхность ТГУ вдоль ребер к вершине и фрезеровать строчками.

Алгоритм позволяет вычислить также параметры НПС: расстояние между осями наклона и поворота и расстояние от поверхности стола к оси наклона.

Для вычисления необходимых параметров по алгоритму вводят величины трех плоских углов

(ПУ) ТГУ. Вводимые ПУ могут иметь свойства, которые могут привести к нежелательным последствиям, своего рода «непредвиденным осложнениям». То есть, в результате вычисления получаем явно неверные числа, отрицательные углы, деление на ноль. Например, авторы столкнулись с тем, что специалисты, заинтересовавшиеся алгоритмом, чтобы «попробовать», подставляют в алгоритм любые цифры без учета свойств ПУ и встречают «непредвиденные осложнения». При изготовлении (например, по управляющей программе) деталей с ТГУ по заданным плоским углам (ПУ) обычно не возникают проблемы, связанные со свойствами плоских углов. Изготовители о таких свойствах могут даже не подозревать. Эти свойства заложены в неявном виде в чертеже и в управляющей программе для станков с ЧПУ. Они не проявляются ни «визуально», ни «на ощупь». В деталях в процессе конструирования уже заложены ПУ с «нужными свойствами».

А при тестировании УП по обработке ТГУ может произойти следующее.

Представим, что станок с ЧПУ уже имеет цикл «обработка трехгранного угла». Но в этом цикле нет анализа свойств задаваемых (вводимых) ПУ. И при освоении станка, чтобы опробовать цикл, скорее всего, не будут вводить ПУ конкретной детали с гарантировано «нужными свойствами», а введут произвольные ПУ без учета их свойств. В результате столкнуться с «непредвиденными осложнениями», и, естественно, сделают ошибочный вывод, что цикл «обработка трехгранного угла» неработоспособный.

### Постановка задачи

Цель исследований в данной статье – сформировать область определения величин вводимых трех ПУ [8, стр. 205] для вычисления данных УП (область изменения) по обработке ТГУ, их автоматическую проверку и выдачу соответствующей информации.

При вводе величин трех ПУ в алгоритм расчета необходимых данных для управляющих программ по обработке **внутренней поверхности** ТГУ на станках с ЧПУ крайне необходимо знать и применять свойства плоских углов ТГУ – условия существования ТГУ и доступность его для обработки резанием. Таким образом, при вводе ПУ как аргументов при вычислениях различных величин ТГУ необходима проверка этих свойств плоских углов. Иначе пользователь свои собственные ошибки ввода будет воспринимать как ошибки алгоритма. И, таким образом, будет закрыта

сама перспектива применения алгоритма. Да и о каком будущем алгоритма можно говорить, когда его тестирование без учета свойств ПУ покажет отрицательный результат, вызовет недоверие к нему и, соответственно, сделает невозможным его применение при обработке ТГУ.

Свойства ПУ трехгранного угла, которые необходимо проверять при вводе ПУ как аргументов, следующие:

1. Сумма ПУ ТГУ меньше  $360^\circ$  ( $0 \dots 360^\circ$ ).
2. Величина каждого ПУ ТГУ меньше суммы двух других плоских углов.
3. Величина каждого ПУ ТГУ больше разности двух других плоских углов.
4. Величина каждого ПУ ТГУ больше трети суммы двух других плоских углов.

Четвертое свойство является свойством технологичности обработки ТГУ: проверка возможности изготовления ТГУ и возможности расчета УП для обработки резанием внутренней поверхности ТГУ.

Первые три свойства описаны в [8] и их можно представить «мысленно в пространстве».

### Результаты

Четвертое свойство в справочной литературе не описано, но оно необходимо для проверки технологичности обработки тех ТГУ (из множества ТГУ), которые применимы на практике. Это такие ТГУ, в которых угол между осью вписанного в ТГУ конуса и каждым из трех лучей (ребер ТГУ) должен быть меньше  $90^\circ$ . Только при этом условии, при пересечении оси вписанного конуса перпендикулярной плоскостью, образовывается прямая пирамида OABC, основанием которой является треугольник ABC - строчка обработки (рис. 1).

Параметры полученной пирамиды OABC необходимы для упрощения проводимых вычислений, в том числе и для вычисления в режущем инструменте *главного угла в плане*  $\phi$  [7], что дает возможность понять возможно ли изготовить необходимый инструмент для обработки ТГУ.

Если же угол между осью вписанного в ТГУ конуса и одним из его трех ребер-лучей равен или больше  $90^\circ$ , то секущая плоскость, перпендикулярная оси вписанного конуса и образующая  $\Delta ABC$ , вообще не пересечется с ребром-лучом. Не будет ни пирамиды, ни треугольника, «ни режущего инструмента».

Вписанный конус имитирует вращающийся режущий инструмент, закрепленный в шпинделе станка. Инструмент при обработке перемещают по

строчкам, которые расположены в параллельных плоскостях в виде сторон  $\triangle ABC$  (каждая плоскость имеет свою высоту  $O'O$ ) (см. рис.1). При обработке можно инструмент перемещать и вдоль ребер ТГУ к вершине  $O$ . Исходя из условий прочности, режущий инструмент **практически** не может быть с малым углом  $\varphi$  при вершине, в виде «иглы». Угол  $\varphi$  «малый», когда одно ребро образует с осью вписанного конуса угол достаточно близкий к  $90^\circ$ , но меньше  $90^\circ$ . Обычно это тот ТГУ, который имеет большую разность величин его плоских углов (разность между двумя ПУ в *сочетании* из трех по два). В этом случае второе и третье свойства ПУ близки к «невыполнению».

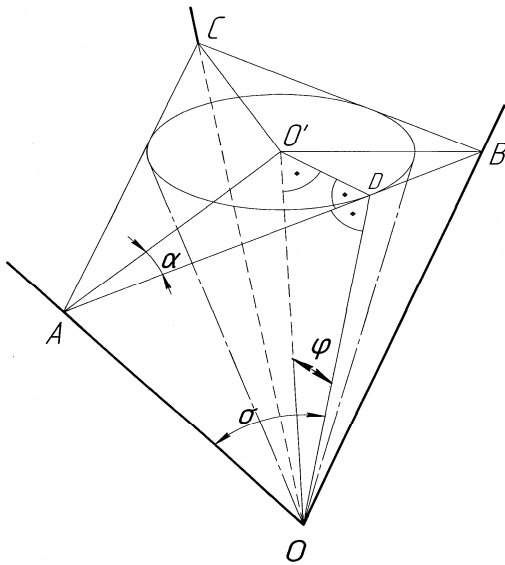


Рис. 1. Трехгранный угол с вершиной  $O$ .

В этом описании к рисунку 1 показаны сокращения, примененные в тексте статьи. Трехгранный угол (ТГУ)  $OABC$  образован тремя лучами  $OA, OB, OC$ , выходящими из вершины  $O$ , и плоскими углами (ПУ)  $AOB, BOC$  и  $COA$ . Так же, как и ПУ, обозначены и грани ТГУ –  $AOB, BOC$  и  $COA$ . Одну грань ТГУ (например,  $AOB$ ) при обработке по управляющей программе (УП) устанавливают параллельно поверхности наклонно-поворотного стола (НПС). В ТГУ вписан конус с углом  $2\varphi$  при вершине  $O$ . Трехгранный угол пересекает плоскость, перпендикулярную оси  $O'O$  вписанного конуса. Образовывается пирамида с треугольником  $ABC$  в основании и с вершиной в точке  $O$ . В  $\triangle ABC$  вписана окружность с центром  $O'$ . Проекцией лучей  $OA, OB, OC$  на плоскость  $\triangle ABC$  получили лучи (биссектрисы)  $O'A, O'B$  и  $O'C$ , которые делят углы треугольника пополам и образуют (во вписанной в  $\triangle ABC$  окружности) центральные углы (ЦУ):  $AO'B, BO'C, CO'A$ . Плоскости, проходящие через грани, пересекаясь, образуют три двугранных угла (ДУ)  $AO, BO, CO$ , ребра которых (они же ребра ТГУ) обозначены также  $AO, BO, CO$ . Измеряют ДУ линейными углами (ЛУ) двугранных углов.

На практике внутренняя поверхность ТГУ с малым углом  $\varphi$  встречается редко, в основном только при тестировании.

Представить четвертое свойство трудно и его придется доказать, традиционно методом индукции.

Можно доказать (как вспомогательную теорему для доказательства четвертого свойства), что центральные углы (ЦУ) (см. рис. 1)  $AO'B, BO'C, CO'A$  в окружности, вписанной в треугольник  $ABC$ , пропорциональны ПУ ТГУ (в [6] пропорциональность доказана методом математической дедукции [9]). Коэффициент пропорциональности  $k$  равен частному от суммы трех ЦУ к сумме трех ПУ ТГУ:

$$k = 2 \cdot 180^\circ / (AOB + BOC + COA), \quad (1)$$

где сумма ЦУ  $= 360^\circ = 2 \cdot 180^\circ > 0$  и сумма  $(AOB + BOC + COA) > 0$ , следовательно, всегда  $k > 0$ .

ТГУ определен (существует) только тогда, когда выполняются описанные выше первые три свойства ПУ ТГУ [8, стр. 440;441 (с учетом опечатки в тексте теоремы 2 - нужно слово *меньше* исправить на слово *больше*)]. ТГУ существует только тогда, когда уклон  $\varphi$  вписанного в ТГУ конуса больше  $0^\circ$ , но меньше  $90^\circ$  (см. рис. 1). То есть *интервал* [8, стр. 206] (*нечисловой сегмент*) области изменения угла  $\varphi$  должен удовлетворять условию  $0^\circ < \varphi < 90^\circ$ , а область определения [8] трех плоских углов как аргумента при вычислении  $\varphi$  – это и есть четыре свойства ПУ трехгранного угла.

Из рис. 1 и из проведенных на ЭВМ расчетов углов (как функция от ПУ) при вершинах треугольника  $ABC$ , плоскость которого перпендикулярна оси вписанного конуса, видно, что угол  $\varphi$  больше  $0^\circ$  тогда, когда в треугольнике  $ABC$  каждый из углов  $A, B, C$  больше  $0^\circ$ . В тригонометрии углы могут быть отрицательными, но в геометрии (и в ТГУ  $OABC$  на рис. 1) углы положительные. Для вычислений в ТГУ углов ( $\alpha$  затем и  $\sigma$  и  $\varphi$ ) удобно принять за единицу измерения, например, отрезок образующей вписанного конуса  $OD$ , то есть принять  $OD=1$ . Тогда, по известным трем ПУ и коэффициенту  $k$ , получим углы  $\alpha, \sigma$  и  $\varphi$ , а затем и все другие углы и величины ТГУ, изображенного на рис. 1, [6]. Например, углы между осью вписанного конуса и каждым из трех лучей (ребер) равны:

$$\begin{aligned} \angle O'OA &= \arctg(\tg\varphi/\sin\alpha); \\ \angle O'OB &= \arctg(\tg\varphi/\sin(\angle ABC/2)); \\ \angle O'OC &= \arctg(\tg\varphi/\sin(\angle ACB/2)). \end{aligned} \quad (*)$$

Наблюдается зависимость. Три заданные ПУ через коэффициент  $k$  связаны с центральными углами (ЦУ). По ЦУ можно вычислить углы в  $\triangle ABC$  (см. рис. 1). А по углам  $A, B, C$  треугольника можно судить о взаимном соотношении трех ПУ.

Для доказательства четвертого свойства ПУ ТГУ нужно найти ту границу в соотношении заданных (введенных для вычисления) плоских углов (ПУ) АОВ, ВОС, СОА ТГУ, после которой углы  $\Delta ABC$  будут больше  $0^\circ$  (см. рис.1). То есть, если при вводе трех ПУ как аргумента при вычислении углов в ТГУ получаем хотя бы один угол в  $\Delta ABC$  отрицательным или равным  $0^\circ$ , то такое сочетание ПУ для тестирования применять нельзя. Да и детали с таким ТГУ, скорее всего, не будет.

Исходя из того, что в любом треугольнике (в планиметрии) сумма внутренних углов всегда равна  $180^\circ$  [8], в том числе и на рис. 1 в треугольниках АО'В, ВО'С, СО'А, и, исходя из того, что лучи (биссектрисы) АО', ВО' и СО' делят углы треугольника АВС пополам, составим три уравнения:

$$\begin{aligned} \text{из } \Delta AO'B \quad A/2 + B/2 + AO'B &= 180^\circ, \\ \text{из } \Delta BO'C \quad B/2 + C/2 + BO'C &= 180^\circ, \\ \text{из } \Delta CO'A \quad C/2 + A/2 + CO'A &= 180^\circ, \end{aligned}$$

где  $AO'B = k \cdot AOB$ ;

$$BO'C = k \cdot BOC;$$

$$CO'A = k \cdot COA,$$

ПУ (АО'В, ВО'С, СО'А) выражены через коэффициент k и величины ПУ (АОВ, ВОС, СОА).

В результате получили систему трех уравнений:

$$A+B = -2k \cdot AOB + 2 \cdot 180^\circ, \quad (2)$$

$$B+C = -2k \cdot BOC + 2 \cdot 180^\circ, \quad (3)$$

$$C+A = -2k \cdot COA + 2 \cdot 180^\circ. \quad (4)$$

Известно, что система трех уравнений с тремя неизвестными (А,В,С) имеет решение. Вспомним сделанный выше вывод о том, что по углам А,В,С в  $\Delta ABC$  (см. рис. 1) можно судить о взаимном соотношении трех ПУ ТГУ.

Решим вначале систему уравнений относительно А. Для этого (на основании «свойств уравнений» [8]) сложим уравнения (2) и (4) и от полученной суммы отнимем уравнение (3); приведем подобные; правую и левую стороны полученного уравнения разделим на 2 и разделим на k. Получили из трех уравнений одно новое:

$$A/k = 180/k - AOB + BOC - COA. \quad (**)$$

Так как коэффициент k всегда положительный (это мы доказали выше), то дробь  $A/k$  (левая сторона уравнения) будет больше 0 в том случае, когда числитель  $A > 0$ . Так как между правой и левой

сторонами уравнения стоит знак равенства, правая сторона уравнения будет больше 0 тогда, когда  $A > 0$ .

Исходя из этого, составим неравенство:

$$180/k - AOB + BOC - COA > 0. \quad (5)$$

В неравенство (5) подставим значение k (1), упростим и решим относительно ПУ ВОС.

$$BOC > (AOB + COA)/3. \quad (6)$$

Из системы уравнений (2), (3), (4), кроме выполненного решения относительно А и ВОС (6), можно делать аналогичные вычисления для углов В и С в  $\Delta ABC$ . Получим свойство для ПУ  $COA > (AOB + BOC)/3$  и  $AOB > (BOC + COA)/3$ .

В результате доказали четвертое (технологическое) свойство ПУ ТГУ.

ТГУ технологичный тогда, когда в нем каждый ПУ (АОВ, ВОС, СОА) больше трети суммы двух других ПУ (см. рис.1). Но, когда вводим исходные ПУ для вычисления, достаточно **проверить** на четвертое свойство **меньший** из трех ПУ.

Ниже приведены тесты проверки алгоритма вычисления основных величин ТГУ (см. рис. 1).

**I. ТЕСТЫ—АКСИОМЫ** (очевидные, не требуют доказательства).

Вводим три плоских угла. Должны получить углы:  $\varphi$ ; три ЛУ; углы А,В,С; три угла  $\sigma$ .

1. Вводим три ПУ  $\approx 0,000001^\circ$  (т.е. их величина приближается к  $0^\circ$ ).

Получаем:  $\varphi \approx 0^\circ$ ; ЛУ  $\approx 60^\circ$ ; А,В,С  $= 60^\circ$ ;  $\sigma \approx 0^\circ$ .

2. Вводим три ПУ  $= 90^\circ$ .

Получаем:  $\varphi = ?$  { $\varphi$  смотрите тест II.1}; ЛУ  $= 90^\circ$ ; А,В,С  $= 60^\circ$ ;  $\sigma = 45^\circ$ .

3. Вводим три ПУ  $= 120^\circ$ .

Получаем:  $\varphi = 90^\circ$ ; ЛУ  $= 180^\circ$ ; А,В,С  $= 60^\circ$ ;  $\sigma = 60^\circ$ .

**II. ТЕСТЫ ВЫЧИСЛЕННЫЕ.**

Вводим три плоских угла. Должны получить вычисленные углы  $\varphi$ ; ЛУ; А,В,С;  $\sigma$ .

1. Вводим три плоских угла ПУ  $= 90^\circ$ .

Получаем:  $\varphi = 35,26439^\circ$ ; ЛУ  $= 90^\circ$ ; А,В,С  $= 60^\circ$ ;  $\sigma = 45^\circ$  {смотрите тест I.2};  $\alpha > 0$ ;

2. Вводим три плоских угла ПУ:  $130^\circ$ ;  $140^\circ$ ;  $90^\circ$ . Сумма  $360^\circ$ . **Не соблюдено четвертое свойство.**

Получаем  $\varphi = 0^\circ$  – **неверно**; ЛУ  $= 100^\circ$ ; (деление на ноль);  $80^\circ$ ; А,В,С  $= 100^\circ$ ;  $0^\circ$ ;  $80^\circ$  – (сумма  $180^\circ$ );  $\sigma = 40^\circ$ ;  $90^\circ$ ;  $50^\circ$ ;  $\alpha = 0$ .

3. Вводим три плоских угла ПУ:  $129,999^\circ$ ;  $139,999^\circ$ ;  $90,002^\circ$ . Сумма  $360^\circ$ . **Соблюдено четвертое свойство.**

Получаем  $\varphi = 89,99999^\circ$  – **верно**.

ЛУ  $= 180^\circ$ ;  $180^\circ$ ;  $180^\circ$ ; А,В,С  $= 99,998^\circ$ ;  $0,004^\circ$ ;  $79,998^\circ$  – (сумма  $180^\circ$ );  $\sigma = 40,001^\circ$ ;  $89,998^\circ$ ;  $50,001^\circ$ ;

$\alpha > 0$ .

4. Вводим три плоских угла ПУ  $\approx 0^\circ$ :  $0,000001^\circ$ ;  $0$ ;  $0,0000019^\circ$ ;  $0,000001^\circ$ ; ( $\approx 0^\circ!$ ).

Получаем:  $\varphi \approx 0^\circ (0,000000015)$ ;  $\text{ЛУ} = 170,769^\circ$ ;  $4,6154^\circ$ ;  $4,6154^\circ$ ;  $A, B, C = 170^\circ, 769^\circ; 4,6154^\circ; 4,6154^\circ$ .

$\sigma = 0,000000005^\circ; 0,000000095^\circ; 0,000000095^\circ$ ;  $\approx 0^\circ!$ ;  $\alpha > 0$ .

5. Вводим три плоских угла ПУ:  $137^\circ$ ;  $90^\circ$ ;  $90^\circ$ ; (реальная деталь с ТГУ).

Получаем:  $\varphi = 42,935652^\circ$ ;  $\text{ЛУ} = 88,6213^\circ$ ;  $88,6213^\circ$ ;  $144,768^\circ$ ;  $A, B, C = 24,4164^\circ$ ;  $24,4164^\circ$ ;  $131,16719^\circ$ ;  $\sigma = 68,5^\circ$ ;  $68,5^\circ$ ;  $21,5^\circ$ ;  $\alpha > 0$ .

Если смотреть тест II 2, где **не соблюдено** четвертое свойство, и тест II 3, где **соблюдено** четвертое свойство, то в двух этих тестах вводимые исходные ПУ второго и третьего тестов между собой мало отличаются (на  $0,001$  и  $0,002$ ). Но при этом углы  $\varphi$  получаем с максимальной разницей, на противоположных концах *интервала области изменения* [8] – ( $0^\circ \dots 90^\circ$ ).

Еще пример. При тестировании в ТГУ применили три плоских угла:  $90^\circ$ ,  $63,33333^\circ$ ,  $100^\circ$ . При вычислении получим в  $\Delta ABC$  (см. рис.1) угол  $A/2 = \alpha < 0^\circ$ , т.е. угол отрицательный, что в реальной детали невозможно (не выполнено четвертое свойство!). А если в этом же ТГУ величина второго ПУ будет  $63,33334^\circ$  (больше всего на  $0,00001$ ), то получим  $A/2 = \alpha > 0$  (выполнено четвертое свойство). Это зависит только от свойств плоских углов.

Но теоретически обработка внутренней поверхности ТГУ с малым, но положительным углом в треугольнике  $ABC$  возможна (проблема – фреза как «игла»). Предположим, деталь имеет ПУ, близкие к невыполнению четвертого свойства. Когда  $\Delta ABC$  (см. рис. 1) очень растянут (вдоль  $DC$ ), целесообразно в ТГУ обрабатывать отдельно участок вблизи вершины  $O$ . А в удалении от вершины  $O$  обрабатывать двугранные углы (ДУ) по отдельности.

У вершины ТГУ можно перемещать обрабатывающий инструмент одновременно по трем координатам по строчкам треугольника  $A'B'C'$ , плоскость которого **не перпендикулярна** оси шпинделя станка (участок обработки будет короткий, не растянут). Но положение детали необходимо сохранять таким образом, чтобы ось вписанного конуса оставалась параллельной оси шпинделя станка. Конус вращения инструмента, перемещаясь по строчке в момент пересечения лучей (ребер) ТГУ, будет одновременно касаться плоскостей двух граней, а в вершине  $O$  будет касаться одновременно трех граней. Возможна фрезеровка и вдоль ребер, и вдоль любой линии, лежащей в плоскости грани ТГУ.

Если в ТГУ (см. рис. 1) построить треугольник  $A'B'C'$ , плоскость которого наклонена к неподвижной плоскости  $\Delta ABC$  под углом  $\tau$ , т.е. когда плоскость  $\Delta A'B'C'$  повернута вокруг прямой  $AB$  [10] (деталь установлена гранью-основанием  $AOB$  на поверхность НПС и  $AB$  параллельна оси наклона НПС), то в  $\Delta A'B'C'$  координаты вершин  $A'$ ,  $B'$  будут совпадать соответственно с координатами  $A$ ,  $B$ , а координаты вершины  $C'$  можно получить переносом координат вершины  $C$  вдоль ребра  $CO$  в направлении вершины  $O$  на расстояние  $t$ .

Перенос координат вершины  $C$  треугольника  $ABC$  в точку  $C'$  осуществляем по координатным осям  $X, Y, Z$ . Величины переноса соответственно  $a, b, c$ :  $a = t \cdot \cos(\angle O'CO) \cdot \cos(\varepsilon)$ ;  $b = a \cdot \text{tg}(\angle O'CA)$ ;  $c = t \cdot \sin(\angle O'CO)$ , где  $\varepsilon = |\angle CO'D - 180^\circ|$ ,  $\varepsilon = 0$ , когда  $\Delta ABC$  равнобедренный ( $AC = BC$ , а сторона  $AB$   $\Delta ABC$  принадлежит грани-основанию  $AOB$ ). Все углы могут быть выражены через углы  $\varphi, \alpha$  (см. рис. 1) [6] и как дополнительные углы к углам по формулам (\*).

Если координаты вершины  $C$  обозначим  $x_c, y_c, z_c$ , то координаты точки  $C'$  с учетом величин переноса  $a, b, c$  будут соответственно:

$$\begin{aligned} x_{c'} &= x_c - a, \\ y_{c'} &= y_c - b \cdot \text{sign}(y_c), \\ z_{c'} &= z_c - c, \end{aligned}$$

где выражение  $\text{sign}(y_c)$  можно вычислить как  $y_c$ , деленное на модуль  $y_c$ , то есть равно  $\pm 1$ .

Начало системы координат расположено на вершине ТГУ в точке  $O$ . Причем ось  $Z$ , ось вписанного конуса и ось шпинделя станка должны быть параллельны между собой. Это достигается поворотом и наклоном детали с учетом углов  $\sigma$  и  $\varphi$  (см. рис.1), при этом внутренняя поверхность ТГУ становится доступной для обработки [10], в том числе и по строчке  $\Delta A'B'C'$ , наклоненной на угол  $\tau$  к плоскости  $\Delta ABC$ .

## Выводы

Не любые три числа могут быть величинами плоских углов ТГУ. И пренебрегать свойствами плоских углов ТГУ нельзя, в том числе и технологическим (четвертым) свойством ПУ ТГУ. При вводе величин плоских углов ТГУ (три числа), например, при тестировании или при вводе в «цикл обработки трехгранного угла» на станке с ЧПУ, должна быть проведена проверка вводимых плоских углов: обладают ли они свойствами плоских углов ТГУ. Только после такой проверки можно делать вывод, что вводимые три числа являются величинами плоских углов ТГУ и пригодны для

вычислений в ТГУ углов, линейных размеров и координат точек. Это в итоге позволяет механизировать обработку внутренней поверхности ТГУ, переведя обработку на станки с ЧПУ как «цикл обработки ТГУ».

Обработка ТГУ на станке с ЧПУ также проста для выполнения, как, например, выполнение операции глубокого сверления на станке с ЧПУ.

В перспективе даже заточку инструмента (угол  $\phi$ ) можно заменить выбором инструмента из имеющегося в наличии с углом  $\phi$ , меньшим расчетного, или выбором инструмента из заранее изготовленного по градациям, а изменение угла  $\phi$  автоматически учитывать в УП «цикл обработки ТГУ».

Если для обработки ТГУ используется инструмент с углом  $\phi$ , отличным от расчетного, деталь устанавливается в положение, при котором ось вписанного конуса ТГУ не параллельна оси шпинделя, т.е. для обработки каждой грани ТГУ требуется отдельная установка НПС, вычисление углов поворота и наклона НПС и координат точек для соответствующей УП.

### Литература

1. А. с. 304068 СССР, МПК В23С 3/26. Способ фрезерования глухих трехгранных углов углублений в деталях [Текст] / В. А. Кизин, Б. В. Соколов (СССР). – № 1308311/25-8 ; заявл. 03.03.1969 ; опублик. 25.05.1971, Бюл. № 17. – 3 с. : ил.

2. Косилова, А. Г. Справочник технолога-машиностроителя [Текст] / А. Г. Косилова, Р. К. Мецзякова. – М. : Машиностроение, 1972. – 695 с.

3. Косилова, А. Г. Справочник технолога-машиностроителя. [Текст] / А. Г. Косилова, Р. К. Мецзякова. – М. : Машиностроение, 1985. – 655 с.

4. Фельдштейн, Е. Э. Обработка деталей на станках с ЧПУ [Текст] / Е. Э. Фельдштейн, М. А. Корниевич. – Москва-Минск : ООО «НОВОЕ ЗНАНИЕ», 2008. – 299 с.

5. Станки с числовым программным управлением (специализированные) [Текст] / под ред. В. А. Лещенко. – М. : Машиностроение, 1988. – 565 с.

6. Лякун, С. Ф. Алгоритм расчета управляющей программы по обработке трехгранного угла на станках с ЧПУ [Текст] / С. Ф. Лякун, В. Е. Юркевич // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2014. – № 5(112). – С. 25-32.

7. Сысоев, В. И. Основы резания металлов и режущий инструмент [Текст] / В. И. Сысоев. – М. : Машиностроение, 1962. – 312 с.

8. Справочник по элементарной математике [Текст] / П. Ф. Фильчаков [и др.]. – К. : Наукова думка, 1972. – 528 с.

9. Мантуров, О. В. Толковый словарь математических терминов [Текст] / О. В. Мантуров, Ю. К.

Солнцева, Ю. И. Соркин / под ред. проф. В. А. Диткина. – М. : Просвещение, 1965. – 98 с.

10. Лякун, С. Ф. Создание управляющих программ для механической обработки внутренней поверхности трехгранных углов на станках с ЧПУ [Текст] / С. Ф. Лякун, В. Е. Юркевич // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2011. – № 5(82). – С. 31-37.

### References

1. Kizin, V. A., Sokolov, B. V. *Sposob fрезерovaniya глуhих trehgrannyh uglov uglublenij v detaljah* [Deaf angle triangular indentations milling method in detail]. A. s. 304068 SSSR, MPK V23S 3/26, no. 1308311/25-8, 1971.

2. Kosilova, A. G., Meshherjakova, R. K. *Spravochnik tehnologa-mashinostroitelja* [Directory technologist-Machinist]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1972. 695 p.

3. Kosilova, A. G., Meshherjakova, R. K. *Spravochnik tehnologa-mashinostroitelja* [Directory technologist-Machinist]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1985. 655 p.

4. Fel'dshtejn, E. Je., Kornievich, M. A. *Obrabotka detalej na stankah s ChPU* [Processing of parts on CNC machines]. Moskwa-Minsk, ООО «NOVOE ZNANIE» Publ., 2008. 299 p.

5. Leshhenko, V. A. *Stanki s chislovyim programmnyim upravleniem (specializirovannye)* [Machine tools with numerical control (specialized)]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1988. 565 p.

6. Ljakun, S. F., Jurkevich, V. E. *Algoritm rascheta upravljajushhej programmy po obrabotke trehgrannogo ugla na stankah s ChPU* [Computation algorithm of control program on trihedral angle processing at cnc machines]. *Aviacijno-kosmicna tehnika i tehnologija - Aerospace technic and technology*, 2014, no. 5(112), pp. 25-32.

7. Sysoev, V. I. *Osnovy rezanija metallov i rezhushhij instrument* [Fundamentals of metal cutting and cutting tool]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1962. 312 p.

8. Fil'chakov, P. F. *Spravochnik po jelementarnoj matematike* [Handbook of elementary mathematics]. Kiev, Naukova dumka Publ., 1972. 528 p.

9. Manturov, O. V., Solncev, Ju. K., Sorkin, Ju. I. *Tolkovyj slovar' matematicheskikh terminov* [Explanatory dictionary of mathematical terms]. Moscow, Prosveshhenie Publ., 1965. 98 p.

10. Ljakun, S. F., Jurkevich, V. E. *Sozdanie upravljajushhijh programm dlja mehanicheskoi obrabotki vnutrennej poverhnosti trehgrannyh uglov na stankah s ChPU* [Creation of control programs for mechanical treatment of internal surface of trihedral angels of parts on nc machine]. *Aviacijno-kosmicna tehnika i tehnologija - Aerospace technic and technology*, 2011, no. 5(82), pp. 31-37.

*Поступила в редакцию 20.05.2016, рассмотрена на редколлегии 15.02.2017*

### **«НЕПЕРЕДБАЧЕНІ УСКЛАДНЕННЯ» В АЛГОРИТМІ ОБРОБКИ ТРИГРАННИХ КУТІВ АБО ПРО ВЛАСТИВОСТІ ПЛОСКИХ КУТІВ ТРИГРАННОГО КУТА**

*С. Ф. Лякун, В. Є. Юркевич*

Описано властивості плоских кутів (ПК) у тригранному куті (ТГК). Але «непередбачені ускладнення» цих властивостей виникають саме при розробці технології обробки ТГК. Оскільки, якщо не враховувати властивостей плоских кутів при тестуванні алгоритмів для розрахунку і обробки ТГК, буде зроблено помилковий висновок, що ці алгоритми непридатні! Зокрема, алгоритм може використовуватися в технологіях виготовлення апаратури дальнього космічного зв'язку, хвилеводів, корпусів модулів НВЧ інтегральних, апаратури РЛС, а також у пристрої числового програмного управління верстатів як цикл «обробка ТГК». Отже буде «вбито» ще не народжену технологію виготовлення ТГК. В статті описано чотири ознаки плоских кутів з точки зору технологічності ТГК. Три з них відомі з математики. Четверту ознаку доведено вперше.

Необхідні розрахунки для перевірки створення керуючої програми (КП) і алгоритма обробки ТГК, проведено за допомогою програми Microsoft Excel. Автори можуть надати електронною поштою алгоритм, реалізований на Microsoft Excel, з інструкцією користувача.

**Ключові слова:** тригранний кут, центральний кут, плоский кут, керуюча програма, алгоритм обробки тригранного кута.

### **«UNEXPECTED TROUBLES» IN TRIHEDRAL ANGLE PROCESSING ALGORITHM OR ABOUT PLANE ANGLE PROPERTIES OF TRIHEDRAL ANGLE**

*S. F. Lyakun, V. E. Yurkevich*

The plane angle (PA) properties in the trihedral angle (TA) are described. But “unexpected troubles” of these properties arise at the development of the TA processing technology. Because if you do not take into account the properties of the plane angles when testing the algorithms for calculation and processing of the PA, the improper conclusion will be made that these algorithms are useless! In particular, the algorithm is applicable at the manufacturing of the deep-space communication equipment, waveguides, bodies of the microwave integrated modules, radar equipment as well as in the machine computer numerical control unit as cycle named “trihedral angle”. It means that the trihedral angle processing technology, which has not been born as yet, will be “dead”. In the article four properties of the plane angles are described in terms of the trihedral angle fabricability. Three of them are known in the mathematics. The fourth property is proven for the first time.

The required calculations to check the creation of the control program and algorithm for processing of the TA are given with a help of Microsoft Excel program. The authors can send the algorithm realized in Microsoft Excel with the user manual by the e-mail.

**Key words:** trihedral angle, central angle, plane angle, control program, trihedral angle processing technology.

**Лякун Станислав Федорович** – инженер Конструкторско-технологического отдела автоматизированных производственных систем, Казенное предприятие «Научно-производственный комплекс «Искра», Запорожье, Украина.

**Юркевич Владимир Евгеньевич** – заместитель главного технолога, Казенное предприятие «Научно-производственный комплекс «Искра», Запорожье, Украина.

**Lyakun Stanislav Fedorovich** – Engineer Design and Technology Department of the automated industrial systems, State enterprise "Research and Production Complex" Iskra ", Zaporozhye, Ukraine.

**Yurkevich Vladimir Evgenyevich** – Deputy chief technologist, State enterprise "Research and Production Complex" Iskra ", Zaporozhye, Ukraine.