

УДК 533.6.05

А. М. ПАВЛЮЧЕНКО<sup>1</sup>, А. Н. ШИЙКО<sup>1</sup>, А. В. СКОРИК<sup>2</sup><sup>1</sup> Сумский национальный аграрный университет, Украина<sup>2</sup> Сумский государственный университет, Украина

**РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СТАТИЧЕСКОГО ДАВЛЕНИЯ НА ГОЛОВНОЙ ЧАСТИ РАКЕТНОГО АЭРОФИЗИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА ТИПА М-100 НА ОСНОВЕ ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА РАСЧЕТА И ЛЕТНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА ДЛЯ ЧИСЕЛ МАХА ПОЛЕТА  $1,4 \leq M_\infty \leq 4,2$ , РЕЙНОЛЬДСА  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ , УСКОРЕНИЯ  $a \leq 32g$  В УСЛОВИЯХ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО НАГРЕВА**

*Статья посвящена комплексному решению проблемы надежности и достоверности данных о распределении статического давления на поверхности головной части ракетного аэрофизического комплекса типа М-100 в диапазоне чисел Рейнольдса потока  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ , чисел Маха  $M_\infty \leq 4,5$ , ускорения  $a \leq 32g$  в условиях полета по траектории при наличии аэродинамического нагрева, сжимаемости потока, эффекта воздействия на пограничный слой работающих двигателей РДТТ путем преодоления проблемы масштабных эффектов на основе численного решения уравнений Навье-Стокса в рамках программного продукта ANSYS CFX и летного эксперимента на головной части объекта типа М-100. Приведен обзор алгебраических, полудиференциальных и дифференциальных моделей пристеночной турбулентности и сделан вывод о целесообразности использования модели турбулентности Ментера. Проведен расчет статического давления на головной части объекта М-100 на основе численного решения уравнений Навье-Стокса в системе ANSYS CFX для турбулентного сверхзвукового режима, получено хорошее согласование результатов численного расчета статического давления и летных данных. Приводятся сравнительные расчетные данные по давлению, полученные авторами на основании некоторых других методов.*

**Ключевые слова:** статическое давление на головной части, летный эксперимент, прямое измерение давления, уравнения Навье-Стокса, модели турбулентности, программный продукт ANSYS CFX, сравнение расчетных и летных данных по давлению.

### Введение

Полет сверх- и гиперзвуковых объектов различного назначения [1-27] сопровождается одновременно сложными аэродинамическими, аэрофизическими, аэромеханическими процессами, аэродинамическим нагревом, вибрациями и деформациями конструкций, колебательными процессами, продольными и поперечными перегрузками, аэродинамическими нагрузками в условиях работающих двигателей ЖРД и РДТТ.

В пристеночных течениях при различных режимах обтекания сверх- и гиперзвуковых летных объектов имеют место эффекты сжимаемости, неизотермичности, ламинарно- турбулентного перехода, реламинаризации, нестационарности, продольный градиент давления, отрыв потока от поверхности с формированием локальных пиков тепловых потоков и статического давления [1-27].

Наличие таких процессов и эффектов обуславливает проблему выбора концепций и конструкций сверх- и гиперзвуковых объектов самолетного и ракетного типов. Решение этой проблемы требует реализация комплексного исследования различных характеристик летательных аппаратов, включая распределение статического давления на обтекаемых поверхностях, основанного на численном решении дифференциальных уравнений эллиптического типа Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу, на экспериментах в аэродинамических трубах и летных аэрофизических и аэродинамических экспериментах в связи с проблемой масштабных эффектов в сверх- и гиперзвуковой аэродинамике. Эта проблема обсуждена, например, в работах [3, 8, 9, 11÷18, 22, 23, 27]. Суть проблемы масштабных эффектов в аэродинамике больших скоростей состоит в том, что в сверх- и гиперзвуковых аэродинамических трубах одновременно не моделируются

натурные (летные) числа Рейнольдса и Маха, температурный фактор, степень и масштаб турбулентности потока, виброаэроупругие характеристики, продольные и поперечные перегрузки, наличие работающих авиационных и ракетных двигателей, а также не моделируется ламинарно-турбулентный переход и реламинаризация в пристеночных пограничных слоях прежде всего из-за наличия в рабочих частях сверх- и гиперзвуковых аэродинамических труб акустического поля.

Дифференциальные уравнения пристеночного турбулентного пограничного слоя, например [28÷32], и дифференциальные уравнения Навье-Стокса, например [34-39], широко используются при расчетах характеристик сверх- и гиперзвуковых турбулентных пристеночных течений. Однако приближенный характер уравнений пристеночного пограничного слоя, полученных при ряде допущений из уравнения Навье-Стокса [40], использование различных моделей турбулентности, например [28-33], требует экспериментальной проверки результатов расчетов. Для уравнений Навье-Стокса в связи с их эллиптическим характером необходимо использование метода установления, не решен вопрос о единственности решений, имеются трудности их решения в связи с наличием малого параметра при старшей производной, а применение алгебраических и двухпараметрических дифференциальных моделей турбулентности типа  $k$ - $\epsilon$  и  $k$ - $\omega$  позволяет рассчитывать достаточно надежно только отдельные характеристики сложных сверхзвуковых и гиперзвуковых пристеночных течений, в частности, распределения статического давления в отрывных зонах на обтекаемых поверхностях, согласующиеся с данными измерений в аэродинамических установках [41].

В связи с рядом ограничений и недостатков сверх и гиперзвуковых аэродинамических труб, численных методов расчета на основе дифференциальных уравнений параболического типа пристеночного турбулентного пограничного слоя, допускающих распространение возмущений вверх по потоку, и дифференциальных уравнений эллиптического типа Навье-Стокса, не допускающих распространения возмущений вверх по потоку, с отсутствием универсальных моделей турбулентности, важное значение приобрели летные аэрофизические и аэродинамические эксперименты на натуральных комплексах самолетного, ракетного и космического типа [3, 4, 5, 7÷18, 20÷27, 43÷52].

Комплексные исследования характеристик поля течения при транс-, сверх и гиперзвуковых скоростях обтекания тел на основе экспериментов в аэродинамических трубах, численных методов расчета и летных экспериментов позволяют получить надежные данные, необходимые для создания летальных

аппаратов различного назначения с оптимальными аэродинамическими, тепловыми и энергетическими характеристиками. Особую роль в комплексном исследовании играют летные эксперименты на аэродинамических и аэрофизических комплексах самолетного и ракетного типа. Результаты летных экспериментов являются в известной степени уникальными в том смысле, что они не могут быть получены на основе моделирования в аэродинамических трубах либо численными методами расчета и обладают высоким уровнем достоверности.

Использование летных данных о характеристиках транс-, сверх- и гиперзвуковых научно-исследовательских комплексов при создании объектов самолетного и ракетного типов позволяет, как обсуждено в [50, 51], сократить сроки их проектирования, повысить надежность, уменьшить количество летных испытаний для серийного выпуска, снизить стоимость проектов. Важное значение имеют результаты летных экспериментов о распределении статического давления на обтекаемых поверхностях, необходимого для определения нагрузок и расчетов на прочность, для расчетов сопротивления поверхностного трения и аэродинамического качества, теплообмена.

В связи с рядом ограничений численных методов расчета на основе уравнений Навье-Стокса, обсужденных выше, необходима их проверка путем сравнения результатов расчета по такой важной характеристике, как распределение давления на обтекаемых поверхностях летных объектов. Этой проблеме надежности и достоверности характеристик летательных аппаратов, преодоления проблемы масштабных эффектов на основе численного решения уравнений Навье-Стокса и летных экспериментов посвящена настоящая статья.

## Постановка проблемы

При создании сверх- и гиперзвуковых летательных аппаратов самолетного и ракетного типа большие перспективы, развитие и применение имеет вычислительная аэродинамика [34, 35] с использованием уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу [36÷42] и летных аэродинамических и аэрофизических экспериментов [3÷27, 43, 44÷52] наряду с актуальностью исследований в аэродинамических трубах [41]. Численные методы, вычислительная аэродинамика в целом позволяют выбрать аэродинамическую концепцию транс-, сверх и гиперзвуковых летательных аппаратов различных типов, рассчитать все виды сопротивлений, тепловые потоки и температуры, распределение статического давления на обтекаемых поверхностях, характеристики поля пристеночных течений (профили

скорости, температуры и т. д.). Это позволяет далее рассчитать необходимые характеристики авиационных и ракетных объектов.

Принимая во внимание ряд ограничений и недостатков численных методов расчета на основе уравнений Навье-Стокса и преимущество летных экспериментов в сравнении с опытами в аэродинамических установках, в настоящей статье ставится комплексная проблема объединения достоинств численных методов расчета и летных аэрофизических экспериментов о распределении статического давления на головной части летного научно-исследовательского ракетного комплекса типа М-100 при числах Маха полета  $M_\infty \leq 4.5$ , Рейнольдса  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$  [3, 22, 24, 53], созданного на основе ракеты М-100 [3], оснащенной бортовой электронной измерительной системой, телеметрией, датчиками. Это направление с использованием более широкого круга задач важно при создании сверхзвуковых самолетов, например, «Конкорд-П», гиперзвукового самолета Х-30 [55], ракет типа [44, 45] для сокращения срока их проектирования, увеличения надежности проектируемых объектов, значительного снижения доли экспериментов в аэродинамических трубах.

### Цель исследования

При создании сверх- и гиперзвуковых летательных аппаратов различного назначения важное значение имеет вычислительная аэродинамика, основанная на использовании уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу, с применением современных математических технологий решения конечно-разностных схем этих уравнений [34–37]. Следует отметить, что неявные конечно-разностные схемы этих уравнений, развиваемые в [37], являются абсолютно аппроксимируемыми и абсолютно устойчивыми. Это является безусловно их преимуществом перед явными схемами, несмотря на более сложную реализацию неявных схем.

Важное значение имеет расчет распределения статического давления и коэффициента давления на обтекаемых поверхностях транс-, сверх- и гиперзвуковых объектов. Данные о распределении давления на поверхностях летных объектов необходимы для расчета сопротивления поверхностного трения и теплообмена, для прогнозирования ламинарно-турбулентного перехода и отрыва пограничного слоя, для расчета аэродинамических нагрузок.

В связи с проблемой масштабных эффектов в аэродинамике транс-, сверх- и гиперзвуковых скоростей, обусловленной тем, что в транс-, сверх- и гиперзвуковых аэродинамических установках не

моделируются одновременно числа Рейнольдса и Маха потока, температурный фактор, нестационарность, вибрации и деформации объектов, степень турбулентности потока, воздействие работающих двигателей, важное значение имеют летные эксперименты [3, 4, 5, 7–18, 20–27, 43–52, 56]. В летных условиях получены уникальные данные о различных характеристиках транс-, сверх- и гиперзвуковых объектов и об эффектах в реальных условиях обтекания их поверхностей. В летных экспериментах на ракетных аэрофизических комплексах типа М-100 [3, 9, 11, 12, 23, 24, 57] получены данные о распределении давления и температуры по длине головной части при безотрывном обтекании, о распределении температуры по длине головной части и о локальных пиках температуры стенки в области отрыва пристеночных пограничных слоев перед ступенькой, о профиле температуры в турбулентном пограничном слое, о продольных и поперечных перегрузках при полете по траектории, о пульсациях давления на головной части в условиях старта, получена количественная информация о ламинарно-турбулентном переходе и об эффекте реламинаризации. В настоящем исследовании научный и практический интерес представляет распределение статического давления по длине головной части объекта типа М-100 при безотрывном обтекании в условиях движения по траектории при числах Маха  $M_\infty \leq 4,5$  и Рейнольдса  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$  [3].

Целью статьи является тестирование численного метода расчета статического давления на головной части ракетного аэрофизического комплекса типа М-100 на основе уравнения Навье-Стокса с использованием современной модели турбулентности путем сравнения результатов расчета и данных летного эксперимента на объекте типа М-100 [3] при движении его по траектории. Положительные результаты тестирования позволяют проводить надежные численные расчеты для других летных осесимметричных комплексов при  $M_\infty \leq 4,5$  и  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ .

### Изложение основного материала

В связи с качественно схожими аэродинамическими, аэрофизическими, газодинамическими, динамическими, тепловыми проблемами, проблемами пристеночной турбулентности, проблемами учета влияния работающих двигателей при создании транс-, сверх- и гиперзвуковых объектов ракетного и самолетного типов, обсужденными в предыдущих разделах настоящей статьи, возникает необходимость комплексного использования численных ме-

тодов расчета на основе уравнений Навье-Стокса и пограничного слоя, проведения экспериментов в аэродинамических трубах и летных экспериментов научно-исследовательского характера.

Комплексные решения указанных проблем позволяют учесть достоинства и возможности каждого из трех методов исследования и получить надежные данные как для проектирования транс-, сверх- и гиперзвуковых объектов, так и для формирования банка данных о различных их характеристиках.

Учитывая большие достижения в использовании уравнений Навье-Стокса для расчета характеристик сверх- и гиперзвуковых объектов при их безотрывном и отрывном обтекании [34÷43] и уникальность летных аэродинамических, аэрофизических и динамических экспериментов [3÷27], с научной и практической точек зрения имеет важное значение их интеграция как эффективное направление для расширения возможностей численных методов, углубления физических представлений о сложных процессах и эффектах, сопровождающие полет высокоскоростных аппаратов, для значительного повышения надежности и снижения срока проектирования объектов.

Особый интерес такая интеграция двух методов исследования вызывает при создании гиперзвуковых комплексов с интегральной схемой компоновки [1, 2, 55, 58], учитывающей взаимное влияние и взаимодействие внешних аэродинамических, газодинамических, тепловых процессов и внутренних процессов сгорания топлива, теплообмена излучением и вынужденной конвекции в камерах сгорания и в соплах, в целом интерференции планера и двигателя.

Особенности и возможности численных методов расчета на основе уравнений Навье-Стокса изложены, например в [34÷39, 41, 42].

Кроме математических сложностей, возникающих при использовании уравнений Навье-Стокса и конечно-разностной их аппроксимации при численном расчете характеристик сверх- и гиперзвуковых аппаратов различных типов, существуют трудности, связанные с применением моделей турбулентности для турбулентных и переходных режимов обтекания, обсужденные, например в [41]. При исследовании сверх- и гиперзвуковых турбулентных пристеночных течений широко используются алгебраические модели турбулентности, дифференциальные однопараметрические модели, двухпараметрические и реже трехпараметрические модели. Проблемы и физические особенности пристеночных турбулентных течений изложены, например, в [59÷82].

Большое развитие первоначально получили алгебраические модели турбулентности на основе

идей Буссинеска о турбулентной вязкости при расчете напряжения трения в турбулентном потоке и гипотезы Прандтля о длине пути перемешивания и разработанной им формулы для турбулентной вязкости

$$\mu_t = \rho l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right|, \text{ где } \rho - \text{плотность среды,}$$

$l$  – длина пути перемешивания,  $u$  – продольная составляющая скорости потока,  $l = \chi y$  вблизи обтекаемой стенки;  $\chi = 0,41$  – универсальная постоянная Кармана,  $y$  – вертикальная координата [40].

Трудности разработки алгебраических моделей пристеночной турбулентности обусловлены тем, что по современным взглядам турбулентный пограничный слой включает пять областей: 1) вязкий подслой; 2) переходную (буферную) область; 3) область логарифмического профиля скоростей; 4) область закона следа; 5) область перемежаемости [64]. Вязкий подслой, переходная область и область логарифмического профиля скоростей объединяются в одну внутреннюю область (область закона стенки). Область закона стенки составляет 20% от толщины турбулентного пограничного слоя и в ней генерируется около 80% энергии турбулентности, являющейся мелкомасштабной с «короткой» памятью, т. е. затухание возмущений происходит на расстояниях в несколько толщин пограничного слоя. Существование «закона стенки» связано с почти полным отсутствием памяти у внутренней области турбулентного пограничного слоя. На основе закона стенки разработаны эффективные численные методы интегрирования уравнений пограничного слоя.

Области закона следа и перемежаемости объединяются обычно в единую область, которая называется внешней и которая на толщине занимает на плоской пластине 80% от толщины пограничного слоя. Масштабом скорости в этой зоне является скорость на внешней границе пограничного слоя. В качестве линейного масштаба можно применять толщину пограничного слоя. Внешняя область имеет крупномасштабную турбулентность и обладает «долгой памятью», связанной с тем что для восстановления от возмущений требуются расстояния, превышающие во много раз толщину турбулентного пограничного слоя. Релаксационные свойства внешней области связаны непосредственно с эффектами «долгой памяти» и затрудняют создание надежных методов расчета пограничных слоев [64].

Соотношение толщин внутренней области 20%  $\delta_t$  и 80%  $\delta_t$  внешней области, где  $\delta_t$  – толщина турбулентного пограничного слоя, изменяется при большом продольном градиенте давления и в случае приближения к точке отрыва пограничного слоя, когда относительная толщина внутренней области уменьшается, участок логарифмического профиля

скорости сокращается и в точке отрыва полностью вырождается [64].

В сверхзвуковых пристеночных турбулентных потоках в сравнении с несжимаемыми существуют две особенности [64]: 1) при больших числах Маха переходная (буферная) область между вязким подслоем и турбулентным ядром существенно уменьшается и при числе Маха  $M_\infty = 9,0$  по опытным данным Хилла буферная область практически вырождается; 2) при увеличении числа Маха толщина вязкого подслоя возрастет; для несжимаемых течений толщина вязкого подслоя не превышает 3%, а при числе Маха  $M_\infty = 9,0$  по опытным данным Хилла составила 30% от толщины турбулентного пограничного слоя [64].

Сложная структура сжимаемых и несжимаемых пристеночных турбулентных пограничных слоев, о чем свидетельствуют, например, опыты Клайна и Рейнольдса [69], Корино и Бродки [70] по визуализации несжимаемых пристеночных турбулентных течений, в которых установлены нестационарность и трехмерность течения в окрестности стенки, наличие выбросов из пристеночной зоны струек замедленной жидкости, прорыв ускоренной жидкости из верхних слоев в пристеночную область, достаточно продолжительный период нестационарного молекулярного переноса, обусловила возможность только поэтапного моделирования пристеночной турбулентности.

На первом этапе была решена проблема разработки алгебраических моделей турбулентности, основанных на первоначальных идеях Буссинеска о введении понятия турбулентной вязкости, использования соотношения для турбулентных касательных напряжений Рейнольдса в виде формулы Ньютона

$$\tau_T = \mu_T \frac{\partial u}{\partial y},$$

понятия длины пути перемешивания Прандтля и полученного им выражения для турбулентного касательного напряжения  $\tau_T = -\rho \overline{u'v'}$ , где

$u'$  и  $v'$  - турбулентные пульсации продольной и вертикальной составляющих скорости течения, в виде  $\tau_T = \rho l^2 \left| \frac{\partial u}{\partial y} \right| \cdot \frac{\partial u}{\partial y}$ , где  $u$  - осредненная скорость течения в пристеночном пограничном слое. Эта формула Прандтля неприменима для изотропной турбулентности.

Крупным вкладом Прандтля в теорию вязких пристеночных течений явилась концепция пограничного слоя и полученные им из уравнений Навье-Стокса дифференциальные уравнения в частных производных параболического типа [40]. Разработанная Прандтлем алгебраическая модель присте-

ночной турбулентности и созданные далее различными авторами алгебраические модели использовались для замыкания уравнений турбулентного пограничного слоя.

В работе академика РАН С. С. Кутателадзе [71] приведено соотношение для турбулентной динамической вязкости в пристеночном турбулентном пограничном слое в виде  $\mu_T = \chi \rho v_* y$ , где  $\rho$  - плотность среды;  $v_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$  - динамическая скорость, характеризующая меру интенсивности переноса импульса;  $\tau_w$  - касательное напряжение на стенке;  $\chi$  - константа, связанная со структурой турбулентного потока на стенке;  $y$  - вертикальная координата;  $\mu_T = f(\tau_w, \rho, \mu, y, \delta_T)$  - коэффициент турбулентной динамической вязкости, где  $\mu$  - молекулярная вязкость среды;  $\delta_T$  - толщина турбулентного пограничного слоя.

Турбулентная динамическая вязкость  $\mu_T = \rho \cdot \nu_T$ , где  $\nu_T$  - кинематический коэффициент турбулентной вязкости, который не является физической характеристикой турбулентного течения, а представляет собой некоторую параметризацию турбулентного переноса субстанций.

В работе [72] академика РАН М. Д. Миллионщикова для турбулентного течения на пластине получено выражение для кинематического коэффициента турбулентной вязкости в виде  $\nu_T = a \cdot \nu_* \cdot (y - \bar{\delta}_1)$ , где  $a=0,39$ ;  $\nu_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$  - динамическая скорость;  $\bar{\delta}_1$  - безразмерная толщина вязкого подслоя в несжимаемом течении в пристеночном пограничном слое. В вязком подслое коэффициент  $a=0$ .

В работах [69, 70] экспериментально установлено, что существуют выбросы замедленной жидкости от обтекаемой поверхности во внешнюю часть турбулентного пограничного слоя и проникновение массы ускоренной жидкости в пристеночную область. Эти явления лежат в основе генерирования пристеночной турбулентности и указывают на необходимость учета в формулах для турбулентной вязкости механизма нелинейного взаимодействия молекулярного и турбулентного переноса импульса. Существуют различные способы учета такого взаимодействия. В связи с этим интерес представляет модель динамической турбулентной вязкости внутри вязкого подслоя Л. Д. Ландау и В. Г. Левича  $\mu_T = \bar{\beta} \cdot \rho \cdot \nu_* \cdot y^4 / y_0^3$ , где  $\bar{\beta}$  - экспериментально определенный коэффициент;  $\rho$  - плотность;  $y_0$  - толщина вязкостного подслоя;  $y$  - вертикальная координата;  $\nu_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$  - динамическая ско-

рость в пограничном слое. Формула Л. Д. Ландау и В. Г. Левича приведена в [71].

Общим для  $\mu_T$  моделей турбулентности С. С. Кутателазе [71] и М. Д. Миллионщикова [72] для турбулентного ядра пограничного слоя и модели турбулентности Л. Д. Ландау и В. Г. Левича для вязкого подслоя является их пропорциональность динамической скорости  $u_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$ , характеризующей перенос импульса к стенке и являющейся масштабом пульсационной скорости.

Для учета нелинейного взаимодействия молекулярного и турбулентного переносов импульса в турбулентном пограничном слое в теории турбулентного пристеночного пограничного слоя введено понятие эффективной турбулентной динамической вязкости  $\mu_{эф} = \mu + \mu_T$ , где  $\mu$  и  $\mu_T$  - соответственно коэффициенты динамической молекулярной и турбулентной вязкости [40, 64].

Из формулы Л. Д. Ландау и В. Г. Левича, приведенной выше для  $\mu_T = \bar{\beta} \cdot \rho \cdot u_* \cdot y^4 / y_0^3$  видно, что по мере приближения к стенке турбулентность в вязком подслое вырождается  $\sim y^4$  и при  $y=0$  значение  $\mu_T = 0$ , что соответствует наличию в непосредственной окрестности стенки и на стенке молекулярного механизма переноса импульса, а также энергии. При  $y \cdot u_* / \nu < 5$  для несжимаемого пограничного слоя на пластине имеет место чисто ламинарное трение [40].

Крупным достижением фундаментального свойства в теории турбулентности пристеночных турбулентных пограничных слоев является открытие каскадного механизма переноса энергии по спектру масштабов вихрей [40, 59, 60]. Важное значение для понимания пространственной структуры пристеночной турбулентности имеет корреляционная функция, получаемая путем одновременного измерения пульсаций скорости в двух соседних точках с помощью термоанемометра [40]. Она имеет вид

$$R = \overline{U_1' \cdot U_2'} / \left( \sqrt{\overline{U_1'^2}} \cdot \sqrt{\overline{U_2'^2}} \right).$$

Если измерять пульсации скорости в одном и том же месте в разные моменты времени ( $U_1'$  в момент  $t_1$  и  $U_2'$  в момент  $t_2 = t_1 + t$ ), то получим автокорреляцию пульсаций. Более полное представление о структуре турбулентности дает пространственно-временная корреляция пульсаций скорости, объединяющая пульсации скорости в различных местах в различные моменты времени [40].

Другой метод описания структуры турбулентности связан с использованием частотного анализа движения, с понятиями спектра турбулентного те-

чения и спектральной функции  $F(n)$ , которая представляет собой результат преобразования Фурье автокорреляционной функции. С возрастанием частоты  $n$  спектральная функция по опытным данным быстро уменьшается и для средней области частот  $n$  она определяется соотношением  $F(n) \sim n^{-5/3}$  на пластине для несжимаемого течения, что находится в соответствии с теорией А. Н. Колмогорова и В. Гейзенберга [40, 60].

Спектральное распределение энергии пульсационного движения приводит к выводу о существовании турбулентных вихрей (мезообъектов) самых разнообразных размеров в турбулентном пограничном слое. При больших числах Рейнольдса размеры таких турбулентных элементов (вихрей) отличаются один от другого на несколько порядков [40, 60]. Широкий диапазон размеров вихрей обусловлен механизмом растяжения вихревых трубок (нелинейного инерционного взаимодействия вихрей), посредством которого вихри приблизительно одинаковых размеров преобразуются в вихри следующего порядка малости [59]. При этом вихри существенно различных размеров не оказывают непосредственного влияния друг на друга и только сравнимые по размерам вихри могут обмениваться энергией [59].

Имеющий место в турбулентном пристеночном пограничном слое каскадный механизм последовательного уменьшения размеров вихрей и переноса энергии к вихрям всё меньших масштабов состоит в следующем [40, 59, 60]: энергия из основного пристеночного течения посредством напряжений Рейнольдса переносится в крупные энергосодержащие вихри, содержащиеся во внешней части пристеночного турбулентного пограничного слоя, имеющие размер порядка масштаба турбулентности  $L$  и не зависящие от вязкости, а далее энергия крупных вихрей ступенчатым образом передается на всё меньшие турбулентные вихри, существующие вследствие неустойчивости течения, и, наконец, в мелкомасштабных вихрях вблизи обтекаемой по-

верхности из-за сильных градиентов скорости ( $\frac{\partial u}{\partial x}$

и т. д.) и вследствие вязкой диссипации кинетическая энергия турбулентных пульсаций преобразуется в тепло. Каскадный механизм является трехмерным процессом и объясняет, почему в турбулентных пристеночных течениях сопротивление трения и распределение средней скорости слабо зависят от числа Рейнольдса, несмотря на то, что все потери энергии вызваны вязкостью [40]. Это согласуется с консервативными свойствами турбулентных пристеночных течений, впервые обсужденными в [66].

Важным достижением в создании алгебраических моделей пристеночной турбулентности являет-

ся введенная Ван-Дристом модель динамической турбулентной вязкости  $\mu_T = \rho \cdot \nu_T$  с демпфирующим множителем, учитывающим постепенное вырождение турбулентного переноса импульса по мере приближения к стенке, что согласуется с изменением турбулентной вязкости в соответствии с формулой Ландау-Левича. Эффективный коэффициент динамической вязкости имеет вид [64]:

$$\mu_{\text{эф}} = \mu + \rho \cdot \chi^2 \cdot y^2 \cdot \left(1 - e^{-\frac{y \cdot \nu_*}{\nu \cdot A}}\right)^2 \cdot \frac{\partial u}{\partial y}, \quad (1)$$

где  $\mu$  – молекулярная вязкость;  $\chi = 0,4$ ;  $A = 26$  – постоянная величина из опытов Лауфера;  $\nu_* = \sqrt{\tau_w / \rho}$  – динамическая скорость;  $\nu$  – коэффициент кинематической молекулярной вязкости;  $u$  – осредненная продольная составляющая скорости.

Существуют модификации постоянной  $A$  в (1), представленные, например, в [61, 64]: 1) по гипотезе Патанкара-Сполдинга  $A = 25,3 \cdot (\tau / \tau_w)^{-1/2}$ ; 2) по гипотезе Себеси, Смита, Мосинскиса  $A = 26 \cdot (1 + dp/dx \cdot y / \tau_w)^{-1/2}$ , которая обобщена на случай течения сжимаемого газа. Существует ряд других модификаций постоянной  $A$  [61, 64]. Все модификации постоянной  $A$  в (1) получены для зоны закона стенки (внутренней области) турбулентного пограничного слоя и проверены экспериментально [61].

Для внешней области турбулентного пограничного слоя с физической точки зрения интерес представляет формула Клаузера для коэффициента кинематической турбулентной вязкости  $\nu_T = k \cdot U \cdot \delta^*$ , где  $k=0,018$ ;  $U$  – продольная составляющая скорости;  $\delta^*$  – толщина вытеснения пограничного слоя.

Концепция длины пути перемешивания Прандтля имеет ряд недостатков: 1) по Бэтчелору подход, основанный на понятии длины пути перемешивания, позволяющий связать локальное турбулентное трение с градиентом средней скорости по вертикальной координате, не имеет строгого физического обоснования, но полезен при исследовании равновесных течений; 2) за областью резких изменений параметров структура пристеночного пограничного слоя вначале не соответствует турбулентной вязкости Прандтля, а затем релаксирует к ней вниз по потоку; 3) модель турбулентного касательного напряжения  $\tau_T = \rho \cdot l^2 \cdot |\partial u / \partial y| \cdot \partial u / \partial y \cdot (1 - \beta)$ , где коэффициент  $\beta$  отражает влияние пульсаций плотности, не учитывает одновременное воздействие на

путь перемешивания 1) различных возмущающих факторов (сжимаемости течения, продольного градиента давления, вдува газа в пограничный слой, химических реакций, неизотермичности по высоте пограничного слоя), не применима для сложных неавтономных течений; 4) существует ряд явлений, которые невозможно описать с помощью модели пути перемешивания Прандтля, например, турбулентности внешнего потока; 5) гипотеза о пути перемешивания приводит к выводу об исчезновении эффективной вязкости в точке с нулевым градиентом скорости, что приводит к нереальному выводу об отсутствии теплового потока в этой точке; 6) Таунсендом дана новая интерпретация длины пути перемешивания как характерной длины диссипации и предложена модификация пути перемешивания на основе уравнения локального баланса кинетической энергии турбулентности, в которой была учтена диффузия энергии турбулентности вблизи стенки в несжимаемом потоке, связанная с пульсациями давления и скорости; Бредшоу и McDonald расширили модель Таунсенда и создали метод расчета развития неравновесных турбулентных пограничных слоев с перспективой распространения на сжимаемые течения.

Различные модификации модели турбулентной вязкости и пути перемешивания [72-80] позволили устранить ряд их недостатков и проверить их эффективность на основе сравнения расчетных и опытных данных. При исследовании пристеночных турбулентных течений возникает вопрос о турбулентном числе Прандтля  $Pr_T$ . В работах Мейера и Ротты, Себеси и Рейнольдса А. Дж. [61, 64] приведены соотношения для  $Pr_T$ . В расчетах теплообмена и трения наиболее часто использовались значения  $Pr_T = 0,86-0,9$  [64]. Турбулентное число Прандтля по определению имеет вид  $Pr_T = \mu_T \cdot c_p / \lambda_T$ , где  $\mu_T$  – динамическая турбулентная вязкость;  $c_p$  – теплоёмкость среды при постоянном давлении;  $\lambda_T$  – коэффициент турбулентной теплопроводности.

В обзоре ЦАГИ [61] обсуждены различные типы алгебраических моделей пристеночной турбулентности, для длины пути перемешивания и коэффициента кинематической вязкости Сполдинга, Патанкара и Сполдинга, Себеси и Смита, Меллора и Херринга, Ван-Дриста и др. Общая оценка моделям турбулентности дана на Стэнфордской конференции [61].

В качестве примеров эффективного использования алгебраических моделей турбулентности можно привести модели В. Д. Совершенного [31], Меллора [32], Болдвинга-Ломакса [79], Себеси [80].

В [32] использована модель Меллора, соответствующая трехслойной концепции пристеночного турбулентного пограничного слоя для несжимаемых, сжимаемых течений и химически неоднородного газа на непроницаемых поверхностях пластины, сферы и тел овальной формы со сферическим затуплением. Меллор использовал результаты Клаузера и по аналогии с Ван-Дристом учел демпфирующее действие вязкого подслоя в турбулентном пограничном слое на турбулентные пульсации вблизи стенки. Модель эффективной вязкости Меллора в [32] использовалась в виде:

$$\frac{k \cdot y}{\nu} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \leq k_1;$$

$$\frac{\mu + \mu_T}{\mu} = \frac{k^2 \cdot y^2}{b \cdot \nu^2} \cdot \frac{\tau}{\rho} + \exp\left(-\frac{k^2 \cdot y^2}{b \cdot \nu^2} \cdot \frac{\tau}{\rho}\right); \quad (2)$$

$$k_1 \leq \frac{k \cdot y}{\nu} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho}} \leq \beta_0 \cdot \frac{u_e \cdot \delta^*}{\nu}; \quad \frac{\mu + \mu_T}{\mu} = \frac{k \cdot y}{\nu} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}; \quad (3)$$

$$\beta_0 \cdot \frac{u_e \cdot \delta^*}{\nu} \leq \frac{k \cdot y}{\nu} \cdot \sqrt{\frac{\tau}{\rho}}; \quad \frac{\mu + \mu_T}{\mu} = \beta_0 \cdot \frac{u_e \cdot \delta^*}{\nu} \cdot \gamma. \quad (4)$$

Здесь  $\nu$  - кинематический коэффициент молекулярной вязкости;  $\tau$  - локальное напряжение трения;  $k$ ,  $k_1$ ,  $\beta_0$  - эмпирические константы турбулентного пограничного слоя; величина « $b$ » в (2) выбирается из условия непрерывности эффективной вязкости ( $\mu + \mu_T$ ) при переходе от вязкого подслоя к турбулентному ядру;  $\gamma$  - коэффициент перемежаемости по Клебанову [40, 64].

Соотношения (2) описывают изменение эффективной вязкости в пределах вязкого подслоя и буферной зоны. Соотношение (3) справедливо в области турбулентного ядра, а (4) - во внешней зоне турбулентного пограничного слоя, где турбулентность имеет перемежающийся характер (область струйного течения). Проведенные в [32] численные расчеты на основе системы дифференциальных уравнений пристеночного турбулентного пограничного слоя подтвердили применимость соотношений (2)-(4) для описания несжимаемых и сжимаемых течений с теплообменом в широких диапазонах изменения чисел Маха и Рейнольдса в потоке и для сложных течений многокомпонентного диссоциированного газа. В численных расчетах коэффициент перемежаемости Клебанова в (4) использовался в виде  $\gamma = \left[11 + 5,5(y/\delta)^6\right]^{-1}$ , где  $\delta$  - толщина турбулентного пограничного слоя.

При предельном переходе  $y \rightarrow 0$  ( $y$  - вертикальная координата) формула (2) дает  $\mu_T = 0(y^4)$ , что согласуется с приведенной выше формулой

$\mu_T = \bar{\beta} \cdot \rho \cdot \nu_* \cdot y^4 / y_0^3$  Ландау-Левича для вязкого подслоя, с известными опытами Рейхарда [40] и с данными, приведенными в обзоре Б. С. Петухова [81].

Для полной постановки задачи в [32] учтена переходная область при наличии ламинарно-турбулентного перехода в пристеночном сжимаемом пограничном слое. Это важно особенно для гиперзвуковых скоростей, когда протяженность переходной зоны при некоторых условиях может быть соизмерима с зоной ламинарного и турбулентного режимов обтекания с максимумом теплового потока в точке наступления турбулентного течения. При этом учет переходной области позволяет избежать неопределенности в задании начальных условий и учесть предысторию течения [32]. Для определения коэффициента перемежаемости  $\gamma$  по длине переходной области пограничного слоя в [32] использовано соотношение Чена и Тайсона [82], полученное на основе концепции турбулентных пятен Эммонса. В дальнейшем в работах [8, 19-22] модифицированная авторами [21] формула Чена и Тайсона [82] для случая изменения коэффициента перемежаемости по времени использована для расчета температуры стенки сверхзвукового аэрофизического ракетного комплекса типа «Облако» [3] и показана ее эффективность [20-22]. В работах [19, 20] на основе экспериментальных данных по ламинарно-турбулентному переходу на пористой пластине при наличии отсоса воздуха из пристеночного пограничного слоя для 15-и значений безразмерного коэффициента отсоса при числе Маха потока  $M=2,5$  и использования продольной координаты в виде  $X = x - \bar{x}/\sigma$  ( $x$ -текущее значение продольной координаты в зоне перехода;  $\bar{x}$ -значение  $x$  при  $\gamma=0,5$ ;  $\sigma$ - дисперсия, определяемая интегралом  $\sigma^2 = \int_0^1 (x - \bar{x})^2 d\gamma$ ) установлено, что распределение коэффициента перемежаемости по длине зоны перехода совпадает с большой точностью с левой ветвью кривой Гаусса для распределения случайных ошибок, что согласуется с концепцией о случайном характере возникновения турбулентного режима течения.

В работе [27] на основании расчетов с использованием модифицированной формулы Чена и Тайсона для изменения коэффициента перемежаемости  $\gamma$  во времени в области ламинарно-турбулентного перехода впервые показано, что для реактивного снаряда типа ОФ-21 [83] при полете по траектории существует сначала ламинарный пограничный слой, далее переходный и турбулентный слои, и затем наступает полная реламинаризация (обратный пере-



ход) пристеночного турбулентного пограничного слоя.

На основе численного решения системы дифференциальных уравнений для пристеночного турбулентного пограничного слоя с использованием модели турбулентности Меллора (2)-(4) в [32] получено хорошее согласование с известными опытными данными о профилях скорости при числе Маха  $M=5,29$ , о формпараметре  $H = \delta^*/\delta^{**}$  при  $M=2,16$  на пластине, о логарифмическом профиле скорости, о коэффициенте трения на пластине для несжимаемого течения, о зависимости формпараметра  $H$  от параметра Грушвитца. Получены также расчетные данные об изменении коэффициента теплоотдачи при числе Маха  $M=11$  на сфере на высоте 25 км, о распределении тепловых потоков на сфере при ламинарном, турбулентном и переходном режимах обтекания для  $M=11$  на высоте 25 км, о распределении тепловых потоков в турбулентном пограничном слое на сфере с учетом и без учета явления диссоциации, о профиле температуры в диссоциированном турбулентном пограничном слое при скорости  $U_\infty = 8,9$  км/с. Учет диссоциации привел к возрастанию тепловых потоков.

Эффективность алгебраической модели Болдвина-Ломакса [79] показана путем сравнения расчетных и экспериментальных данных, представленных в работе [41] и полученных различными авторами для условий взаимодействия скользящего скачка уплотнения со сверхзвуковым турбулентным пограничным слоем в окрестности установленного на пластине вертикального киля при числе Маха  $M=4,0$ , с использованием осредненных по Рейнольдсу полных уравнений Навье-Стокса, а также в предположении коничности течения для киля с углом отклонения потока  $\alpha=20^\circ$ . Расчетное распределение относительного давления  $p/p_\infty$  на поверхности при наличии отрыва потока по алгебраической модели Болдвина-Ломакса и двухпараметрической дифференциальной модели согласовались между собой и с опытными данными [41].

Хорошо зарекомендовала себя алгебраическая модель пристеночной турбулентности В. Д. Совершенного [31], в которой эффективная вязкость  $\mu_{\text{эф}}$  представлена в виде суперпозиции молекулярной  $\mu$  и турбулентной  $\mu_T$  вязкостей, т. е.  $\mu_{\text{эф}} = k_1 \cdot \mu + k_2 \cdot \mu_T$ , где  $\mu_T$  дается известной формулой Прандтля  $\mu_T = \rho \cdot l^2 \cdot \partial u / \partial y$ , а коэффициенты  $k_1$  и  $k_2$  должны удовлетворять условию  $k_1=1, k_2=0$  при  $y \rightarrow 0$ ;  $k_1 \rightarrow 0$ ;  $k_2 \rightarrow 1$  при  $y \rightarrow \infty$  и определяются соотношениями, приведенными в [31]. В [31] получено хорошее согласование расчетных данных авторов и известных результатов экспериментов по числам Стантона,

коэффициенту трения, логарифмическому профилю скорости для случаев обтекания пористой пластины при вдуве газа, течения вдоль поверхности с резко изменяющейся температурой стенки, течения с сильным продольным градиентом давления  $\partial p / \partial x < 0$ .

Ряды алгебраических моделей пристеночной турбулентности разработаны Ю. В. Лапиным и сотрудниками и представлены, например, в [33, 84, 85].

Развитие алгебраических моделей пристеночной турбулентности, созданных на основе идей Буссинеска и Прандтля, позволило решить сложные прикладные задачи по теплообмену и сопротивлению при безотрывном и отрывном обтекании поверхностей турбулентным потоком, требующие экспериментальной проверки. В связи с недостатками многочисленных моделей пути перемешивания, отмеченные выше, и понятия кинематического коэффициента турбулентной вязкости  $\nu_T$ , строго несправедливого для неравновесной турбулентности и в условиях нелокального переноса тепла, импульса и других статистических свойств, с отсутствием возможности моделировать анизотропность турбулентности, принципиальное значение в развитии теории пристеночной турбулентности имеют идеи и система дифференциальных уравнений, сформулированные академиком А. Н. Колмогоровым [67]. А. Н. Колмогоровым введена турбулентная кинематическая вязкость  $\nu_T$  в виде  $\nu_T = \bar{K} \cdot \sqrt{E} / L$ , где  $E$  – плотность кинетической энергии турбулентных пульсаций,  $L$  – масштаб турбулентности,  $\bar{K}$  – постоянная. Для плотности кинетической энергии турбулентных пульсаций  $E$  и «псевдозавихренности»  $\omega = \sqrt{E} / L$  в [67] были предложены модельные дифференциальные уравнения переноса. Замкнутая система уравнений турбулентного переноса академика А. Н. Колмогорова [67] содержит алгебраические выражения для турбулентных напряжений и дифференциальные уравнения для средней скорости сдвигового течения несжимаемой жидкости, для «псевдозавихренности»  $\omega$ , для плотности кинетической энергии  $E$  турбулентных пульсаций. Эта система справедлива при больших числах Рейнольдса потока для развитой турбулентности. Использование дифференциального уравнения для плотности кинетической энергии турбулентных пульсаций позволяет в значительной мере исключить эмпиризм при учете эффекта неравновесности в турбулентных пограничных слоях, например, при наличии продольных градиентов давления  $\text{grad} P_x > 0$  и  $\text{grad} P_x < 0$ . Масштаб турбулентности  $L$  характеризует размер энергосодержащих (крупных) вихрей и

зависит от процессов переноса в поле сдвигового течения и от эффектов памяти, что справедливо и для энергии  $E$ .

Направление, созданное А. Н. Колмогоровым, было использовано в работах Г. С. Глушко и других авторов, что обсуждено, например в [60]. Полученная А. Н. Колмогоровым система уравнений в [67] была модифицирована для расчета сжимаемого пограничного слоя Уилкоксом, Саффменом, Гресси. Этот вопрос обсужден в [60].

Многообразие алгебраических моделей пристеночной турбулентности, ряд которых рассмотрен в настоящей работе, их ограничения и недостатки свидетельствуют об отсутствии универсальной модели. С теоретической и практической точек зрения возникла необходимость как прямого численного моделирования турбулентных течений, так и в разработке дифференциальных моделей пристеночной турбулентности различного уровня, учитывающих перенос турбулентной энергии, её генерацию, диссипацию и более тонкие эффекты, масштаб турбулентности [34, 35, 38, 39, 42, 59, 60, 61, 67, 68, 81].

Имеются большие трудности прямого численного моделирования пристеночной турбулентности (DNS), несмотря на отдельные успехи, которые обсуждены А. Ф. Курбатским [60] и А. А. Приходько [42]. Этот метод, основанный на численной реализации уравнений Навье-Стокса с выделением «устойчивой» и «пульсационной» частей решения, содержит проблему разрешимости масштабов, в частности, шаг разностной сетки при конечно-разностной аппроксимации уравнений Навье-Стокса должен быть меньше микромасштаба А. Н. Колмогорова  $\eta = \left( \nu_T^3 / \varepsilon \right)^{1/4}$  ( $\nu_T$  – коэффициент кинематической вязкости,  $\varepsilon$  – скорость диссипации кинетической энергии турбулентности) [34, 60]. Возникает необходимость решения уравнения Навье-Стокса на некотором динамическом интервале времени, который порядка крупномасштабных вихрей, а решение нужно проводить при малом шаге времени [60]. Это вызывает необходимость применения компьютеров с чрезвычайно высокой памятью и быстродействием, так как требует очень подробной сетки, состоящей из  $10^{15} \div 10^{17}$  узлов, а также имеются проблемы с выбором начальных условий воспроизведения турбулентных движений малых масштабов [42, 60]. Реализация с широким применением метода DNS возможна во второй половине XXI века [42].

Метод моделирования крупных вихрей (LES и DES) состоит в том, что анизотропные крупные энергосодержащие турбулентные вихри должны воспроизводиться достаточно точно путем численного решения трехмерных нестационарных диффе-

ренциальных уравнений гидродинамики на сравнительно грубой вычислительной сетке [60]. При этом параметризацией мелкомасштабных турбулентных вихрей является учет каскадной передачи энергии от энергосодержащих вихрей к мелким путем выделения турбулентной вязкости, являющейся механизмом «размешивания» энергии по степеням свободы турбулентных движений подсеточного масштаба [60].

Метод моделирования крупных вихрей (LES, DES) есть метод фильтрования турбулентности и является относительно универсальным, но требует эффективных алгоритмов и  $10^7 \div 10^{11}$  узлов расчетной сетки и, следовательно, суперкомпьютеров для решения нестационарных уравнений гидродинамики [42, 60]. Несмотря на то, что полученные результаты открывают некоторую перспективу, необходимо подчеркнуть, что концепция крупных турбулентных вихрей требует дальнейшего обоснования.

Следует отметить большой вклад А. А. Приходько [42] в математическое моделирование при решении задач аэродинамики и теплообмена и в разработку новых технологий математического моделирования. В [42] проведен анализ современных методов моделирования пристеночной турбулентности, трех методов замыкания при численных решениях уравнений Навье-Стокса, их достоинства и ограничения, анализ методов дискретизации расчетной области, проведено тестирование разработанных алгоритмов и программ. На основе работ [42, 86, 87, 89, 90] и ряда других А. А. Приходько создал в известной степени универсальное методологическое направление на основе полных трехмерных нестационарных и упрощенных уравнений Навье-Стокса для численного решения задач аэрогидродинамики и теплообмена.

В [42] приведены результаты современных расчетов на основе уравнений Навье-Стокса с использованием моделей турбулентной вязкости и компьютерной визуализации физических картин обтекания турбулентных трехмерных сверхзвуковых отрывных течений при взаимодействии скачка уплотнения с пограничным слоем, при обтекании трансзвуковым потоком профиля крыла с работающим авиадвигателем, при обтекании конуса под большими углами атаки сверхзвуковым потоком, треугольного крыла, цилиндра, установленного на пластине.

Большое развитие получили полудифференциальные, дифференциальные однопараметрические, двух- и трехпараметрические модели турбулентной энергии, импульса, тепла. В работе [91] проведено тестирование ряда моделей турбулентности, включая полудифференциальные модели турбулентности Джонсона-Кинга [92] и Хортон [93]. В модели

Джонсона-Кинга [92] получено алгебраическое соотношение для турбулентной кинематической вязкости, включающей демпфирующий множитель, и один из параметров, определяемый из решения обыкновенного дифференциального уравнения. Полулифференциальные модели [92, 93] обеспечили достаточно высокую точность расчетов продольных распределений коэффициента сопротивления трения, формпараметра  $H$ , профиля скорости на всей области течения, в том числе вблизи точки отрыва турбулентного пограничного слоя, что согласовалось с опытными данными, приведенными в трудах Стенфордской конференции [94], в которых также протестированы различные модели турбулентности.

В работе [81] проведен анализ одно-, двух и трехпараметрических моделей турбулентности применительно к теплообмену в турбулентных пристеночных течениях. А. Н. Секундовым [96] разработана однопараметрическая модель пристеночной турбулентности в виде дифференциального уравнения для турбулентной вязкости на основе баланса кинетической энергии турбулентности с использованием турбулентной кинематической вязкости по А. Н. Колмогорову [67] в виде  $\nu_T = \bar{K} \cdot \sqrt{E} / L$  и с учетом диссипации энергии турбулентности по Ротта [95]  $\varepsilon = C_1 \cdot \nu \cdot E / L^2 + C_2 \cdot E^{3/2} / L$ , где  $C_1$  и  $C_2$  – константы;  $\nu$  – кинематическая вязкость;  $E$  – плотность кинетической энергии турбулентности;  $L$  – масштаб турбулентности. Первый член описывает диссипацию кинетической энергии турбулентности при числах Рейнольда  $Re_L \ll 1$ , а второй при  $Re_L \gg 1$ , где  $Re_L = u \cdot L / \nu$ . В работе А. Н. Секундова [96] получены результаты расчетов в сжимаемом турбулентном пограничном слое о логарифмическом профиле скорости, о распределении турбулентной кинематической вязкости по толщине пограничного слоя, о коэффициенте поверхностного сопротивления трения вблизи точки отрыва при  $grad P_x > 0$ , о формпараметре  $H$ , об условиях реламинаризации (обратного перехода) турбулентного пограничного слоя при  $grad P_x < 0$  и достигнута удовлетворительная сходимость с опытными данными.

Следует отметить однопараметрические модели турбулентности Спаларта-Алмараса [97] и однопараметрические модели Саффмена, Ни и Коважно-го, обсужденные в [61], для сжимаемых тонких сдвиговых течений.

Общим недостатком полулифференциальных моделей пристеночной турбулентности [92, 93], однопараметрических моделей турбулентности [96, 61] является то, что в них моделируется турбулент-

ная вязкость  $\nu_T$ , являющаяся «нефизичной» величиной и представляет собой некоторую параметризацию переноса субстанции [60], не учитываются сложные процессы генерации и диссипации кинетической энергии турбулентности, процессы турбулентной диффузии, нелокальность, неоднородность, анизотропность пристеночной турбулентности, имеется зависимость  $\nu_T$  от состояния поля течения [60].

К настоящему времени большое развитие и экспериментальную проверку получили двухпараметрические дифференциальные  $E-\varepsilon$  (т. е.  $k-\varepsilon$ ) модели пристеночной турбулентности для дозвуковых и сверхзвуковых течений и  $E-\omega$  (т. е.  $k-\omega$ ) модель, особенно  $E-\varepsilon$  модель.  $E-\varepsilon$  модель учитывает порождение и диссипацию кинетической энергии турбулентности. В  $E-\omega$  модели учитывается порождение турбулентной энергии и завихренность турбулентности. В  $E-\omega$  модели  $\omega = \sqrt{E} / L$  – это «частота» пульсаций, где  $L$  – масштаб турбулентности;  $E$  – плотность кинетической энергии турбулентности на единицу массы. Уравнение для масштаба турбулентности  $L$  в явном виде было получено Г. С. Глушко и совместно с уравнением для турбулентной энергии  $E$  использовано им для расчета несжимаемого турбулентного пограничного слоя [98].

Уравнение для импульса турбулентности  $E \cdot L$  впервые получено Ротта [95] и совместно с уравнением для турбулентной энергии  $E$  использовалось им при расчете турбулентных течений.

К настоящему времени разработаны различные варианты дифференциальных двухпараметрических моделей турбулентности, отличающиеся дополнительным уравнением переноса для масштаба турбулентности, для скорости диссипации кинетической энергии турбулентности, для завихренности.

Двухпараметрическая дифференциальная модель турбулентности Колмогорова-Прандтля была модифицирована Джонсом-Лаундером [99, 100] и представлена для плоского течения в виде:

$$\rho u \frac{\partial E}{\partial x} + \rho v \frac{\partial E}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \rho (v + \nu_T) \frac{\partial E}{\partial y} \right] + \rho \nu_T \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - \rho \cdot \varepsilon - 2 \rho v \left[ \frac{\partial E^{1/2}}{\partial y} \right]^2 ; \quad (5)$$

$$\rho u \frac{\partial \varepsilon}{\partial x} + \rho v \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial y} \left[ \rho (v + \nu_T) \frac{\partial \varepsilon}{\partial y} \right] + \frac{C_{\varepsilon 1} \cdot \rho \cdot \nu_T \cdot \varepsilon}{E} \cdot \left( \frac{\partial u}{\partial y} \right)^2 - C_{\varepsilon 2} \frac{\rho \varepsilon^2}{E} - 2 \rho v \cdot \nu_T \cdot \left( \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right) . \quad (6)$$

Здесь  $\rho, u, v$  соответственно плотность, продольная и вертикальная составляющие скорости;  $\nu, \nu_T$  – соответственно молекулярная и турбулентная кинематические вязкости;  $E$  – кинетическая энергия турбулентных пульсаций скорости, а  $\varepsilon$  – её диссипация;  $C_{\varepsilon_1}, C_{\varepsilon_2}$  – коэффициенты;  $x, y$  – продольная и вертикальная координаты.

Численные расчеты Джонса и Лаундера [99, 100] по  $E-\varepsilon$  (т. е.  $k-\varepsilon$ ) модели формпараметра  $H$ , локального коэффициента сопротивления трения  $C_f/2$  и числа Стантона  $St$ , определенного с учетом эффекта реламинизации (обратного перехода) в турбулентном пограничном слое при  $\text{grad}P_x < 0$ , с хорошей точностью согласовались с опытными данными других авторов [61]. По концепции длины пути перемешивания расчеты дали неудовлетворительные результаты для числа Стантона  $St$  на участке реламинизации.

$E-\varepsilon$  (т. е.  $k-\varepsilon$ ) модель широко применялась для расчета характеристик сверхзвуковых двухмерных и трехмерных турбулентных отрывных течений различных типов. Соответствующие результаты авторов из ИТПМ СО РАН и других авторов представлены в [41]. В работах [101, 102] по ряду характеристик получено удовлетворительное согласование с экспериментальными методами.

Несмотря на широкое использование  $E-\varepsilon$  модели, в ней содержится ряд принципиальных недостатков [60]: 1) имеются трудности моделирования неравновесных турбулентных течений, в которых гипотеза локального равновесия не выполняется, т. е. порождение турбулентной энергии не равно ее диссипации; 2) плохо моделируются течения типа пограничного слоя над криволинейными и вращающимися поверхностями с заметным влиянием линий тока на механизм турбулентного переноса субстанций; 3) имеются трудности моделирования сверхзвуковых двухмерных и трехмерных отрывных течений при  $\text{grad}P_x > 0$ ; 4) требуется усовершенствование этой модели турбулентности, в частности для закрученных течений, например в камерах сгорания, за счет моделирования корреляций пульсаций давления, а также источников члена в уравнении переноса для  $\varepsilon$ .

Несмотря на имеющиеся недостатки  $E-\varepsilon$  (т. е.  $k-\varepsilon$ ) модели, отмеченные, например в [41, 60], полученные на основе этой модели результаты расчетов сложных несжимаемых и сжимаемых пристеночных турбулентных течений [99-102] позволяют сделать вывод о перспективности  $E-\varepsilon$  модели с учетом дальнейшего ее усовершенствования. Эта

модель более справедлива вдали от обтекаемой стенки.

Значительное развитие получила дифференциальная двухпараметрическая модель пристеночной турбулентности  $E-\omega$  (т. е.  $k-\omega$ ) для дозвуковых и сверхзвуковых турбулентных пограничных слоев. Величина  $\omega$  по Колмогорову есть «псевдозавихренность», есть частота турбулентных пульсаций и определяется зависимостью  $\omega = \sqrt{E}/L$ , где  $L$  – масштаб турбулентности, имеющий смысл среднего размера крупномасштабных энергосодержащих вихрей. Модель  $E-\omega$  турбулентности реализована успешно, например в [38, 39, 41, 103]. В работах [38, 103] на основе численного решения уравнений Навье-Стокса с использованием  $E-\omega$  модели пристеночной турбулентности в случае обтекания сверхзвуковым турбулентным потоком прямых и наклонных ступенек на пластинах получено достаточно хорошее согласование расчетных и опытных данных о распределении статического давления на поверхности, о коэффициенте сопротивления трения и о профилях скорости при отсутствии и наличии отрыва потока. Результаты сравнения расчетных и опытных данных обсуждены также в [41].

Среди двухпараметрических дифференциальных  $E-\omega$  моделей пристеночной турбулентности достаточно часто используется модель Ф. Р. Ментера [39], показавшая в ряде случаев преимущества в сравнении с алгебраической моделью и с различными модификациями двухпараметрических  $E-\omega$  моделей при наличии положительного градиента давления  $\text{grad}P_x > 0$  для несжимаемых течений [91].

В аэродинамике и теплофизике получила развитие трехпараметрическая дифференциальная модель пристеночной турбулентности, особенности которой и результаты численных расчетов характеристик пристеночных турбулентных течений обсуждены в [81]. Модель с тремя уравнениями переноса позволяет уточнить описание турбулентных течений за счет увеличения числа уравнений. Ханжалик и Лаундер применили трехпараметрическую модель турбулентности для двухмерного турбулентного пограничного слоя. Эта модель получила названия  $\overline{uv}k\varepsilon$  модели, так как в ней рассматриваются уравнения переноса кинетической энергии турбулентности « $k$ », касательного напряжения  $\overline{uv}$  и скорости диссипации кинетической энергии турбулентности « $\varepsilon$ ». В трехпараметрической модели используется точное уравнение переноса для полного тензора напряжений Рейнольдса.

В [61] обсужден метод инвариантного моделирования пристеночной турбулентности, включая сжимаемые течения. Для двухмерного турбулентно-

го пограничного слоя с  $\text{grad}P_x = 0$  замыкание уравнений с учетом корреляций второго порядка приводит к системе из десяти уравнений. Это уравнения неразрывности, импульса, энергии и уравнения переноса пульсационных моментов второго порядка  $\overline{u^2}, \overline{v^2}, \overline{w^2}, \overline{uv}, \overline{v\theta}, \overline{u\theta}, \overline{\theta^2}$ , где  $\theta$  - пульсация температуры. Несмотря на ряд достижений этого метода по результатам численных расчетов для сверхзвукового турбулентного пограничного слоя при числах Маха потока  $M_\infty = 3; 3,5$  коэффициента трения, касательного напряжения, профиля скорости, согласующихся с опытными данными [61], этот метод требует усовершенствования и широкой экспериментальной проверки для условий  $\text{grad}P_x > 0$  и  $\text{grad}P_x < 0$ , неизотермичности, сжимаемости.

Большой вклад в моделирование турбулентности и расчет турбулентных высокотемпературных пристеночных течений внес В. М. Иевлев [68]. В. М. Иевлевым была поставлена проблема о влиянии теплового излучения на турбулентные пульсации температуры в такого типа течениях и получены первые расчетные результаты. Работы расчетного характера по этой проблеме Н. А. Рубцова, Б. С. Петухова, В. И. Найденова и С. А. Шиндина, Р. Висканта, И. А. Ватугина и Б. А. Коловандина обсуждены в [104]. В работе А. И. Леонтьева и А. М. Павлюченко [104] эффект влияния переноса ИК излучения на среднеквадратичные пульсации температуры в турбулентном пограничном слое  $\text{CO}_2$  на сильно отражающей пластине при воздействии внешнего потока излучения впервые подтвержден экспериментально на основе интеграции теоретических соотношений  $\sqrt{\langle T'^2 \rangle} = f(\partial T / \partial y)$ , полученных из уравнений переноса для  $\langle v'T' \rangle$  и  $\langle T'^2 \rangle$  для чисел  $\text{Re}_L \gg 1$ , и высокоточных опытных данных о профилях средней температуры в поле ИК излучения в  $\text{CO}_2$ , измеренных с помощью микротермометра сопротивления с золоченой вольфрамовой нитью толщиной 20 микронов и аппроксимированных сглаживающим кубическим сплайном для корректного определения производной  $\partial T / \partial y$  в вязком тепловом подслое, в буферной зоне и в области турбулентного ядра пристеночного пограничного слоя. При этом в пределах теплового подслоя и буферной зоны ИК излучение приводило как к увеличению среднеквадратичных пульсаций  $\sqrt{\langle T'^2 \rangle}$ , так и к уменьшению  $\sqrt{\langle T'^2 \rangle}$  в  $\text{CO}_2$  в зависимости от расстояния до обтекаемой пластины.

Полученные в [104] результаты указывают на необходимость модернизации известных моделей

турбулентности для расчета конвективного теплообмена в поглощающе-излучающих пограничных слоях, которые описываются интегродифференциальными уравнениями значительно более сложными, чем уравнения Навье-Стокса.

В целом, для решения самых сложных задач аэрогазодинамики, тепло- и массообмена применительно к сверх- и гиперзвуковым объектам при их безотрывном и отрывном обтекании перспективы имеют двух- и трехпараметрические дифференциальные модели пристеночной турбулентности, а также инвариантное моделирование. Прямое численное моделирование турбулентности относится к отдаленной перспективе.

В современной аэродинамике сверх- и гиперзвуковых скоростей важное значение имеют надежные данные о распределении статического давления на обтекаемых поверхностях объектов для расчета аэродинамических нагрузок, сопротивления поверхностного трения, аэродинамического качества, тепловых потоков, для определения режима обтекания и формирования отрыва пристеночного пограничного слоя. В связи с некоторыми ограничениями уравнений Навье-Стокса, обсужденными во введении настоящей работы, отсутствием универсальных алгебраических и дифференциальных моделей турбулентности при их многообразии, проанализированных выше, наличием в аэродинамике сверх- и гиперзвуковых скоростей масштабных эффектов, обусловленных тем, что в аэродинамических трубах не моделируются прежде всего числа Рейнольдса в условиях полета летательных аппаратов, одновременно числа Рейнольдса и Маха, являющиеся важнейшими критериями подобия, и температурный фактор, вибрации и деформации конструкций, работающие двигатели, а наличие в сверх- и гиперзвуковых аэродинамических трубах акустического поля в их рабочих частях не позволяет получить надежные данные о числах Рейнольдса в начале ламинарно-турбулентного перехода и длине зоны перехода, о начале реламинаризации турбулентного пограничного слоя, невозможно получить достоверные данные о характеристиках сверх- и гиперзвуковых летательных аппаратов, в частности, это относится к распределению статического давления на обтекаемых поверхностях [3, 22, 23, 27, 53].

Особую роль в этих условиях играют аэрофизические и аэродинамические эксперименты [3÷5, 7÷26, 44÷49, 52, 105], в которых получены достоверные данные о различных характеристиках транс-, сверх- и гиперзвуковых пристеночных течений. Выше была отмечена роль распределений статического давления на обтекаемых поверхностях летных объектов в связи с проблемой масштабных эффектов. В обзорной статье авторов [105] проведен ана-

лиз методов диагностики и результаты измерений многочисленных характеристик транс-, сверх- и гиперзвуковых летных комплексов различного назначения, включая измерения распределений давления на обтекаемых поверхностях трансзвуковых самолетов ЦАГИ [52] и С-130 [105], ракетного аэрофизического комплекса типа М-100 [3, 23], КЛА-МИ «Спейс-Шаттл» [4, 7, 17, 18], на ракетах космического назначения в условиях вывода на орбиту [44, 45].

Научное и практическое значение имеют результаты измерения температуры и статического давления по длине головной части ракетного научно-исследовательского аэрофизического комплекса типа М-100, созданного на базе метеоракеты, в диапазоне изменения числа Маха набегающего потока  $1,4 \leq M_\infty \leq 4,2$ , числа Рейнольдса  $Re_{L,\infty} \leq 0,8 \cdot 10^8$  в условиях аэродинамического нагрева при наличии турбулентного пограничного слоя и его реламинизации, работающего двухступенчатого двигателя твердого топлива (РДТТ), продольного ускорения  $a \leq 32g$  и вибраций корпуса [3, 8, 9, 11÷13, 22, 23]. Статическое давление в 7 точках по длине головной части объекта типа М-100 измерялось с помощью индуктивных дифференциальных малогабаритных датчиков ДМИ в диапазоне их функционирования от -1 до +3 кг/см<sup>2</sup>. С целью создания опорного давления для датчиков ДМИ в летных условиях использовалась герметичная емкость с заданным давлением  $1 \cdot 10^5$  Н/м<sup>2</sup>. Тарировка датчиков ДМИ проведена в лабораторных условиях. Они вибропрочны, виброустойчивы и выдерживают перегрузку до 100g в любом направлении. ДМИ содержат магнитные цепи двух катушек и мембрану в качестве чувствительного элемента, которая под действием избыточного давления деформируется. При этом индуктивное сопротивление одной катушки увеличивается, а другой уменьшается на величину, пропорциональную перемещению мембраны. Напряжение разбаланса моста пропорционально сопротивлению плеч, следовательно, и измеряемому давлению. Длина трасс отбора статического давления с обтекаемой поверхности М-100 составила 150 мм и их инерционность по данным исследований в импульсной трубе ИТПМ СО РАН не превышала 10мс. Сигналы от 7 датчиков ДМИ поступали на электронный коммутатор. Блок согласования преобразовывал аналоговые сигналы датчиков ДМИ ( $\pm 100$  мВ) в импульсы, манипулирующие частотой 800 кГц передатчика. Прием телеметрического сигнала осуществлялся радиолокационной станцией, которая одновременно фиксировала координаты М-100. Телеметрическая информация записывалась с помощью фотоприставки радиолокационной станции. Телеметрия

М-100 имела 40 каналов, опрос датчиков осуществлялся через 18мс. Ошибка измерений статического давления по длине головной части М-100 составляла 3%, что является большим достижением, и определялась качеством телеметрии [3]. Для исключения влияния аэродинамического нагрева головной части М-100 на бортовые измерительные системы и на датчики давления ДМИ, прежде всего на их мембраны, все системы и датчики ДМИ были термостатированы с помощью эффективной термоизоляции.

Следует отметить, что измеренный с использованием датчика Холла угол атаки объекта типа М-100 [3] в полете с погрешностью  $0,3^\circ$  был близок к нулю для времени полета  $\tau \leq 22$  с. [12].

В работе [3] летные данные о распределении статического давления на головной части аэрофизического комплекса типа М-100 приведены в виде зависимостей  $\Delta E$  в милливольтках от времени по траектории для 4 точек по длине от  $x=0,243$  м до  $x=0,487$  м. В работе [23] приведена зависимость статического давления  $P_w$  на головной части комплекса М-100 в полете от числа Маха набегающего потока в диапазоне  $1,4 \leq M_\infty \leq 4,2$  с использованием данных из [3] и зависимости числа Маха  $M_\infty$  от времени на траектории.

Следует отметить, что в [3] приведены летные данные о распределениях во времени температуры стенки головных частей ракетных аэрофизических комплексов типа М-100 и «Облако» в различных точках по их длине в условиях работающих двигателей твердого топлива (РДТТ). Эти результаты были использованы в работах А. М. Павлюченко и соавторов [8÷13, 16, 19÷24, 27] для проверки в летных условиях асимптотической теории турбулентного пограничного слоя академиков РАН С. С. Кутателадзе и А. И. Леонтьева [9, 24, 27, 66], теории турбулентных пятен Эммонса для зоны ламинарно-турбулентного перехода пограничного слоя [8, 19÷22], для получения летных данных о числе Рейнольдса в начале ламинарно-турбулентного перехода на головной части объекта типа «Облако» [20÷22] и в начале реламинизации (обратного перехода) турбулентного пограничного слоя на объекте типа М-100 [23, 24], для широкой проверки градиентного критерия устойчивости сжимаемых течений академика РАН Н. Н. Яненко и д. ф.-м. н. С. А. Гапонова [16], для создания экономичных («быстрых») методик расчета температуры стенки объектов типа М-100 и «Облако» [20÷24] с учетом сжимаемости, неизотермичности, ламинарно-турбулентного перехода и эффекта реламинизации в пристеночных пограничных слоях.

В соответствии с комплексной постановкой задачи проводится сравнение распределения статиче-

ского давления на головной части аэрофизического ракетного комплекса типа М-100 на основе летного эксперимента [3, 23] и численного метода расчета с использованием уравнений Навье-Стокса в рамках программного комплекса ANSYS CFX с целью его верификации и расширения на сложные условия обтекания головной части М-100. Важное значение имеет сравнение результатов расчета статического давления на М-100 на основе комплекса ANSYS CFX и газодинамической формулы Ньютона, обоснованной в [53] теоретически и для летных условий, и варианта метода характеристик и конических течений, разработанного в [107] и проверенного для летных условий в [53].

SST (базовая модель) модель турбулентности Ментера [108] приобрела достаточную известность. В работе [109] Ершова С. В. и др. проведено сравнение результатов расчетов по SST модели Ментера и модели Болдуина-Ломакса [79] турбулентных течений в аксиальной турбине. SST модель Ментера (Shear Stress Transport – модель переноса сдвиговых напряжений) была использована в программном продукте CFX-TASCflow как удачная модель, основанная на двух дополнительных дифференциальных уравнениях.

Программный продукт ANSYS использован в [110] для численного моделирования сверхзвукового отрывного течения в трактах современных воздушно-реактивных двигателей. Версия программного продукта ANSYS CFX успешно апробирована для численного моделирования характеристик канальных диффузоров центробежных компрессоров в [111] и в [112], при численном решении задачи о характеристиках лопаточного диффузора и в обеих работах получено согласование с опытными данными авторов.

Принимая во внимание достаточно широкое применение программного продукта ANSYS CFX и хорошо зарекомендовавшие  $k-\omega$  модель турбулентности Ментера [39] и варианты моделей турбулентности этого автора [108, 109], в настоящей работе на основе поставленной задачи, во-первых, проведен численный расчет распределения давления на поверхности головной части ракетного аэрофизического комплекса типа М-100, летные данные о котором представлены в [3, 23, 53], во-вторых, осуществлено сравнение результатов численных расчетов с летными данными. Такая задача решается впервые, что позволяет расширить диапазон применения программного комплекса ANSYS CFX не только, например, для сверхзвуковых течений в трактах воздушно-реактивных двигателей [110], для течений в элементах центробежных компрессоров [111, 112], но и для ракетного аэрофизического комплекса типа М-100 [3, 12, 23, 24] в диапазоне чисел

Маха  $M_\infty \leq 4,5$ , Рейнольдса  $Re_{L,\infty} \leq 0,8 \cdot 10^8$  при наличии неизотермичности и сжимаемости течения.

Численное моделирование обтекания головной части объекта типа М-100 выполнено в программном комплексе ANSYS CFX V.15.1 путем решения уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу. На рис.1 представлена головная часть аэрофизического комплекса [3] без двухступенчатого двигателя РДТТ.

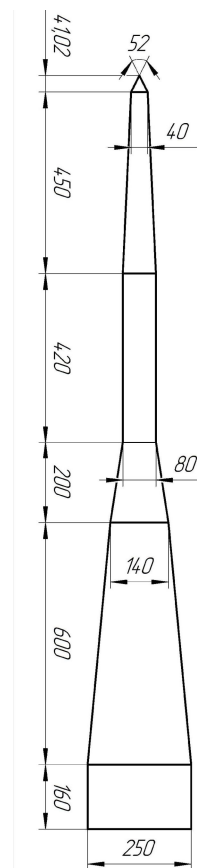


Рис. 1. Головная часть аэрофизического комплекса типа М-100 [3]

Данные зависимости числа Маха  $M_\infty$  и соответственно числа Рейнольдса набегающего потока известны из летных экспериментов М-100 [3].

Система уравнений, включающих осредненные по Рейнольдсу уравнения Навье-Стокса, имеет вид:

$$\frac{\partial \rho \mathbf{U}}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{U} \cdot \mathbf{U}) = -\nabla p + \nabla(\boldsymbol{\tau} - \rho \overline{\mathbf{U}' \cdot \mathbf{U}'}) + \mathbf{F},$$

$$\frac{\partial p}{\partial t} + \nabla(\rho \mathbf{U}) = 0, \quad (7)$$

где  $\mathbf{U}$  – осредненное по времени поле скоростей,  $\rho$  – плотность среды,  $p$  – статическое давление,  $\boldsymbol{\tau}$  – тензор вязких напряжений,  $-\rho \overline{\mathbf{U}' \cdot \mathbf{U}'}$  – тензор рейнольдсовых напряжений,  $\mathbf{F}$  – вектор объемных сил.



Эти уравнения дополняются уравнением энергии

$$\frac{\partial(\rho h^*)}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{U} h^*) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (\mathbf{U} \cdot \boldsymbol{\tau}) + \mathbf{U} \cdot \mathbf{F}, \quad (8)$$

где  $h^*$  – полная энтальпия;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности газа;  $T$  – статическая температура газа.

Тензор рейнгольдсовых напряжений определяется согласно гипотезе Буссинеска:

$$-\rho \overline{\mathbf{U}' \cdot \mathbf{U}'} = \mu_t \left( \frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \frac{2}{3} \left( \rho k + \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_i} \right) \delta_{ij}, \quad (9)$$

где  $\mu_t$  – турбулентная вязкость;  $u_i, u_j$  – компоненты вектора скорости;  $x_i, x_j$  – пространственные координаты;  $k$  – кинетическая энергия турбулентных пульсаций;  $\delta_{ij}$  – символ Кронекера.

В данной работе для замыкания уравнений Навье-Стокса использована двухпараметрическая полуэмпирическая SST модель турбулентности Ментера [39]. Транспортные уравнения этой модели имеют вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t}(\rho k) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho k u_j) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right] + \\ &+ P_k - \beta' \rho k \omega; \\ \frac{\partial}{\partial t}(\rho \omega) + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho \omega u_j) &= \frac{\partial}{\partial x_j} \left[ \left( \mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\omega} \right) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right] + \\ &+ (1 - F_1) \frac{2\rho}{\sigma_{\omega 2}} \frac{\partial k}{\omega} \frac{\partial \omega}{\partial x_j} + \alpha \frac{\omega}{k} P_k - \beta \rho \omega^2, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\mu$  – динамическая (молекулярная) вязкость,  $\sigma_k, \beta', \sigma_\omega, \sigma_{\omega 2}, \alpha, \beta$  – константы модели турбулентности,  $P_k$  – член генерации турбулентной энергии,  $F_1$  – весовая эмпирическая функция, которая обеспечивает плавный переход от  $k$ - $\omega$  модели в пристеночной области к  $k$ - $\varepsilon$  модели вдали от стенок.

Особенностью модели турбулентности Ментера (в отличие от других  $k$ - $\omega$  моделей) является применение следующего соотношения, лимитирующего величину турбулентной вязкости и позволяющего более точно моделировать отрыв потока при положительном продольном градиенте давления:

$$\mu_t = \frac{\rho \cdot \alpha_1 \cdot k}{\max(\alpha_1 \omega; F_2 \Omega)}, \quad (11)$$

где  $\alpha_1$  – константа модели турбулентности,  $F_2$  – функция переключения (подобно  $F_1$ ),  $\Omega$  – завихренность в турбулентном потоке.

Численный расчет статического давления по длине головной части объекта типа М-100 проводился в стационарной постановке со схемой дискретизации высокого разрешения. В качестве граничных условий на входе задавались скорость набегающего потока, статическое давление и статическая температура окружающей атмосферы. Задавалась степень турбулентности потока.

При расчете сверхзвукового обтекания головной части М-100 граничные условия на выходе из расчетной области в ANSYS CFX не требуются задавать. На боковых границах расчетной области задавались атмосферные значения давления и температуры. Применялась тетраэдральная сетка с призматическими пристеночными слоями, состоявшая из 1823404 элементов. Количество пристеночных слоев составляло 25. Часть расчетной сетки представлена на рис. 2.

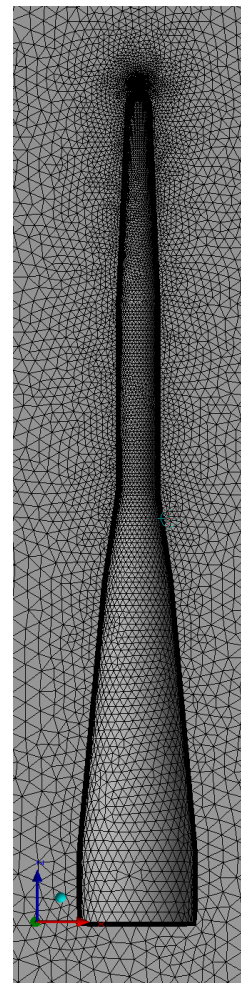


Рис. 2. Расчетная сетка численного расчета параметров обтекания головной части аэрофизического комплекса типа М-100 на основе программного комплекса ANSYS CFX



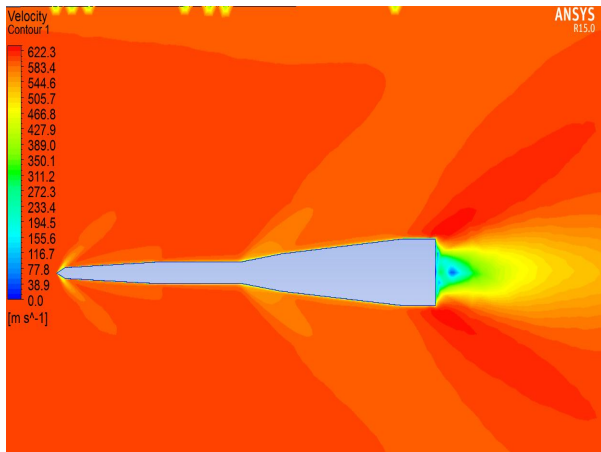


Рис. 3. Визуализация результатов численного расчета скорости потока в окрестности головной части аэрофизического комплекса типа М-100 на основе программного комплекса ANSYS CFX

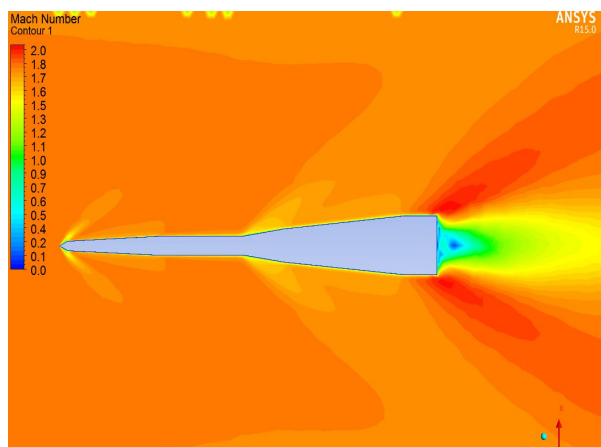


Рис. 4. Визуализация результатов численного расчета чисел Маха потока в окрестности головной части аэрофизического комплекса типа М-100 на основе программного комплекса ANSYS CFX

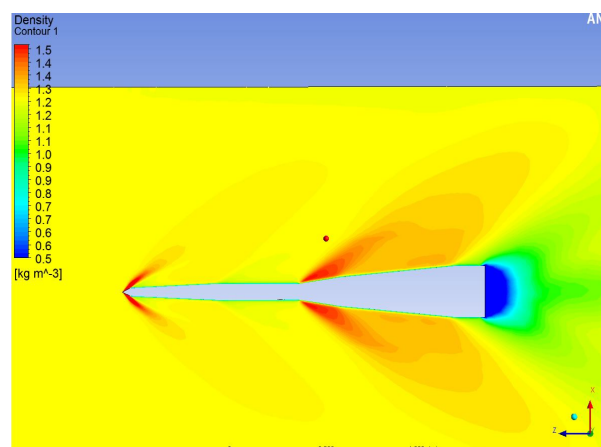


Рис. 5. Визуализация результатов численного расчета плотности потока в окрестности головной части аэрофизического комплекса типа М-100 на основе программного комплекса ANSYS CFX

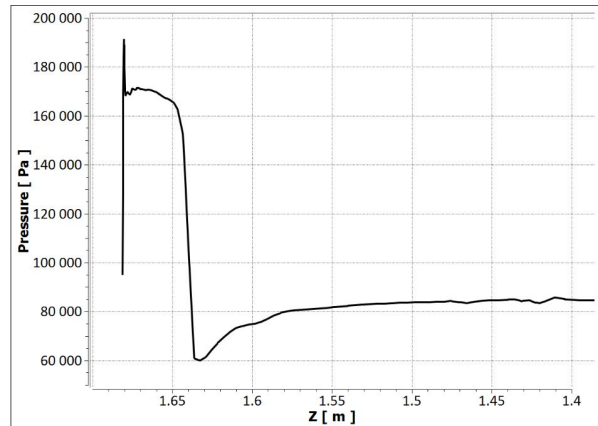


Рис. 6. Расчетные данные о распределении статического давления по длине головной части объекта типа М-100 при числе  $M_\infty=1,6$  ( $H=1500$  м;  $T_\infty=277,6^0\text{K}$ ;  $P_\infty=83521,5$  Па;  $\rho_\infty=1,016$  кг/м<sup>3</sup>;  $a_\infty=334,0$  м/с;  $V_\infty=534,4$  м/с)

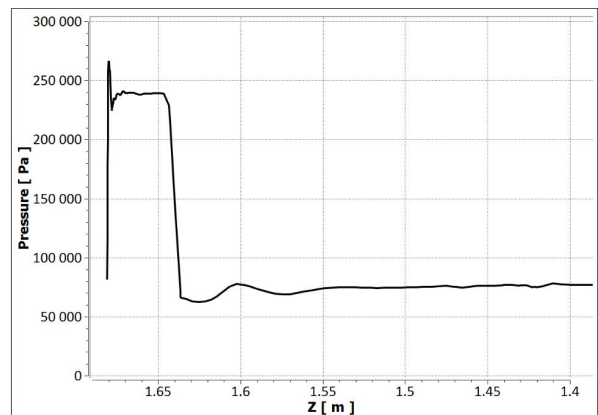


Рис. 7. Расчетные данные о распределении статического давления по длине головной части объекта типа М-100 при числе  $M_\infty=2,6$  ( $H=2500$  м;  $T_\infty=271,8^0\text{K}$ ;  $P_\infty=74680,2$  Па;  $\rho_\infty=0,928$  кг/м<sup>3</sup>;  $a_\infty=330,4$  м/с;  $V_\infty=859,1$  м/с)

На рис. 3 - 5 для примера приведены расчетные газодинамические картины обтекания головной части (без двухступенчатого двигателя твердого топлива) ракетного аэрофизического комплекса типа М-100 [3]. Параметры на входе составляли: давление 98000 Па, температура 273° К, скорость 600 м/с. Шероховатость поверхности 1,6 мкм.

В соответствии с газодинамическими особенностями обтекания головной части комплекса типа М-100 на рис. 6-8 представлены расчетные данные о распределениях статического давления по длине головной части объекта типа М-100 (рис. 1) соответственно при числах Маха потока  $M_\infty=1,6; 2,6; 3,6$  с указанием полетных высот и соответствующих им значений параметров стандартной атмосферы. Эти

данные для объектов ракетного типа с использованием комплекса ANSYS CFX получены впервые.

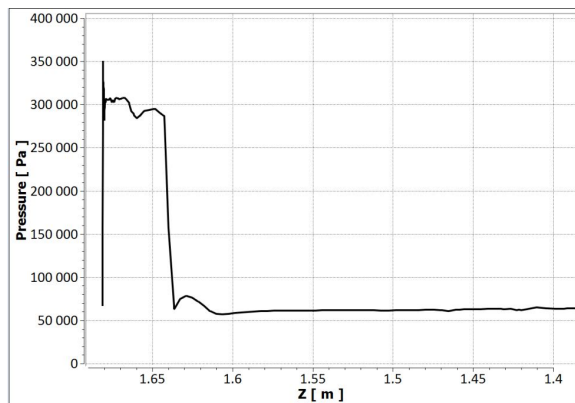


Рис. 8. Расчетные данные о распределении статического давления по длине головной части объекта типа М-100 при числе  $M_\infty=3,6$  ( $M=3,6$ ;  $H=4000$  м;  $T_\infty=262,0^0\text{K}$ ;  $P_\infty=61637,5$  Па;  $\rho_\infty=0,794$  кг/м<sup>3</sup>;  $a_\infty=324,5$  м/с;  $V_\infty=1168,2$  м/с)

На первом этапе на рис. 9 проведено прямое сравнение результатов расчета статического давления на головной части аэрофизического комплекса типа М-100 на основе программного комплекса ANSYS CFX с использованием SST модели турбулентности Ментера с данными летного эксперимента [3, 23] на этом объекте в зависимости от числа Маха набегающего потока. Данные, приведенные на рис. 9, свидетельствуют о хорошем согласовании расчетных и летных значений статического давления на головной части М-100.

На втором этапе на рис. 10 проведено сравнение расчетных данных авторов на основе программного продукта ANSYS CFX с использованием описанной выше SST модели турбулентности Ментера [39] распределений статического давления на головной части объекта типа М-100 в точке  $X=0,243$  м в зависимости от числа Маха потока с расчетными данными по газодинамической формуле Ньютона, все-сторонне обоснованной теоретически по методам расщепления и установления [53], на основе летных экспериментов на объекте типа М-100 [3] и по методу характеристик и конических течений в работе авторов [53].

На рис. 10 представлены результаты расчетов статического давления с помощью программного комплекса ANSYS CFX и SST модели турбулентности Ментера, с использованием газодинамической формулы Ньютона, метода характеристик и конических течений и летных данных [3, 23] о статическом давлении на головной части ракетного аэрофизического комплекса типа М-100 в зависимости от числа

Маха  $1,4 \leq M_\infty \leq 4,2$  набегающего потока, которые согласуются между собой.

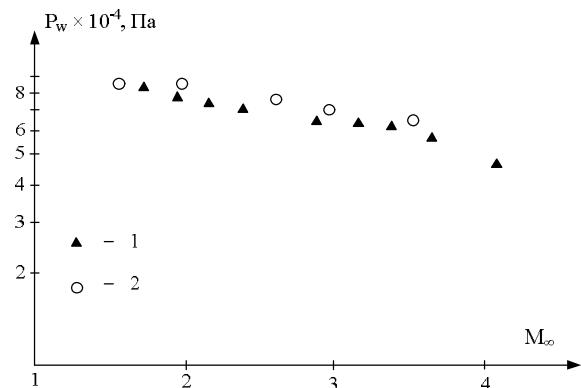


Рис. 9. Сравнение данных по статическому давлению на головной части аэрофизического комплекса типа М-100 в точке  $X=0,243$  м в зависимости от числа Маха: 1 – летный эксперимент, 2 – расчет с использованием комплекса ANSYS CFX

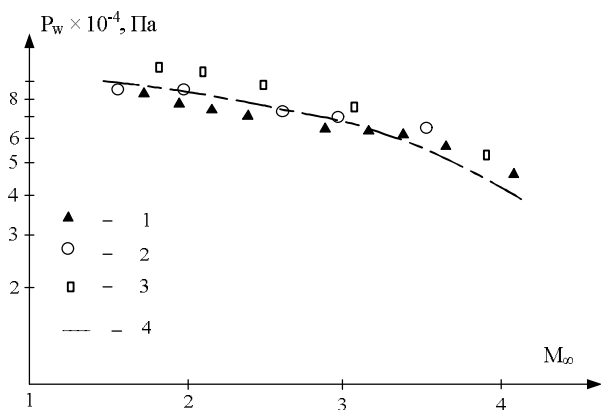


Рис. 10. Сравнение данных по статическому давлению на головной части аэрофизического комплекса типа М-100 во время полета и на основе расчета: 1 – данные летного эксперимента; 2 – расчет с использованием комплекса ANSYS CFX и SST модели турбулентности Ментера; 3 – расчет методом характеристик и конических течений; 4 – расчет с использованием газодинамической формулы Ньютона

Особое значение имеет хорошее согласование на рис. 9 расчетных данных статического давления на головной части объекта типа М-100 по методу ANSYS CFX с использованием SST модели турбулентности Ментера и летных данных о статическом давлении на головной части М-100, представленных в [3, 23].

Таким образом, впервые научно обосновано расширение области успешного применения программного комплекса ANSYS CFX, включающего

уравнения Навье-Стокса и SST модель турбулентности Менгера, для расчета статического давления на таком сложном объекте, каким является ракетный аэрофизический комплекс типа М-100, движущийся по траектории при числах Маха  $M_\infty \leq 4,5$ , Рейнольдса  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$  набегающего потока, с продольным ускорением  $a \leq 32g$  в условиях аэродинамического нагрева, работающего двигателя твердого топлива из 2х ступеней, вибраций. Прямое измерение распределения давления на головной части ракетного комплекса типа М-100 осуществлено в этих условиях.

Хорошее согласование расчетных данных и результатов летного эксперимента на объекте типа М-100 (рис. 9, 10) свидетельствуют об эффективности как использованного программного продукта ANSYS CFX, так и SST модели турбулентной вязкости Менгера, а также о слабом влиянии работающих двигателей и процессов за донным срезом объекта М-100 на статическое давление на поверхности его головной части, так как при проведенном численном моделировании была рассмотрена только головная часть М-100 (см. рис. 1) с сохранением всех параметров при натурном полете по траектории.

## Выводы

1. Впервые проведено комплексное исследование распределения статического давления на головной части ракетного аэрофизического комплекса типа М-100 в диапазоне чисел Маха потока  $1,4 \leq M_\infty \leq 4,5$ , Рейнольдса  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ , ускорения  $a \leq 32g$  в условиях аэродинамического нагрева на основе интеграции численного метода расчета в рамках программного комплекса ANSYS CFX, включающего уравнения Навье-Стокса и двухпараметрическую SST модель пристеночной турбулентности Менгера, и результатов летного эксперимента на М-100 и показана эффективность такого исследования.

2. Проведен физический анализ различных алгебраических, полудифференциальных, одно-, двух и трехпараметрических моделей пристеночной турбулентности, обсуждены их возможности и ограничения, сделан вывод о преимуществах двухпараметрической SST модели пристеночной турбулентности Менгера для использования в программном комплексе ANSYS CFX с целью решения поставленной в статье проблемы.

3. На первом этапе комплексного исследования проведено прямое сравнение результатов численного расчета распределения статического давления на головной части ракетного аэрофизического ком-

плекса типа М-100 в рамках ANSYS CFX и результатов летного эксперимента о статическом давлении на этом комплексе при числах Маха  $1,6 \leq M_\infty \leq 3,6$  и показан достаточно высокий уровень согласования расчетных и летных данных.

4. На втором этапе комплексного исследования осуществлено тестирование результатов расчета статического давления на головной части объекта типа М-100 на основе программного комплекса ANSYS CFX при различных числах Маха  $1,6 \leq M_\infty \leq 3,6$  путем сравнения с результатами расчетов по газодинамической формуле Ньютона, по методу характеристик и конических течений, обоснованных теоретически и экспериментально авторами в [53], и показана надежность численных расчетов в рамках ANSYS CFX.

5. Результаты проведенного комплексного исследования расширяют диапазон применения программного комплекса ANSYS CFX и SST модели пристеночной турбулентности Менгера для расчета статического давления на обтекаемых поверхностях при проектировании высокоскоростных объектов типа летного аэрофизического комплекса М-100 [3, 12, 23].

## Литература

### 1. Проблемы создания сверх- и гиперзвуковых объектов и результаты экспериментов на летных комплексах

1. Trimpi, R. L. *Modern fluid dynamics of supersonic and hypersonic flight [Text] / R. L. Trimpi // AIAA Paper. – 1980. – № 80–0862 (Техническая информация ЦАГИ. – 1981. – № 10. – С. 1–13).*

2. *Hypersonic airbreathing missile concepts under study at Langley [Text] / I. L. Hunt, P. I. Jonston, I. M. Cubbage at all // AIAA Paper. – 1982. – № 316. – P. 19–31.*

3. Павлюченко, А. М. *Летные измерения температуры и давления на спасаемых головных частях метеорокетов типа М-100 и “Облако” [Текст] / А. М. Павлюченко, О. А. Брагин, А. А. Тютин // Изв. СО АН СССР. – Сер. техн. наук. – 1983. – № 3, Вып 1. – С. 46–54.*

4. Зоби, Э. В. *Анализ полученных во втором полете КЛАМИ «Снейс Шаттл» экспериментальных данных по тепловым потокам и переходу от ламинарного к турбулентному пограничному слою [Текст] / Э. В. Зоби // Аэрокосмическая техника. – 1984. – Т. 2, № 3. – С. 110–118.*

5. Erlich, E. *Probing in flight the boundary layer of the supersonic airplane Mirage-IV [Text] / E. Erlich // La Rech. Aerospac. – 1968. – № 122. – P. 11–19.*

6. Павлюченко, А. М. Моделирование аэродинамического нагрева и вибраций осесимметричных тел при  $M_\infty \leq 5,0$  на основе физических экспериментов и расчетов на ЭВМ [Текст] / А. М. Павлюченко, В. И. Стыцук, О. А. Брагин // Известия СО АН СССР. – Сер. техн. наук. – 1983. – № 13, вып. 3. – С. 10-16.
7. Зоби, Э. В. Сопоставление результатов расчетов турбулентных течений различными методами с данными измерений теплоотдачи в лабораторных и летных испытаниях [Текст] / Э. В. Зоби, Р. А. Грейвс // Ракетная техника и космонавтика. – 1977. – Т. 15, № 7. – С. 7-21.
8. Pavluchenko, A. M. Laminar-Turbulent Transition, Relaminarization, Separated Flows, Interaction of Transition and Separation on Rocket Cones Two Types in a Trajectory Flight at  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ ,  $M_\infty \leq 4,5$ ,  $\alpha \leq 32^\circ$  [Text] / A. M. Pavluchenko, O. A. Bragin, A. A. Tyutin, A. N. Popkov // Proc. of Int. Conf. Meth. Aerophys. Research. Pt. III. Novosibirsk: Inst. of Theor. and Appl. Mechanics. Siberian Branch of the Russia Academy of Sci. – 1998. – P. 213.
9. Pavluchenko, A. M. Heat Transfer and Skin Friction of Axisymmetric Objects Under Real Conditions for  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ ,  $M_\infty \leq 5,0$  [Text] / A. M. Pavluchenko // Heat Transfer. Soviet Research. – 1993. – V. 25, no. 3. – P. 329.
10. Павлюченко, А. М. Теплообмен на метеоракете типа "Облако" при наличии отрыва пограничного слоя [Текст] / А. М. Павлюченко, А. А. Тютин, А. В. Кораблев // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. – 1984. – Вып. 1, № 4. – С. 52.
11. Павлюченко, А. М. Аэрофизические эксперименты на метеоракете типа М-100 в условиях отрыва турбулентного пограничного слоя перед ступенькой [Текст] / А. М. Павлюченко, О. А. Брагин, Г. А. Тучков // Изв. СО АН СССР. – Сер. техн. наук. – 1987. – Вып. 2, № 7. – С. 71-79.
12. Павлюченко, А. М. Исследование аэрофизических и динамических характеристик на летном осесимметричном комплексе с головной частью многоразового использования [Текст] / А. М. Павлюченко, О. А. Брагин // Сиб. физ.-техн. журн. – 1992. – Вып. 1. – С. 66.
13. Pavluchenko, A. M. Heat Transfer and Characteristics Axisymmetric Rocket Nose Cones with Separationless and Separated Flows [Text] / A. M. Pavluchenko // Heat Transfer. Soviet Research. – 1984. – V. 4, no. 4. – P. 115.
14. Beckwith, I. E. A Survey of NASA Langley studies on high-speed transition and the quiet tunnel [Text] / I. E. Beckwith, M. H. Bertram // NASA-TM-X-2566. – 1972. – P. 67.
15. Snodgrass, R. B. Полетные испытания по определению аэродинамического нагрева и точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный на носовой конической части ракеты "Викинг-10" [Текст] / Р. Б. Снодграсс // Вопросы ракетной техники. – 1957. – № 1. – С. 28.
16. Leontjev, A. I. Gradient Criteria of Transition, Relaminarization and Friction Drag in Supersonic Boundary Layers in Flying Objects at Heat Transfer [Text] / A. I. Leontjev, A. M. Pavluchenko // Proc. of the 10-th Int. Heat Transfer Conf. Brighton. – 1994. – V. 3. – P. 41.
17. Трокмортон, Д. А. Анализ результатов измерений тепловых потоков на подветренной стороне орбитального спускаемого корабля [Текст] / Д. А. Трокмортон, Э. В. Зоби // Аэрокосмическая техника. – 1984. – Т. 2, № 11. – С. 51-58.
18. Трокмортон, Д. А. Нагрев наветренной стороны крыла орбитальной ступени, обусловленный взаимодействием скачков уплотнения [Текст] / Д. А. Трокмортон, Л. К. Хартунг // Аэрокосмическая техника. – 1986. – Т. 2, № 9. – С. 34.
19. Павлюченко, А. М. Об эффективности теории пятен Эммонса в зоне ламинарно-турбулентного перехода в сверхзвуковых пограничных слоях при наличии теплообмена и пористого отсоса [Текст] / А. М. Павлюченко // Новосибирск: Препринт – ИТПМ СО РАН, 1992. – № 20-92. – 35 с.
20. Леонтьев, А. И. К обобщению модели турбулентных пятен Эммонса для области ламинарно-турбулентного перехода при наличии тепло-и массообмена в летных и наземных условиях [Текст] / А. И. Леонтьев, А. М. Павлюченко // Теплофизика и аэромеханика. – 1997. – Т. 4, № 4. – С. 353-367.
21. Павлюченко, А. М. Численный метод обработки летного теплового эксперимента на метеоракете типа "Облако" с учетом теории турбулентных пятен Эммонса [Текст] / А. М. Павлюченко, Е. М. Максимова // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. – 1983. – Вып. 2, № 8. – С. 27-35.
22. Леонтьев, А. И. Ламинарно-турбулентный переход в сверхзвуковых пограничных слоях на летном осесимметричном аэрофизическом комплексе и на модели в аэродинамической трубе при наличии теплообмена и отсоса воздуха [Текст] / А. И. Леонтьев, А. М. Павлюченко // Теплофизика высоких температур. – 2008. – Т. 46, № 4. – С. 596-622.
23. Леонтьев, А. И. К проблеме реламинаризации сверхзвуковых турбулентных пограничных слоев на осесимметричных телах в летных условиях при наличии теплообмена [Текст] / А. И. Леонтьев, А. М. Павлюченко // Теплофизика высоких температур. – 2004. – Т. 42, № 5. – С. 725-739.
24. Максимова, Е. М. Сравнение расчетных и летных данных по теплообмену для осесимметричных

ных тел, движущихся по траектории при  $M_\infty \leq 5,0$  [Текст] / Е. М. Максимова, А. М. Павлюченко // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. – 1982. – Вып. 3, № 13. – С. 40.

25. Various articles on the X-15 program / Aviation Week. – 75,52 (November 20, 1961); 75,60 (November 27, 1961); 77, 35 (August 13, 1962); 78,38 (June 10, 1963).

26. Plattner, C. M. XВ-70А Flight Research, Pat.2 [Text] / С. М. Plattner // Aviation Week. – 84,60 (June 13, 1966).

27. Павлюченко, А. М. До проблеми розрахунку теплообміну і опору тертя надзвукових осесиметричних об'єктів в умовах працюючих двигунів РДТП за наявності в пристінному прикордонному шарі ламінарно-турбулентного переходу, ефекту стисловості і неізотермічності [Текст] / А. М. Павлюченко, О. М. Шийко // Системи озброєння і військова техніка. – Харків : ХУПС, 2013. – № 4(36). – С. 107–121.

## II. К вопросам расчета характеристик сверх- и гиперзвуковых течений.

28. Пакет программ для научных исследований в области аэродинамики и гидродинамики [Текст] / Б. П. Колобов, Б. Г. Кузнецов, А. Н. Попков и др. // Вопросы разработки и эксплуатации пакетов прикладных программ. – Новосибирск : Изд-во ИТПМ СО АН СССР, 1981. – С. 3–32.

29. Аэродинамика ракет. Кн. 2. Методы аэродинамического расчета [Текст] // ред. М. Хемми, Дж. Нилсен. – М. : Мир, 1989. – 510 с.

30. Патанкар, С. Тепло- и массоперенос в пограничных слоях [Текст] / С. Патанкар, Д. Сполдинг. – М. : Энергия, 1971. – 128 с.

31. Алексин, В. А. Численный расчет турбулентного пограничного слоя с резким изменением граничных условий [Текст] / В. А. Алексин, В. Д. Совершенный // Турбулентные течения. – М. : Наука, 1977. – С. 55–63.

32. Сафаров, Р. А. Применение феноменологических моделей к исследованию турбулентных пограничных слоев однородного и неоднородного газов [Текст] / Р. А. Сафаров, Г. А. Тирский // Турбулентные течения. – М. : Наука. – 1977. – С. 42–64.

33. Гарбарук, А. В. Простая алгебраическая модель турбулентности для расчета турбулентного пограничного слоя с положительным перепадом давления [Текст] / А. В. Гарбарук, Ю. В. Лапин, М. Х. Стрелец // Теплофизика высоких температур. – 1999. – Т. 37, №1. – С. 87.

34. Чепмен, Д. Р. Вычислительная аэродинамика и перспективы ее развития [Текст] / Д. Р. Чеп-

мен // Ракетная техника и космонавтика. – 1980. – Т. 18, № 2. – С. 3-32.

35. Кутлер, П. Перспективы развития теоретической и прикладной вычислительной аэродинамики [Текст] / П. Кутлер // Аэрокосмическая техника. – 1985. – Т. 3, № 8. – С. 11–29.

36. Темам, Р. Уравнения Навье-Стокса. Теория и численный анализ [Текст] / Р. Темам. – М. : Мир, 1981. – 408 с.

37. Ковеня, В. М. Метод расщепления в задачах газовой динамики [Текст] / В. М. Ковеня, Н. Н. Яненко. – Новосибирск : Наука, 1981. – 304 с.

38. Борисов, А. В. Численное моделирование сверхзвуковых отрывных турбулентных течений [Текст] / А. В. Борисов // Прикладная механика и техническая физика. – 1996. – Т. 37, № 4. – С. 89-97.

39. Menter, F. R. Zonal Two Equation  $k-\omega$  Turbulence Models for Aerodynamic Flows [Text] / F. R. Menter // AIAA Paper, № 93-2906. – 1993. – P. 21.

40. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя [Текст] / Г. Шлихтинг. – М. : Наука, 1969. – 742 с.

41. Развитие и верификация методов расчета применительно к задачам сверхзвуковой аэродинамики [Текст] / А. А. Желтоводов, А. В. Борисов, Н. Н. Федорова и др. // Препринт №7 – 87. – ИТПМ СО РАН, 1997. – 42 с.

42. Приходько, А. А. Современные технологии математического моделирования в аэрогидродинамике и теплообмене [Текст] / А. А. Приходько // Техническая механика. – Днепрпетровск : ДГУ, 2009. – № 9. – С. 73-85.

43. Hidalgo, H. Comparison Between Theory and Flight Ablation Data [Text] / H. Hidalgo, L. P. Candanoff // AIAA Journ. – 1963. – V. 1, № 1. – С. 64-80.

## III. Летные эксперименты на транс-, сверх- и гиперзвуковых комплексах

44. Ибраева, И. И. Исследование границ начала и конца ламинарно-турбулентного перехода в пограничном слое в лётном эксперименте при выведении ракет космического назначения [Текст] / И. И. Ибраева // Ученые записки ЦАГИ – 2005. – Т. XXXVI, № 1-2. – С. 70-79.

45. Юрченко, И. И. Турбулентно-ламинарный переход на поверхности ракет в условиях выведения [Электронный ресурс] / И. И. Юрченко, И. Н. Каракотин, А. С. Кудинов // Наука и образование: Электронный журнал МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2014. – № 9. – С. 88-105.

46. Transition Experiments on Blunt Bodies with Distributed Roughness in Hypersonic Free Flight [Text] / D. C. Reda, M. C. Wilder, D. W. Bogdonoff, D. K. Prabhu // Journal of Space and Rockets. – 2008. – vol. 45, no. 2. – P. 210-215.

47. Schneider, S. *Laminar-Turbulent Transition on Reentry Capsules and Planetary Probes [Text]* / S. Schneider // *Journal of Spacecraft and Rockets*. – 2006. – vol. 43, no. 6. – P. 1153-1173.

48. Kuntz, D. W. *Boundary-Layer Transition and Hypersonic Flight Testing [Text]* / D. W. Kuntz, D. L. Potter // *Journal of Spacecraft and Rockets*. – 2008. – vol. 45, no. 2. – P. 184-192.

49. *Flight Tests of a Supersonic Natural Laminar Flow Airfoil [Digital resource]* / M. A. Frederick, D. W. Banks, G. A. Garzon, J. R. Matischeck // *NASA Technical Reports Server (NTRS). Technical Report. NASA/TM-2015-218940, DFRC-E-DAA-TN28448. ID: 2016000701. Jan. 13, 2016. – 29 p.*

50. Желтухин, Н. А. *Научные проблемы создания летного научно-исследовательского аэрофизического комплекса [Текст]* / Н. А. Желтухин, А. М. Павлюченко // *Прикладная аэрогазодинамика и тепловые процессы : сб. науч. тр. – Новосибирск : Изд-во ИТПМ СО АН СССР, 1980. – С. 3-22.*

51. Siemers, P. M. *Space Shuttle Orbiter and Aerodynamic Testing [Text]* / P. M. Siemers, T. J. Larson // *AIAA Journ.* – 1980. – V. 18, № 1. – P. 34-48.

52. *Исследование обтекания крыла самолета в полете и в аэродинамической трубе [Текст]* / Ю. А. Герасимов, В. С. Грачев, И. С. Кабуров и др. // *Ученые записки ЦАГИ. – 1982. – Т. 13, № 3. – С. 1-11.*

53. Павлюченко, А. М. *Теоретичне обґрунтування газодинамічної формули Ньютона і перевірка її в льотних умовах обтікання головних частин деяких аерофізичних комплексів для чисел Маха  $M_\infty \leq 5.0$  та Рейнольдса  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$  при наявності стисливості, неізотермічності, ламінарно-турбулентного переходу і реламінаризації в пристінному пограничному шарі [Текст]* / А. М. Павлюченко, О. М. Шийко // *Авиационно-космическая техника и технология. – 2015. – № 2(119). – С. 25 - 44.*

54. Dudley, C. *Future supersonic transport studies at aerospace [Text]* / C. Dudley // *SAE Techn. Paper. Ser.* – 1990. – № 901890. – P. 1-9.

55. Shmitt, S. O. *The challenge of X-30 flight test [Text]* / S. O. Shmitt, T. J. Wierbanowski, J. Jonson // *The Society of experimental test pilots 1987. Report to the aerospace profession. XXXI Symposium proceedings. – September 23-26. – 1987. – P. 34-56.*

56. Meyer, Robert R. *A unique flight test facility: description and results [Text]* / Robert R. Meyer // *ICAS Proc. – 1982. 13-th Congr. Int. Counc. Aeron. Sci. / AIAA Aircraft Syst. and Technol. Conf. – 1982. Seattle. – 1982. – V. 1, S. I. – P. 433-448.*

57. Hamilton, H. H. *Approximate method of predicting heating on the windward side of Space Shuttle orbiter and comparison with flight data [Text]* / H. H. Hamilton // *AIAA Pap. № 0823.-1982.- 14 p. (Астро-*

*навтика и ракетодинамика. – М. : ВИНТИ. – № 30. – С. 1-19).*

#### **IV. Модели турбулентности и методы расчета турбулентных течений**

58. Круглов, Б. П. *Достижения и проблемы современной аэродинамики сверхзвуковых и гиперзвуковых скоростей [Текст]* / Б. П. Круглов // *ОНТИ ЦАГИ. – М., 1981. – № 10. – С. 1-13.*

59. Фрост, У. *Турбулентность. Принципы и применения [Текст]* / У. Фрост, Т. Моулден. – М. : Изд-во «Мир», 1980. – 526 с.

60. Курбацкий, А. Ф. *Моделирование нелокального переноса импульса и тепла [Текст]* / А. Ф. Курбацкий. – Новосибирск : Изд-во «Наука», 1988. – 240 с.

61. *Турбулентные течения в пограничном слое, феноменологические подходы и новые направления в исследовании турбулентности (по материалам иностранной печати) / Обзоры. Переводы. Рефераты. – М. : ОНТИ ЦАГИ, 1979. – №553. –135 с.*

62. Жигулев, В. Н. *Возникновение турбулентности [Текст]* / В. Н. Жигулев, А. А. Тумин. – Новосибирск : Изд. Наука, 1987. – 282 с.

63. *Турбулентные течения / Под редакцией академика В. В. Струминского. – М. : Наука, 1977. –253 с.*

64. Лапин, Ю. В. *Турбулентный пограничный слой в сверхзвуковых потоках газа [Текст]* / Ю. В. Лапин. – М. : Наука. – 1982. – 312 с.

65. Шлихтинг, Г. *Возникновение турбулентности [Текст]* / Г. Шлихтинг. – М. : Изд-во иностранной литературы. – 1962. – 201 с.

66. Кутателадзе, С. С. *Тепломассообмен и трение в турбулентном пограничном слое [Текст]* / С. С. Кутателадзе, А. И. Леонтьев. – М. : Энергия. – 1985. – 319 с

67. Колмогоров, А. Н. *Уравнения турбулентного движения несжимаемой жидкости [Текст]* / А. Н. Колмогоров // *Изв. АН СССР. Сер. физ. н. – 1942. – Т. 6, № 1-2. – С. 56-58.*

68. Иевлев, В. М. *Турбулентные движения высокотемпературных сплошных сред [Текст]* / В. М. Иевлев. – М. : Наука, 1975. – 256 с.

69. Kline, S. J. *The structure of Turbulent Boundary Layers [Text]* / S. J. Kline, W. G. Reynolds, F. A. Schraub // *Journ. Fluid Mech.* – 1967. – V. 30. – P. 25-37.

70. Corino, E. R. *A Visual Investigation of the Wall Region in Turbulent Flow [Text]* / E. R. Corino, R. S. Brodkey // *Journ. Fluid Mech.* – 1969. – V. 37. – P. 52-64.

71. Кутателадзе, С. С. *Основы теории теплообмена [Текст]* / С. С. Кутателадзе. – М. : Атомиздат. – 1979. – 416 с.



72. Миллиончиков, М. Д. Некоторые проблемы турбулентности и турбулентного теплообмена [Текст] / М. Д. Миллиончиков // Сб. «Турбулентные течения». – М. : Изд. Наука. – 1974. – С. 5-18.
73. Cebeci, T. Calculation of compressible Adiabatic Turbulent Boundary Layers [Text] / T. Cebeci, G. Mosinscis, A. M. Smith // AIAA Journ. – 1970. – V. 8. № 11. – P. 21-35.
74. Herring, H. J. A Method of Calculating Compressible Turbulent Boundary Layers [Text] / H. J. Herring, G. L. Mellor // NASA. – 1968.GR-1144.
75. Viegas, J. R. Numerical Investigation of Turbulence Models for Shock Separated Boundary Layer Flows [Text] / J. R. Viegas, T. J. Coakley // AIAA Paper. – 1974. № 44. – P. 35-49.
76. Patancar, S. V. Heat and Mass Transfer in Boundary Layers [Text] / S. V. Patancar, D. B. Spolding // Morgan-Grampian. – London, 1967. – 205 p.
77. Saffman, P. G. Turbulence Model Prediction for Turbulent Boundary Layers [Text] / P. G. Saffman, D. C. Wilcox // AIAA Journ. – 1974. – V. 12. – P. 541-546.
78. Maise, G. Mixing Length and Kinematic Viscosity in Compressible Boundary Layer [Text] / G. Maise, H. McDonnalld // AIAA Journ. – 1968. – V. 6, №1. – P. 35-57.
79. Baldwin, B. Thin Layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows [Text] / B. Baldwin, H. Lomax // AIAA Paper. – 1978. – №78-257. – 559 p.
80. Себичи, Т. Расчет сжимаемого турбулентного пограничного слоя при наличии тепло- и массообмена [Текст] / Т. Себичи // Ракетная техника и космонавтика. – 1971. – Т. 9, № 6. – С. 121-129.
81. Петухов, Б. С. Турбулентность в теории теплообмена [Текст] / Б. С. Петухов // Сб. «Тепло-массообмен-IV». Проблемные доклады IV Всесоюзной конференции по тепло-массообмену. – Часть 1. – Минск, 1981. – С. 20-51.
82. Chen, K. K. Extension of Emmons Spot Theory to flow on Blunt Bodies [Text] / K. K. Chen, N. A. Thyson // AIAA Journ. – 1971. – V. 9, № 5. – P. 821.
83. Таблицы стрельбы осколочно-фугасными реактивными снарядами М-210Ф [Текст]. – М. : Военное издательство министерства обороны СССР, 1975. – 96 с.
84. Лабусов, А. Н. Четырехпараметрическая двухслойная алгебраическая модель переходного пограничного слоя на плоской пластине [Текст] / А. Н. Лабусов, Ю. В. Лапин // Теплофизика высоких температур. – 1996. – Т. 34, № 6. – С. 942-948.
85. Лабусов, А. Н. Алгебраическая модель турбулентного пограничного слоя на выпуклой криволинейной поверхности [Текст] / А. Н. Лабусов, Ю. В. Лапин // Теплофизика высоких температур. – 2000. – Т. 38, № 3. – С. 458-467.
86. Приходько, А. А. Компьютерные технологии в аэрогидродинамике и тепло-массообмене [Текст] / А. А. Приходько. – Киев : Наукова думка, 2003. – 382 с.
87. Приходько, А. А. Применение метода расщепления и разностных аппроксимаций повышенной точности к численному решению задач механики жидкости и газа [Текст] / А. А. Приходько, О. Б. Полевой // Моделирование в механике. – 1992. – Т. 6(23), № 3. – С. 108-115.
88. Численный расчет аэрофизических характеристик сверхзвуковых осесимметричных объектов с использованием лётных данных в граничных условиях [Текст] / А. М. Павлюченко, Е. М. Максимова, А. Н. Попков и др. // Моделирование в механике : сб. науч. тр. – Новосибирск, 1990. – Т. 4(21), № 1. – С. 136.
89. Приходько, А. Н. Особенности расчета отрывных течений при интерференции пространственных скользящих скачков уплотнения и турбулентного пограничного слоя [Текст] / А. А. Приходько, О. Б. Полевой // Механика жидкости и газа. Методы исследования аэротермодинамических характеристик гиперзвуковых летательных аппаратов. – М. : ЦАГИ, 1992. – С. 166-167.
90. Приходько, А. А. Численное моделирование сверхзвуковых интерференционных течений на основе уравнений Навье-Стокса [Текст] / А. А. Приходько // Моделирование в механике. – 1989. – Т. 3 (20), № 5. – С. 145-150.
91. Гарбарук, А. Ф. Применение обратного метода решения уравнений пограничного слоя для тестирования моделей турбулентности [Текст] / А. В. Гарбарук, Ю. В. Лапин, М. Х. Стрелец // Теплофизика высоких температур. – 1998. – Т. 36, № 4. – С. 607-616.
92. Johnson, D. A. Mathematically Simple Turbulence Closure Model of Attached and Separated Turbulent Boundary Layers [Text] / D. A. Johnson, L. S. King // AIAA Journ. – 1985. – V. 23, №11. – P. 1684-1692.
93. Horton, H. P. Invariant Imbedding Algorithms for Inverse Boundary Layer Problems [Text] / H. P. Horton // Queen Mary and Westfield College. University of London. UK. – 1994. – QMW-EP1102. – 10 p.
94. Complex Turbulent Flows / Proc. of the 1980-1981 Stanford – AFOSR – HTTM Conf. on Complex Turbulent Flows // Ed. S. I. Kline, B. I. Cantwell, G. M. Lilley. – Stanford : Dept. of Mech. Eng. Stanford Univ, 1981. – V. 1-3. – P. 632, P. 416, P. 503.
95. Rotta, I. C. Turbulent Shear Layer Prediction of the Basis of the Transport Equations for the Reynolds Stresses [Text] / I. C. Rotta // Theor. And Apl. Mech. – Berlin, 1973. – P. 295-308.

96. Секундов, А. Н. Применение дифференциального уравнения для турбулентной вязкости к анализу плоских неавтономных течений [Текст] / А. Н. Секундов // Изв. АН СССР. МЖГ. – 1971. – № 5. – С. 119.
97. Spalart, P. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flows [Text] / P. R. Spalart, S. R. Allmaras // *La Recherche Aerospaciale*. – 1994. – № 1. – P. 5-21. DOI: 10.2514/6.1992-439.
98. Глушко, Г. С. Турбулентный пограничный слой на плоской пластине в несжимаемой жидкости [Текст] / Г. С. Глушко // Изв. АН СССР. Механика. – 1965. – № 4. – С. 13-23.
99. Jones, W. P. The prediction of Laminarization on with a Two-Equation of Model Turbulence [Text] / W. P. Jones, B. E. Launder // *Int. Journ. Heat Mass Transfer*. – 1972. – V. 5. – P. 301-304.
100. Jones, W. P. The Calculation of Low-Reynolds Number Phenomena a Two-Equatin Model of Turbulence [Text] / W. P. Jones, B. E. Launder // *Int. Journ. Heat Mass Transfer*. – 1973. – V. 16. – P. 1119-1130.
101. The possibilites of numerical simulation of shock waves / Boundary layer interaction in supersonic and hypersonic flows [Text] / D. D. Knight, A. V. Borisov, C. C. Horstman, A. A. Zheltovodov, G. S. Settles // *Int. Conf. on the Methods of Aerophys. Research: Proc. Pt. 1. Novosibirsk. Russia. Aug. 31 – Sept. 4 1992. – Novosibirsk, 1992. – P. 164-170.*
102. Horstman, C. C. Numerical simulation of shock waves / expansion fans-turbulent boundary layer interaction [Text] / C. C. Horstman, A. A. Zheltovodov // *Int. Conf. on the Methods of Aerophys. Research: Proc. Pt. 2. Novosibirsk. Russia. August 22 – 26 1994. – Novosibirsk, 1994. – P. 118-125.*
103. Борисов, А. В. Расчет турбулентных отрывных течений на основе метода повышенного порядка аппроксимации [Текст] / А. В. Борисов, Н. Н. Федорова // *Теплофизика и аэромеханика*. – 1995. – Т. 2, № 3. – С. 253-268.
104. Леонтьев, А. И. К проблеме влияния переноса ИК излучения на поле температуры и ее турбулентные пульсации в оптически тонком турбулентном пограничном слое [Текст] / А. И. Леонтьев, А. М. Павлюченко // *Теплофизика и аэромеханика*. – 1998. – Т. 5, № 4. – С. 451-467.
105. Павлюченко, А. М. Методы диагностики и результаты измерений характеристик транс-, сверх-, и гиперзвуковых комплексов различных типов в лётных условиях [Текст] / А. М. Павлюченко, А. Н. Шийко // *Авиационно-космическая техника и технология*. – Харьков : Национальный аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «ХАИ». – 2016. – № 3. – С. 68-91.
106. Anderson, J. D. A survey of modern research in hypersonic aerodynamics [Text] / J. D. Anderson // *AIAA-84-1578*. – 24 p.
107. Складова опору тиску аеродинамічного коефіцієнту лобового опору артилерійського снаряда [Текст] / О. М. Шийко, П. В. Полениця., І. В. Коплик та ін. // *Системи озброєння і військова техніка*. – Харків : ХУПС, 2010. – № 1. – С. 108–117.
108. Menter, F. R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Enginiring Applications [Text] / F. R. Menter // *AIAA Journ.* – 1994. – Vol. 32, № 8. – P. 1598-1605.
109. The comparison of Performance of the Menter Shear Stress Transport and Baldwin–Lomax Models with Respect to CFD Prediction of Losses in HP Axial Turbine Stages [Text] / P. Lampart, S. Yershov, A. Rusanov at al. // *Technologies for Fluid / Thermal / Structural / Chemical Sitems with Industrial Applications. ASME*. – 2001. – Vol. 424-2. – P. 1-12.
110. Булат, П. В. Особенности применения моделей турбулентности при расчете течений в сверхзвуковых трактах перспективных воздушно-реактивных двигателей [Текст] / П. В. Булат, О. Н. Засухин, Н. В. Продан // *Двигатель*. – 2012. – Т. 79, № 1. – С. 20-23.
111. Kalinkevich, N. V. Flow and perfomence investigation of the specially designet channel diffuser of centrifugal compressor [Text] / N. V. Kalinkevich, A. V. Skorik // *Proceedings of the 8-th International Conference on Compressors and their Systems: 9-10 September 2013. – 2013. – P. 489-500.*
112. The design of vaned diffuser of centrifugal compressors based on the given velocity distribution [Text] / N. Kalinkevich, A. Smirnov, O. Obukhov, A. Skorik // *Proceedings of the 7-th International Conference on Compressors and their Systems. – London, UK. – 2011. – P. 61-69.*
113. Шенг. Численный анализ сверхзвукового турбулентного пограничного слоя на основе различных моделей вихревой вязкости [Текст] / Шенг, Хенки, Дуойер // *Ракетная техника и космонавтика*. – 1973. – Т. 11, № 12. – С. 34-52.

## References

### I. Problems of creation of super- and hypersonic objects and results of experiments on flight complexes

1. Trimpi, R. L. Modern fluid dynamics of supersonic and hypersonic flight. *AIAA Paper*, 1980, no. 80–0862, 1981, no. 10, pp. 1-13.
2. Hunt, I. L., Jonston, P. I, Cubboge, I. M. at all. Hypersonic airbreathing missile concepts under study at Langley. *AIAA Paper*, 1982, no. 316, pp. 19-31.



3. Pavlyuchenko, A. M., Bragin, O. A., Tjutin, A. A. Letnye izmereniya temperatury i davleniya na spasaemykh golovnykh chastyakh meteoraket tipa M100 i «Oblako» [Flight measurements of temperature and pressure on the rescued head parts of M100 and "Cloud" meteorockets]. *Izv. SO AN SSSR: Ser. Tekhn. Nauk*, 1983, no. 3, vol. 1, pp. 46-54.
4. Zobi, E. V. Analiz poluchennykh vo vtorom polete KLAMI «Speys Shattl» eksperimental'nykh dannykh po teplovym potokam i perekhodu ot laminarnogo k turbulentnomu sloyu [The analysis of the experimental data received in the second flight of Space Shuttle on thermal streams and transition from laminar to a turbulent layer]. *Aerokosmicheskaya tekhnika*, 1984, vol. 2, no. 3, pp. 110-118.
5. Erlich, E. Probing in flight the boundary layer of the supersonic airplane Mirage – IV. *La Rech. Aero-spac*, 1968, no. 122, pp. 1-19.
6. Pavlyuchenko, A. M., Stycyuk, V. I., Bragin, O. A. Modelirovanie ae'rodinamicheskogo nagreva i vibracij osesimmetrichnykh tel pri  $M_\infty \leq 5,0$  na osnove fizicheskogo experimenta i raschetov na EVM [Modeling of aerodynamic heating and vibrations of axisymmetric bodies at  $M_\infty \leq 5,0$  on the basis of a physical experiment and calculations on computers]. *Izvestiya SO AN SSSR: Ser. Tekhn. Nauk*, 1983, no. 13, vol. 3, pp. 10-16.
7. Zobi, E. V., Grejvs, R. A. Sopotavlenie rezul'tatov raschetov turbulentnykh techeniy razlichnymi metodami s dannymi izmereniy teplotdachi v laboratornykh i letnykh ispytaniyakh [Comparison of results of calculations of turbulent flows by various methods with data of measurements of heat emission in laboratory and flight researches]. *Raketnaya tekhnika i kosmonavtika*, 1977, vol. 15, no. 7, pp. 7-21.
8. Pavlyuchenko, A. M. Laminar – turbulent transition, relaminarization, separated flows, interaction of transition and separation on rocket cones two types in trajectory flight at  $Re_{L,\infty} < 10^8$ ,  $M_\infty \leq 4,5$ ,  $\alpha < 32^\circ$ . *Proc. of Int. Conf. on the Meth. Aerophys. Research. Pt. III*. Novosibirsk: Inst. of Theor. and Appl. Mechanics, Siberian Branch of the Russia Academy of Sci., Novosibirsk, 1998, pp. 213-230.
9. Pavluchenko, A. M. Heat Transfer and Skin Friction of Axisymmetric Objects Under Real Conditions for  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ ,  $M_\infty \leq 5,0$ . *Heat Transfer. Soviet Research*, 1993, vol. 25, no. 3, pp. 329.
10. Pavlyuchenko, A. M., Tyutin, A. A., Korablev, A. V. Teploobmen na meteorakete tipa «Oblako» pri nalichii otryva pogranichnogo sloya [Heat exchange on the "Cloud" meteorocket in the presence of boundary layer separation]. *Izv. SO AN SSSR: Ser. Tekhn. Nauk*, 1984, vol. 1, no. 4, pp. 52-60.
11. Pavlyuchenko, A. M., Bragin, O. A., Tuchkov, G. A. Aerofizicheskie eksperimenty na meteorakete tipa M-100 v usloviyakh otryva turbulentnogo pogranichnogo sloya pered stupen'koy [Aero physical experiments on the M-100 meteorocket in the conditions of a separation of a turbulent boundary layer before a step]. *Izv. SO AN SSSR: Ser. Tekhn. Nauk*, 1987, vol. 2, no. 7, pp. 71-79.
12. Pavlyuchenko, A. M., Bragin, O. A. Issledovanie aerofizicheskikh i dinamicheskikh kharakteristik na letnom osesimmetrichnom komplekse s golovnoy chast'yu mnogorazovogo ispol'zovaniya [Research of aero physical and dynamic characteristics on a flight axisymmetric complex with head part of reusable use]. *Sibirskiy fiz.- tekhn. zhurnal*, 1992, vol. 1, pp. 66-78.
13. Pavluchenko, A. M. Heat Transfer and Characteristics Axisymmetric Rocket Nose Cones with Separationless and Separated Flows. *Heat Transfer Research*, 1984, vol. 4, no.4, pp. 329 -337.
14. Beckwith, I. E., Bertram, M. H. A Survey of NASA Lengley studies on high-speed transition and the quiet tunnel. *NASA-TM-X-2566*, 1972, pp. 67.
15. Snodgrass, R. B. Poletnye ispytaniya po opredeleniyu aerodinamicheskogo nagreva i tochki perekhoda laminarnogo pogranichnogo sloya v turbulentnyy na nosovoy konicheskoy chasti rakety «Viking-10» [Flight tests by definition of aerodynamic heating and a point of transition of a laminar boundary layer in turbulent on nasal conic part of the Viking-10 rocket]. *Voprosy raketnoy tekhniki*, 1957, no. 1, pp. 28-39.
16. Leontjev, A. I. Gradient Criteria of Transition, Relaminarization and Friction Drag in Supersonic Boundary Layers in Flying Objects at Heat Transfer. *Proc. of the 10-th Int. Heat Transfer Conf. Brighton*, 1994, vol. 3, pp. 41.
17. Trokmorton, D. A., Zobi, E. V. Analiz rezul'tatov izmereniy teplovykh potokov na podvetrennoy storone orbital'nogo spuskaemogo apparata [The analysis of results of measurements of thermal streams on lee side of the orbital lander]. *Aerokosmicheskaya tekhnika*. 1984, vol. 2, no. 11, pp. 51-58.
18. Trokmorton, D. A., Khartung, L. K. Nagrev navetrennoy storony kryla orbital'noy stupeni, obuslovlenny vzaimodeystviem skachkov uplotneniya [The heating of a windward side of a wing of an orbital step caused by interaction of jumps of consolidation]. *Aerokosmicheskaya tekhnika*, 1986, vol. 2, no. 9, pp. 34-45.
19. Pavlyuchenko, A. M. *Ob e'ffektivnosti teorii pyaten E'mmonsa v zone laminarno-turbulentnogo perexoda v sverxzvukovykh pogranichnykh sloyakh pri nalichii teploobmena i poristogo otosa* [About efficiency of the

theory of spots of Emmons in a zone of laminar and turbulent transition in supersonic boundary layers in the presence of heat exchange and a porous suction]. Novosibirsk, Preprint, ITPM SO RAN Publ., 1992, no. 20-92, p. 35.

20. Leont'ev, A. I., Pavlyuchenko, A. M. K obobshcheniyu modeli tur-bulentnykh pyaten E'mmonsa dlya oblasti laminarno-turbulentnogo perexoda pri nalichii teplo- i mas-soobmena v letnykh i nazemnykh usloviyakh [Generalization of the Emmons turbulent spot model for the laminar-turbulent transition region in the presence of heat and mass transfer in flight and terrestrial conditions]. *Teplofizika i aeromekhanika*. 1997, vol. 4, no. 4, pp. 353–367.

21. Pavlyuchenko, A. M. Chislennyj metod obrabotki letnogo teplovogo eksperimenta na meteorakete tipa "Oblako" s uchetom teorii turbulentnykh pyaten E'mmonsa [Numerical method of processing of a flight thermal experiment on the meteorrocket of type "Cloud" taking into account the theory of turbulent spots of Emmons]. *Izv. SO AN SSSR. Ser. tekhn. Nauk*, 1983, vol. 2, no. 8, pp. 27–35.

22. Leont'ev, A. I., Pavlyuchenko, A. M. Laminarno-turbulentnyj perekhod v sverkhzvukovykh pogranichnykh sloyakh na letnom osesimmetrichnom aerofizicheskom komplekse i na modeli v sverkhzvukovoy trube pri nalichii teploobmena i otsosa vozdukh [Laminar and turbulent transition in supersonic boundary layers on a flight axisymmetric aerophysical complex and on model in a supersonic tube in the presence of heat exchange and a suction of air]. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2008, vol. 46, no. 4, pp. 596–622.

23. Leont'ev, A. I., Pavlyuchenko, A. M. K probleme relaminarizatsii sverkhzvukovykh turbulentnykh pogranichnykh sloev na osesimmetrichnykh telakh v letnykh usloviyakh pri nalichii teploobmena [To a problem of a relaminarization of supersonic boundary layers on axisymmetric bodies in flight conditions in the presence of heat exchange]. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2004, vol. 42, no. 5, pp. 725–739.

24. Maksimova, E. M., Pavlyuchenko, A. M. Sravnenie raschetnykh i letnykh dannykh po teploobmenu dlya osesimmetrichnykh tel, dvizhushchikhsya po traektorii pri  $M_\infty \leq 5,0$  [Comparison of settlement and flight data on heat exchange for the axisymmetric bodies moving on a trajectory at  $M_\infty \leq 5,0$ ]. *Izv. SO AN SSSR. Ser. tekhn. Nauk*, 1982, vol. 3, no. 13, pp. 40–52.

25. Various articles on the X-15 program. *Aviation Week.* – 75,52 (November 20, 1961); 75,60 (November 27, 1961); 77, 35 (August 13, 1962); 78,38 (June 10, 1963).

26. Plattner, C. M. XB-70A Flight Research, Pat.2. *Aviation Week.*, 84, 60 (June 13, 1966).

27. Pavlyuchenko, A. M., Shijko, A. N. Do prob-

lemi rozrakhunku teploobminu i oporu tertya nadzvukovykh osesimmetrichnykh ob'ektiv v umovakh pratsyuyuchikh dviguniv RDTP za nayavnosti v pristinomu prikordonnomu shari laminarno-turbulentnogo perekhodu, efektu stislivosti i neizotermichnosti [To a problem of calculation of heat exchange and resistance of friction of supersonic axisymmetric objects in the conditions of the working JESF (jet engine of solid fuel) engines in the presence of a boundary layer of laminar and turbulent transition, effect of compressibility and heating]. *Sistemi ozbroennya i viys'kova tekhnika*, 2013, vol. 4 (36), pp. 107–120.

## II. To questions of calculation of characteristics of super- and hypersonic currents.

28. Kolobov, B. P., Kuznetsov, B. G., Popkov, A. N. Paket programm dlya nauchnykh issledovaniy v oblasti aerodinamiki i gidrodinamiki [The software package for scientific researches in the field of aerodynamics and hydrodynamics]. *Voprosy razrabotki i ekspluatatsii paketov prikladnykh program*, Novosibirsk, ITPM SO AN SSSR Publ., 1981, pp. 3–32.

29. Khemsh, M., Nil'sen, D. *Aerodinamika raket. Kn. 2. Metody aerodinamicheskogo rascheta* [Aerodynamics of rockets. Book 2. Methods of aerodynamic calculation]. Moscow, Mir Publ., 1989. 510 p.

30. Patankar S. *Teplo- i massoperenos v pogranichnykh sloyakh* [Heat- and mass transfer in boundary layers]. Moscow, Energiya Publ, 1971. 128 p.

31. Aleksin, V. A., Sovershennyj, V. D. Chislennyj raschet turbulentnogo pogranichnogo sloya s rezkim izmeneniyem granichnykh uslovij [ Numerical calculation of a turbulent boundary layer with sharp change of boundary conditions]. *Turbulentnye techeniya*, Moscow, Nauka Publ., 1977, pp. 55–63.

32. Safarov, R. A., Tirs'kij G. A. Primenenie fenomenologicheskix modelej k issledovaniyu turbulentnykh pogranichnykh sloev odnorodnogo i neodnorodnogo gazovov [Application the phenomenology models to a research of turbulent boundary layers of uniform and non-uniform gases] *Turbulentnye techeniya*, Moscow, Nauka Publ., 1977, pp. 42– 64.

33. Garbaruk, A. V., Lapin, Yu. V., Strelec, M. X. Prostaya algebraicheskaya model' turbulentnosti dlya rascheta turbulentnogo pogranichnogo sloya s polozhitel'nym perepadom davleniya [Simple algebraic model of turbulence for calculation of a turbulent boundary layer with positive pressure difference]. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 1999, vol. 37, no. 1, pp. 87– 98.

34. Chepman, D. R. Vychislitel'naya aerodinamika i perspektivy ee razvitiya [Computing aerodynamics and prospects of her development]. *Raketnaya tekhnika i kosmonavtika*, 1980, vol. 18, no. 2, pp. 3–32.

35. Kutler, P. Perspektivy razvitiya teoreticheskoy i prikladnoy vychislitel'noy aerodinamiki [Prospects of development of theoretical and applied computing aerodynamics]. *Aerokosmicheskaya tekhnika*, 1985, vol. 3, no. 8, pp. 11-29.

36. Temam, R. *Uravnenie Nav'e-Stoksa. Teoriya i chislennyy analiz* [Navier-Stokes's equation. Theory and numerical analysis]. Moscow, Mir Publ., 1981. 408 p.

37. Kovenya, V. M., Yanenko, N. N. *Metod rasshchepeniya v zadachakh gazovoy dinamiki* [Splitting method in problems of gas dynamics]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1981. 304 p.

38. Borisov, A. V. Chislennoe modelirovanie sverxzvukovykh otryvnykh turbulentnykh techeniy [Numerical modeling of supersonic detachable turbulent flows]. *Prikladnaya mexanika i texnicheskaya fizika*, 1996, vol. 37, no. 4, pp. 89-97.

39. Menter, F. R. Zonal Two Equation  $k-\omega$  Turbulence Models for Aerodynamic Flows. *AIAA Paper*, № 93-2906, 1993, pp. 21.

40. Shlixting, G. *Teoriya pogranichnogo sloya* [Boundary layer theory]. Moskou, Nauka Publ., 1969. 742 p.

41. Zheltovodov, A. A., Borisov, A. V., Fedorova, N. N. i dr. Razvitie i verifikatsiya metodov rascheta primenitel'no k zadacham sverxzvukovoy ae'roodinamiki [Development and verification of methods of calculation in relation to problems of supersonic aerodynamics]. *Preprint no. 7 – 87*. ITPM SO RAN Publ., 1997. 42 p.

42. Prixd'ko, A. A. Sovremennyye tekhnologii matematicheskogo modelirovaniya v ae'rogidrodinamike i teplomassoobmene [Modern technologies of mathematical modeling in aerohydrodynamics and a heatmass exchange]. *Texnicheskaya mexanika*, Dnepropetrovsk, DGU, 2009, no. 9, pp. 73-85.

43. Hidalgo, H., Kadanoff, L. P. Comparison between theory and flight ablation data. *AIAA Journ.* 1963, vol. 1, no. 1, pp. 64-80.

### III. Flight experiments on a trans- super- and hypersonic complexes

44. Ibraeva, I. I. Issledovanie granic nachala i konca laminarno-turbulentnogo perexoda v pogranichnom sloe v lyotnom e'ksperimente pri vyvedenii raket kosmicheskogo naznacheniya [Research of borders of the beginning and end of laminar and turbulent transition in the boundary layer in flight experiment at removal of rockets of space appointment]. *Uchenye zapiski CAGI*, 2005, vol. XXXVI, no. 1-2, pp. 70-79.

45. Yurchenko, I. I., Karakotin, I. N., Kudinov, A. S. Turbulentno-laminarnyy perexod na poverxnosti raket v usloviyax vyvedeniya [Turbulent and laminar transi-

tion to surfaces of rockets in the conditions of removal]. *Nauka i obrazovanie: E'lektronnyy zhurnal MGTU im. N. E. Baumana*, no. 9, 2014, pp. 88-105.

46. Reda, D. C., Wilder, M. C., Bogdonoff, D. W., Prabhu, D. K. Transition Experiments on Blunt Bodies with Distributed Roughness in Hypersonic Free Flight. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2008, vol. 45, no. 2, pp. 210-215.

47. Schneider, S. Laminar-Turbulent Transition on Reentry Capsules and Planetary Probes. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2006, vol. 43, no. 6, pp. 1153-1173.

48. Kuntz, D. W., Potter, D. L. Boundary-Layer Transition and Hypersonic Flight Testing. *Journal of Spacecraft and Rocket*, 2008, vol. 45, no. 2, pp. 184-192.

49. Frederick, M. A., Banks, D. W., Garzon, G. A., Matischeck, J. R. Flight Tests of a Supersonic Natural Laminar Flow Airfoil [Digital resource]. *NASA Technical Reports Server (NTRS), Technical Report. NASA/TM-2015-218940, DFRC-E-DAA-TN28448, ID: 20160000701*, Jan. 13, 2016. 29 p.

50. Zheltukhin, N. A., Pavlyuchenko, A. M. Nauchnye problemy sozdaniya letnogo nauchno-issledovatel'skogo aerofizicheskogo kompleksa [Scientific problems of creation of a flight research aerophysical complex]. *Prikladnaya aerogazodinamika i teplovye protsessy: sb. nauch. tr.*, Novosibirsk, ITPM SO AN SSSR Publ., 1980, pp. 3-22.

51. Siemers, P. M., Larson, T. J. Space Shuttle Orbiter and Aerodynamic Testing. *AIAA Journ.*, 1980, vol. 18, no. 1, pp. 34-48.

52. Gerasimov, Yu. A., Grachev, V. S., Kaburov, I. S. Issledovanie obtekaniya kryla samoleta v polete i v ae'roodinamicheskoy trube [Research of a flow of a wing of the plane in flight and in a wind tunnel]. *Uchenye zapiski CAGI*, 1982, vol. 13, no. 3, pp. 1-11.

53. Pavlyuchenko, A. M., Shijko, A. N. Teoretichne obgruntovannya gazodinamichnoy formuly N'yutona i perevirka ee v l'otnikh umovakh obtikannya golovnykh chastin ryadu aerofizichnykh kompleksiv dlya chisel Makha  $M_\infty \leq 5,0$  ta Reynol'dsa  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$  [Theoretical justification of a gasdynamic formula of Newton and her check in flight conditions at a flow of head parts of a number of aerodynamic complexes for numbers  $Max M_\infty \leq 5,0$  and Reynolds  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ ]. *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya*, 2015, vol. 2 (119), pp. 25-44.

54. Dudley, C. Future supersonic transport studies at Aerospatiale. *SAE Techn. Paper. Ser.*, 1990, no. 901890, pp. 1-9.

55. Shmitt, S. O., Wierbanowski, T. J., Jonson, J. The society of experimental test pilots 1987. *Report to*

the aerospace profession. XXXI Symposium proceedings, September 23-26. 1987, pp. 34-56.

56. Meyer Robert, R. A unique flight test facility: description and result. *ICAS Proc. 1982: 13th Congr. Int. Counc. Aeron. Sci.; AIAA Aircraft Syst. and Technol. Conf.*, Seattle, 1982, vol. 1, s. I, pp. 433-448.

57. Hamilton, H. H. Approximate method of predicting heating on the windward side of Spase Shuttle orbiter and comparison with flight date. *AIAA Pap. № 0823.-1982. 14 p. (Astronavtika i raketodinamika. Moskow, VINITI Publ., no. 30, pp. 19).*

#### IV. Models of turbulence and methods of calculation of sinuous flows

58. Kruglov, B. P. Dostizheniya i problemy sovremennoj aerodinamiki sverxzvukovyx i giperzvukovyx skorostej [Achievements and problems of modern aerodynamics of supersonic and hypersonic speeds]. *ONTI CAGI*. Moskow, 1981, no. 10, pp. 1-13.

59. Frost, U. *Turbulentnost'. Principy i primeneniya*. [Turbulence. Principles and applications] Moskow, Mir Publ, 1980. 526 p.

60. Kurbackij, A. F. *Modelirovanie nelokal'nogo perenosa impul'sa i tepla* [Modeling of notlocal transfer of an impulse and heat]. Novosibirsk, Nauka Publ, 1988. 240 p.

61. Turbulent flows in the boundary layer, phenomenological approaches and the new directions in a turbulence research (on materials of a foreign press). Reviews. Translations. Papers, ONTI CAGI Publ., Moskow, 1979, no. 553. 135 p. (In Russian).

62. Zhigulev, V. N., Tumin, A. A. *Vozniknovenie turbulentnosti* [Turbulence emergence]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1987. 282 p.

63. *Turbulentnye techeniya / Pod redakciej akademika V. V. Struminskogo* [Turbulent flows]. Moskow, Nauka Publ., 1977. 253 p.

64. Lapin, Yu. V. *Turbulentnyj pogranchnyj sloj v sverxzvukovyx potokax gaza* [Turbulent boundary layer in supersonic streams of gas]. Moskow, Nauka Publ., 1982. 312 p.

65. Shlixting, G. *Vozniknovenie turbulentnosti* [Turbulence emergence]. Moskow, Izd-vo inostrannoj literatury Publ., 1962. 201 p.

66. Kutateladze, S. S., Leont'ev, A. I. *Teplomassoobmen i trenie v turbulentnom pogranchnom sloe* [Heatmass exchange and friction in turbulent boundary layer]. Moskow, Energiya Publ., 1985. 319 p.

67. Kolmogorov, A. N. Uravneniya turbulentnogo dvizheniya neshhimaemoj zhidkosti [Equations of the movement of the incompressible liquid]. *Izv. AN SSSR. Ser. fiz. n.*, 1942, vol. 6, no. 1-2, pp. 56-58.

68. Ievlev, V. M. *Turbulentnye dvizheniya vysokotemperaturnyx sploshnyx sred* [Turbulent movements of

high-temperature continuous environments]. Moskow, Nauka Publ., 1975. 256 p.

69. Kline, S. J., Reynolds, W. G., Schraub, F. A. The structure of Turbulent Boundary Layers. *Journ. Fluid Mech.*, 1967, vol. 30, pp. 25-37.

70. Corino, E. R., Brodkey, R. S. A Visual Investigation of the Wall Region in Turbulent Flow. *Journ. Fluid Mech.*, 1969, vol. 37, pp. 52-64.

71. Kutateladze S. S. *Osnovy teorii teploobmena* [Bases of the theory of heat exchange]. Moskow, Atomizdat Publ., 1979. 416 p.

72. Millionshnikov, M. D. Nekotorye problemy turbulentnosti i turbulentnogo teploobmena [Some problems of turbulence and turbulent heat exchange]. *Sb. «Turbulentnye techeniya»*, Moskow, Izd. Nauka Publ., 1974, pp. 5-18.

73. Cebeci, T., Mosinscis, G., Smith, A. M. Calculation of compressible Adiabatic Turbulent Boundary Layers. *AIAA Journ.*, 1970, vol. 8, no. 11, pp. 21-35.

74. Herring, H. J., Mellor, G. L. A Method of Calculating Compressible Turbulent Boundary Layers. *NASA Paper*, 1968, GR-1144.

75. Viegas, J. R., Coakley, T. J. Numerical Investigation of Turbulence Models for Shock Separated Boundary-Layer Flows. *AIAA Paper*, 1974, no. 44, pp. 35-49.

76. Patancar, S. V., Spolding, D. B. Heat and Mass Transfer in Boundary Layers. *Morgan-Grampian*, London, 1967. 205 p.

77. Saffman, P. G., Wilcox, D. C. Turbulence Model Prediction for Turbulent Boundary Layers *AIAA Journ.*, 1974, vol. 12, pp. 541-546.

78. Maise, G., McDonnald, H. Mixing Length and Kinematic Viscosity in Compressible Boundary Layer. *AIAA Journ.*, 1968, vol. 6, no. 1, pp. 35-57.

79. Baldwin, B., Lomax, H. Thin Layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. *AIAA Paper*, 1978, no. 78-257, 559 p.

80. Sebichi, T. Raschet szhimaemogo turbulentnogo pogranchnogo sloya pri nalichii teplo- i massoobmena [Calculation of the compressed turbulent boundary layer in the presence of warm and a mass exchange]. *Raketnaya texnika i kosmonavtika.*, 1971, vol. 9, no. 6, pp. 121-129.

81. Petuxov, B. S. *Turbulentnost' v teorii teploobmena* [Turbulence in the theory of heat exchange]. *Sb. «Teplomassoobmen-IV»*. *Problemnye doklady IV Vsesoyuznoj konferencii po teplomassoobmenu.*, Part 1, Minsk, 1981, pp. 20-51.

82. Chen, K. K. Extension of Emmons Spot Theory to flow on Blunt Bodies. *AIAA Journ.*, 1971, vol. 9, no. 5, pp. 821.

83. *Tablicy strel'by oskolochno-fugasnymi reaktivnymi snaryadami M-21OF*. Moskow, Voennoe izdatel'stvo ministerstva oborony SSSR Publ., 1975. 96 p.

84. Labusov, A. N., Lapin, Yu. V. Chetyreparametricheskaya dvuxslojnaya algebraicheskaya model' perexodnogo pogranichnogo sloya na ploskoj plastine [Four-parametrical two-layer algebraic model of a transitional boundary layer on a flat plate]. *Teplofizika vysokix temperatur*, 1996, vol. 34, no. 6, pp. 942-948.
85. Labusov, A. N., Lapin, Yu. V. Algebraicheskaya model turbulentnogo pogranichnogo sloya na vypukloj krivolinejnoj poverxnosti [Algebraic model of a turbulent boundary layer on a convex curvilinear surface]. *Teplofizika vysokix temperatur*, 2000, vol. 38, no. 3, pp. 458-467.
86. Pridor'ko A. A. Komp'yuternye tehnologii v aerogidrodinamike i teplomassoobmene [Computer technologies in aerohydrodynamics and a heatmass exchange]. Kiev, Naukova dumka Publ., 2003. 382 p.
87. Pridor'ko, A. A., Polevoj, O. V. Primenenie metoda rasshchepeniya i raznostnyx approksimacij povyshennoj tochnosti k chislenному resheniyu zadach mexaniki zhidkosti i gaza [Application of a method of splitting and differential approximations of the increased accuracy to the numerical solution of problems of mechanics of liquid and gas]. *Modelirovanie v mexanike*, 1992, vol. 6 (23), no. 3, pp. 108-115.
88. Pavlyuchenko, A. M., Maksimova, E. M., Popkov, A. N. Chislennyj raschet aerofizicheskix kharakteristik sverkhzvukovykh osesimmetrichnykh ob"ektov s ispol'zovaniem letnykh dannyx v granichnykh usloviyakh [Numerical calculation of aerophysical characteristics of supersonic axisymmetric objects with use of flight data in boundary conditions]. *Modelirovanie v mekhanike: Sb. nauch. tr.*, Novosibirsk, 1990, vol. 4 (21), no. 1, pp. 136-148.
89. Pridor'ko, A. N., Polevoj, O. B. Osobennosti rascheta otrvnyx techenij pri interferencii prostanstvennyx skol'zyshix skachkov uplotneniya i turbulentnogo pogranichnogo sloya [Features of calculation of detachable currents at an interference of the spatial sliding jumps of consolidation and a turbulent boundary layer]. *Mexanika zhidkosti i gaza. Metody issledovaniya ae'rotermodynamicheskix xarakteristik giperzvukovyx letatel'nyx apparatov*, Moskva, CAGI Publ., 1992, pp. 166-167.
90. Pridor'ko, A. A. Chislennoe modelirovanie sverxzvukovyx interferencionnyx techenij na osnove uravnenij Nav'e-Stoksa [Numerical modeling of supersonic interferential currents on the basis of Navier-Stokes's equations]. *Modelirovanie v mexanike*, 1989, vol. 3(20), no. 5, pp. 145-150.
91. Garbaruk, A. F., Lapin, Yu. V., Strelec, M. X. Primenenie obratnogo metoda resheniya uravnenij pogranichnogo sloya dlya testirovaniya modelej turbulentnosti [Application of the return method of the solution of the equations of an boundary layer for testing of models of turbulence]. *Teplofizika vysokix temperatur*, 1998, vol. 36, no. 4, pp. 607-616.
92. Johnson, D. A., King, L. S. Mathematically Simple Turbulence Closure Model of Attached and Separated Turbulent Boundary Layers. *AIAA Journ.*, 1985, vol. 23, no. 11, p. 1684-1692.
93. Horton, H. P. Invariant Imbedding Algorithms for Inverse Boundary Layer Problems. *Queen Mary and Westfield College. University of London. UK*, 1994, QMW-EP1102.
94. Complex Turbulent Flows. *Proc. of the 1980-1981 Stanford – AFOSR – HTTM Conf. on Complex Turbulent Flows*. Ed. Kline, S. I., Cantwell, B. I., Lilley, G. M. Stanford: Dept. of Mech. Eng. Stanford Univ, 1981, vol. 1-3, pp. 632, pp. 416, pp. 503.
95. Rotta, I. C. Turbulent Shear Layer Prediction of the Basis of the Transport Equations for the Reynolds Stresses. *Theor. And Apl. Mech.* Berlin, 1973, pp. 295-308.
96. Sekundov, A. N. Primenenie differencial'nogo uravneniya dlya turbulentnoj vyazkosti k analizu ploskix neavtonomnyx techenij [Application of the differential equation for turbulent viscosity to the analysis of flat nonautonomous currents]. *Izv. AN SSSR. MZhG*, 1971, no. 5, pp. 119.
97. Spalart, P. R., Allmaras, S. R. A one-equation turbulence model for aerodynamic flow. *La Recherche Aerospatiale*, 1994, no. 1-5, pp. 5-21. DOI: 10.2514/6.1992-439.
98. Glushko, G. S. Turbulentnyj pogranichnyj sloj na ploskoj plastine v neszhimaemoj zhidkosti [Turbulent boundary layer on a flat plate in incompressible liquid]. *Izv. AN SSSR. Mexanika*, 1965, no. 4, pp. 13-23.
99. Jones, W. P., Launder, B. E. The prediction of Laminarization on with a Two-Equation of Model Turbulence. *Int. Journ. Heat Mass Transfer*, 1972, vol. 5, pp. 301-304.
100. Jones, W. P., Launder, B. E. The Calculation of Low-Reynolds Number Phenomena a Two-Equation Model of Turbulence. *Int. Journ. Heat Mass Transfe*, 1973, vol. 16, pp. 1119-1130.
101. Knight, D. D., Borisov, A. V., Horstman, C. C., Zheltovodov, A. A., Settles, G. S. The possibilities of numerical simulation of shock waves / boundary layer interaction in supersonic and hypersonic flows. *Int. Conf. on the Methods of Aerophys. Research: Proc. Pt.1.* Novosibirsk, Russia, August 31 – September 4, 1992, Novosibirsk, 1992, pp. 164-170.
102. Horstman, C. C., Zheltovodov, A. A. Numerical simulation of shock waves / Expansion fans-turbulent boundary layer interaction. *Int. Conf. on the Methods of Aerophys. Research: Proc. Pt.2.* Novosibirsk, Russia, August 22 – 26, 1994, Novosibirsk, 1994, pp. 118-125.
103. Borisov, A. V., Fedorova, N. N. Raschet tur-

bulentnyx otrivnyx techenij na osnove metoda povyshennogo poryadka approksimacii [Calculation of turbulent detachable flows on the basis of a method of the raised approximation order]. *Teplofizika i aeromehanika*, 1995, vol. 2, no. 3, pp. 253-268.

104. Leont'ev, A. I., Pavlyuchenko, A. M. K probleme vliyaniya perenosa IK izlucheniya na pole temperatury i ee turbulentnye pul'sacii v opticheski tonkom turbulentnom pograničnom sloe [To a problem of influence of transfer of radiation in the field of temperature and its turbulent pulsations in optically thin turbulent interface]. *Teplofizika i aeromehanika*, 1998, vol. 5, no. 4, pp. 451-467.

105. Pavlyuchenko, A. M., Shijko, A. N. Metody diagnostiki i rezul'taty izmerenij xarakteristik trans-, sverx-, i giperzvukovyx kompleksov razlichnyx tipov v lyotnyx usloviyax [Methods of diagnostics and results of measurements of characteristics a trance, - over, - and hypersonic complexes of various types in flight conditions]. *Aviacionno-kosmicheskaya texnika i texnologiya*, 2016, no. 3, pp. 68-91.

106. Anderson, I. D. A survey of modern research in hypersonic aerodynamics. *AIAA Pap.*, 84, no. 1578, pp. 24.

107. Shiyko, O. M., Polenitsya, P. V., Koplík, I. V. Skladova oporu tisku aerodinamichnogo koefitsientu lobovogo oporu artileriy'skogo snaryada [Making resistance of pressure of aerodynamic coefficient of front resistance of an artillery shell]. *Sistemi ozbroennya i viys'kova tekhnika*, Kharkiv, KhUPS Publ., 2010, no 1, pp. 108-117.

108. Menter, F. R. Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Enginiring Applications. *AIAA Journ.*, 1994, vol. 32, no. 8, pp. 1598-1605.

109. Lampart, P., Yershov, S., Rusanov, A. at al. The comparison of Performance of the Menter Shear Stress Transport and Baldwin-Lomax Models with Respect to CFD Prediction of Losses in HP Axial Turbine. *Technologies for Fluid / Thermal / Structural / Chemical Sitems with Industrial Applications. ASME*, 2001, vol. 424-2, pp. 1-12.

110. Bulat, P. V., Zasuxin, O. N., Prodan, N. V. Osobennosti primeneniya modelej turbulentnosti pri raschete techenij v sverxzvukovyx traktax perspektivnyx vozdušno-reaktivnyx dvigatelej [Features of application of models of turbulence when calculating currents in supersonic paths of perspective propulsion jet engines]. *Dvigatel*, 2012, vol. 79, no. 1, pp. 20-23.

111. Kalinkevich, N. V., Skorik, A. V. Flow and perfomence investigation of the specially designet channel diffuser of centrifugal compressor. *Proceedings of the 8-th International Conference on Compressors and their Systems: 9-10 September 2013, 2013*, pp. 489-500.

112. Kalinkevich, N., Smirnov, A., Obukhov, O., Skorik, A. The design of vaned diffuser of centrifugal compressors based on the given velocity distribution. *Proceedings of the 7-th International Conference on Compressors and their Systems*, London, UK, 2011, pp. 61-69.

113. Sheng, Xenki, Duojer. Chislennyj analiz sverxzvukovogo turbulentnogo pograničnogo sloya na osnove razlichnyx modelej vixrevoj vyazkosti [The numerical analysis of a supersonic turbulent boundary layer on the basis of various models of vortex viscosity]. *Raketnaya texnika i kosmonavtika*, 1973, vol. 11, no. 12, pp. 34-52.

Поступила в редакцию 22.03.2017, рассмотрена на редколлегии 7.06.2017

**РЕЗУЛЬТАТИ ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗПОДІЛУ СТАТИЧНОГО ТИСКУ  
НА ГОЛОВНІЙ ЧАСТИНІ РАКЕТНОГО АЕРОФІЗИЧНОГО КОМПЛЕКСА ТИПУ М-100  
НА ОСНОВІ ЧИСЕЛЬНОГО МЕТОДУ РОЗРАХУНКУ І ЛЬОТНОГО ЕКСПЕРИМЕНТУ  
ДЛЯ ЧИСЕЛ МАХА ПОЛЬОТУ  $1,4 \leq M_\infty \leq 4,2$ , РЕЙНОЛЬДСА  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ , ПРИСКОРЕННЯ  $a \leq 32g$   
В УМОВАХ АЕРОДИНАМІЧНОГО НАГРІВУ**

***А. М. Павлюченко, О. М. Шийко, А. В. Скорик***

Стаття присвячена комплексному рішенню проблеми надійності і достовірності даних про розподілення статичного тиску на поверхні головної частини ракетного аерофізичного комплексу типу М-100 в діапазоні чисел Рейнольдса  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ , чисел Маха  $M_\infty \leq 4,5$ , прискорення  $a \leq 32g$  в умовах польоту по траєкторії за наявності аеродинамічного нагріву, стисливості потоку, ефекту дії на пограничний шар працюючих двигунів РДТТ шляхом подолання проблеми масштабних ефектів на основі чисельного рішення рівнянь Нав'є-Стокса у рамках програмного продукту ANSYS CFX і льотного експерименту на головній частині об'єкта типу М-100. Приведений огляд алгебраїчних, напівдиференціальних і диференціальних моделей пристінної турбулентності і зроблено висновок про доцільність використання моделі турбулентності Ментера. Проведено розрахунок статичного тиску на головній частині об'єкта М-100

на основі чисельного рішення рівнянь Нав'є-Стокса в системі ANSYS CFX для турбулентного надзвукового режиму обтікання, отримано добре узгодження результатів чисельного розрахунку статичного тиску і льотних даних. Наводяться порівняльні розрахункові дані по тиску, отримані авторами на основі деяких інших методів.

**Ключові слова:** статичний тиск на головній частині, льотний експеримент, пряме вимірювання тиску, рівняння Нав'є-Стокса, моделі турбулентності, програмний продукт ANSYS CFX, порівняння розрахункових і льотних даних по тиску.

**RESULTS OF THE RESEARCH OF STATIC PRESSURE DISTRIBUTION  
ON THE HEAD PART MISSILE M-100 AERO PHYSICAL SYSTEMS  
ON THE BASIS OF THE NUMERICAL METHOD OF CALCULATION  
AND FLIGHT EXPERIMENT FOR MACH NUMBERS  $1,4 \leq M_\infty \leq 4,2$ , REYNOLDS  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ ,  
ACCELERATION  $a \leq 32g$  IN THE CONDITIONS OF AERODYNAMIC HEATING**

*A. M. Pavlyuchenko, O. M. Shyiko, A. V. Skorik*

Article is devoted to end-to-end solution of a problem of reliability and reliability of data on distribution of static pressure to surfaces of a head part of a missile M-100 aerophysical system in the range of Reynolds numbers of a flow  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ , Mach numbers  $M_\infty \leq 4,5$ , an acceleration  $a \leq 32g$  in flight conditions on a flight trajectory in the presence of aerodynamic heating, compressibility of a flow, effect of impact on the boundary layer of the operating engines by overcoming a problem of scale effects on the basis of the numerical solution of the equations of Navier-Stokes within a software product of ANSYS CFX and a flight experiment on a head part of a M-100 object. The problem of scale effects in aerodynamics of big speeds is discussed, the conclusion is drawn on special value of flight experiments in case of a trans- super- and hypersonic speeds, the review of algebraic, semi-differential and differential models of turbulence is provided and the conclusion is drawn on feasibility of use of model of turbulence of Menter. Calculation of static pressure on a head part of an object M-100 on the basis of the numerical solution of the equations of Navier-Stokes for the turbulent hyperacoustic mode of a flow is carried out. Good coordination of results of numerical calculation of static pressure and flight data. The comparative settlement data on pressure received by authors on the basis of some other methods are provided.

**Keywords:** static pressure on a head part, a flight experiment, direct measurement of pressure, Navier-Stokes equation, turbulence model, a software product of ANSYS CFX, comparing of calculated and flight data on pressure.

**Павлюченко Анатолий Михайлович** – д-р техн. наук, проф., академик Российской Академии естественных наук, проф. каф. «Электротехнические системы в АПК и физика», Сумской национальный аграрный университет, Сумы, Украина.

**Шийко Александр Николаевич** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры технического сервиса, Сумской национальный аграрный университет, Сумы, Украина, e-mail: shiykoa@mail.ru.

**Скорик Андрей Викторович** – канд. техн. наук, ассистент кафедры теплофизики, Сумской государственной университет, Сумы, Украина, e-mail: avsrts@mail.ru.

**Pavlyuchenko Anatoly Mikhaylovich** – Doctor of Engineering, Professor, the Academician of the Russian Academy of Natural Sciences, Professor of "Electrotechnical Systems in Agrarian and Industrial Complex and Physics" Department of the Sumy National Agricultural University, Sumy, Ukraine.

**Shyiko Oleksandr Mikolayevich** – Candidate of Techn. Scien., the Associate Professor to Department of Technical Service of the Sumy National Agricultural University, Sumy, Ukraine, e-mail: shiykoa@mail.ru.

**Skorik Andrey Viktorovich** – Candidate of Techn. Scien., the Assistant to Department of Thermophysics of the Sumy State University, Sumy, Ukraine, e-mail: avsrts@mail.ru.