

УДК 629.7:533.6.001

Б. И. БАСОК, В. В. ГОЦУЛЕНКО*Институт технической теплофизики НАН Украины, Киев*

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ АВТОКОЛЕБАНИЙ В ЖРД, ОБУСЛОВЛЕННЫХ НЕСТАЦИОНАРНЫМ ИСТЕЧЕНИЕМ ГАЗОВ ИЗ РЕАКТИВНОГО СОПЛА

Получена математическая модель общесистемной неустойчивости в жидкостном реактивном двигателе с учетом нестационарности истечения продуктов сгорания из реактивного сопла. Установлена особенность изменения автоколебаний вибрационного горения в зависимости от геометрической структуры гидравлической характеристики реактивного сопла. Обоснована возможность снижения амплитуды или полное подавление рассматриваемых колебаний. Теоретическое описание вибрационного горения представлено системой уравнений механики газов, в которой уравнение энергии сведено к напорной характеристике теплоподвода. Это позволило установить ранее неизвестные механизмы этого явления, обусловленные образованием восходящей (неустойчивой) ветви на напорной характеристике теплоподвода. С помощью численного интегрирования уравнений математической модели рассматриваемых автоколебаний установлен характер их зависимости от времени запаздывания сгорания топлива при различных геометрических типах как напорной характеристики теплоподвода, так и гидравлической характеристики реактивного сопла. Установлен характер деформации предельных циклов автоколебаний в камере сгорания ЖРД, когда проявляются механизмы как внутрикамерной неустойчивости, так и истечения из реактивного сопла. Используя численное моделирование, установлено увеличение предельного цикла автоколебаний с ростом времени запаздывания сгорания топлива, когда стационарный режим расположен на устойчивой монотонно убывающей ветви напорной характеристики теплоподвода. Аналитически получено выражение для критического времени запаздывания сгорания топлива как функции от акустических параметров камеры сгорания, ее напорной характеристики и гидравлической характеристики реактивного сопла. Полученное выражение позволяет количественно оценить влияние данных параметров на границу области устойчивости стационарного режима горения.

Ключевые слова: *вибрационное горение, термоакустические автоколебания, напорная характеристика теплоподвода, запаздывание сгорания топлива, характеристика сопла, неустойчивость.*

Введение

Самовозбуждение вибрационного горения приводит к нарушению нормального функционирования камер сгорания жидкостных реактивных двигателей (ЖРД). При этом происходят колебания тяги, вибрации конструкции ракеты, а также в ряде случаев наблюдается разрушение целостности камер сгорания. Подавление таких колебаний из-за недостаточной изученности явления вибрационного горения согласно [1] требует проведения громадного количества экспериментов на создаваемом ЖРД и его прототипах.

В основу теоретического обоснования неустойчивости горения в ЖРД был положен [2] механизм проявления действия квазиупругой силы феноменологического запаздывания сгорания топлива, который рассматривается во многих монографиях по данной тематике. Однако, как нами установлено, ав-

токолебания в камерах горения промышленных агрегатов, автоколебания “поющего” пламени Хиггинса и вибрационного горения в ЖРД, определяются также напорной характеристикой теплоподвода.

Введение в уравнение движения напорной характеристики $p_{kc} = F(G)$ камеры сгорания позволило найти ряд других механизмов возбуждения и поддержания автоколебаний вибрационного горения в промышленных агрегатах [3-6] и ЖРД [7-9], которые образуют восходящую ветвь зависимости $p_{kc} = F(G)$, и ранее оставались неизвестными. Процессы в камере сгорания ЖРД, а также управление ими влияют на истечение газов из реактивного сопла и определяют его характеристику. При этом порождается внутрикамерная неустойчивость жидкостного реактивного двигателя, связанная с особенностями истечения, что также способствует возникновению режима вибрационного горения.

Движение жидкого топлива в тракте жидкостного реактивного двигателя осуществляется напором, создаваемым насосами или вытеснительной системой его подачи. Известно, что автоколебания, обусловленные неустойчивой работой лопастного нагнетателя, возбуждаются только при наличии восходящей ветви на его напорной характеристике [10]. Подвод теплоты или других форм энергии к потоку сжимаемой среды также способствует образованию напора или повышению его составляющих в потоке [11] из-за частичного превращения подводимой энергии. Изменение располагаемого напора потока происходит и при преодолении гидравлических и других сопротивлений. В этом случае происходит его частичное превращение во внутреннюю энергию, что также отражается на напорной характеристике $F(G)$ и формирует характер зависимости напора F от расхода G [11].

Согласно работам [3-6] причиной автоколебаний из-за подводимой теплоты от электроспирали в трубе Рийке или вибрационного горения в вертикальных камерах сгорания [7-9] является образование восходящих ветвей на напорных характеристиках соответствующих устройств. В теоретических описаниях неустойчивости горения [12, 13] в ЖРД и вибрационного горения в камерах горения промышленных агрегатов [14] причины изменения напора потока из-за теплоподвода не реализовывались, т.к. они оставались неизвестными. Следует отметить, что квазиупругая сила феноменологического запаздывания, на проявлении действия которой представлено теоретическое описание неустойчивости горения в ЖРД [1, 2], в трубе Рийке изменяет лишь гармонические автоколебания [11]. Релаксационные колебания, амплитуда которых не зависит от волнового сопротивления колебательного контура вертикальной трубы, при разрежении в нем, также сохраняют ее постоянство и при любых значениях τ запаздывания.

В [7-9] установлены новые механизмы возбуждения и поддержания внутрикамерной неустойчивости ЖРД, которые порождают восходящую ветвь напорной характеристики. В [11] определены также формы релаксационных автоколебаний неизменной амплитуды вибрационного горения, которые образуются из-за восходящей ветви напорной характеристики при снижении волнового сопротивления. Такие колебания не связаны с процессом сгорания, поскольку наблюдаются и при подводе теплоты от электроспирали, т.е. определяются лишь теплоподводом. При наличии запаздывания τ сгорания топлива в ЖРД с его ростом происходит своеобразное изменение предельного цикла, не зависящего от волнового сопротивления при $\tau = 0$ и соответ-

ственно увеличение амплитуды релаксационных колебаний, не изменяющихся от волнового сопротивления [7-9].

Постановка задачи

В данной работе, путем математического моделирования, устанавливается характер изменения внутрикамерных автоколебаний вибрационного горения с приключением к ней системы подачи с лопастными насосами, т.е. при переходе к общесистемной неустойчивости ЖРД.

Проводится математическое моделирование вибрационного горения в ЖРД, обусловленного действием механизма неустойчивости истечения в реактивном сопле. Также определяется характер изменения таких автоколебаний при проявлении феноменологического запаздывания τ процесса сгорания и механизмов, порождающих восходящую (неустойчивую) ветвь на напорной характеристике теплоподвода камеры сгорания.

1. Уравнения общесистемного нестационарного движения в ЖРД

В поставленной задаче рассматривается нестационарная совместная работа системы подачи компонентов топлива и камеры сгорания, т.е. двигателя в целом, схема которого изображена на рис. 1.

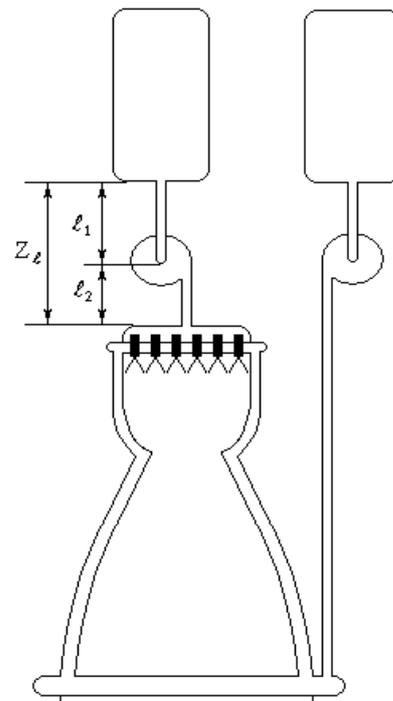


Рис. 1. Схема двухкомпонентного ЖРД с насосной подачей топлива

Уравнения изменения импульса массы согласно схеме ЖРД (рис. 1) определяются действующими силами и инерционностями во всех составляющих его тракта. Эти уравнения можно записать

– для подводящей магистрали i -го компонента к насосу:

$$\ell_1^i \frac{dG_{ж}^i}{dt} = (p_e^i - p_0^i) S_{п}^i + G_1^i - R_1(G_{ж}^i); \quad (1)$$

– для напорной магистрали i -го компонента:

$$\ell_2^i \frac{dG_{ж}^i}{dt} = (p_H^i - p_k) S_H^i + G_2^i - R_2(G_{ж}^i), \quad (2)$$

в которых $G_{ж}^i = \rho_{ж}^i Q_{ж}^i$ – массовый расход i -го компонента, G_1^i , G_2^i – силы тяжести соответственно в подводящей и напорной магистралях; $R_1(G_{ж}^i)$, $R_2(G_{ж}^i)$ – силы трения в этих же магистралях; $S_{п}^i$, S_H^i – площади нормальных сечений, соответственно подводящего и напорного трубопроводов. Суммируя уравнения (1) и (2), получим:

$$\left(\frac{\ell_1^i}{S_{п}^i} + \frac{\ell_2^i}{S_H^i} \right) \frac{dG_{ж}^i}{dt} = p_e^i + H_i(G_{ж}^i) + \rho_{ж}^i g (\ell_1^i + \ell_2^i) - \frac{R_1(G_{ж}^i)}{S_{п}^i} - \frac{R_2(G_{ж}^i)}{S_H^i} - p_k,$$

где $p_H^i - p_0^i = H_i(G_{ж}^i)$ – напорная характеристика

i -го насоса. Откуда, полагая $L_{a_i} = \frac{\ell_1^i}{S_{п}^i} + \frac{\ell_2^i}{S_H^i}$ и

$$F_i(G_{ж}^i) = p_e^i + H_i(G_{ж}^i) + \rho_{ж}^i g (\ell_1^i + \ell_2^i) - \frac{R_1(G_{ж}^i)}{S_{п}^i} - \frac{R_2(G_{ж}^i)}{S_H^i},$$

получаем систему уравнений, определяющую движения в системе подачи компонентов

$$L_{a_i} \frac{dG_{ж}^i}{dt} = F_i(G_{ж}^i) - p_k, \quad (i = \overline{1;2}),$$

откуда окончательно:

$$L_a^n \frac{dG}{dt} = F_n(G) - p_k, \quad (3)$$

где $L_a^n = \frac{L_{a_1} L_{a_2}}{L_{a_1} + L_{a_2}}$, $G = G_{ж}^1 + G_{ж}^2$,

$$F_n(G) = \frac{L_{a_2} F_1(G_{ж}^1) + L_{a_1} F_2(G_{ж}^2)}{L_{a_1} + L_{a_2}} \quad \text{– напорная}$$

характеристика параллельного соединения ветвей подачи компонентов, включающих лопастные насосы.

Уравнение движения в камере сгорания является следующим:

$$L_a^k \frac{dG}{dt} = p_k - h_T(G) - h_\ell(G) - A - p_c, \quad (4)$$

где p_k – давление в камере сгорания, $h_T(G)$ – тепловое сопротивление, $h_\ell(G)$ – потери по длине в камере сгорания, A – давление подъемной силы, p_c – давление перед входом в сопло, $L_a^k = \ell_{кс} / S_{кс}$ – акустическая масса камеры сгорания, $S_{кс}$ – площадь ее нормального сечения, $\ell_{кс}$ – длина камеры сгорания, ρ – плотность продуктов сгорания. Исключая переменную p_k из уравнения (4) с помощью (3), получим

$$L_a \frac{dG}{dt} = F(G) - p_c, \quad L_a = L_a^n + L_a^k, \quad (5)$$

где $F(G) = F_n(G) - h_T(G) - h_\ell(G) - A$.

Уравнение сохранения массы для камеры сгорания примем согласно [7, 8] в виде:

$$C_a \frac{dp_c}{dt} = G(t - \tau) - \varphi(p_c), \quad (6)$$

в котором $C_a = \frac{V_{кс}}{c^2}$ – акустическая гибкость объема камеры, c – скорость звука в среде камеры сгорания, τ – феноменологическое запаздывание сгорания, а обращение функции $\varphi(p_c)$ составляет характеристику реактивного сопла

$$p_c = h_c(G_c, T_c). \quad (7)$$

Совместное решение уравнений (5) – (7) определяет нестационарный режим движения в двухкомпонентном ЖРД совместно с его системой подачи компонентов.

2. Характеристика реактивного сопла ЖРД

Массовый расход газа при закритическом истечении определяется зависимостью:

$$G_c = S_{кр} \sqrt{k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{k-1}} \frac{p_c}{\nu_c}},$$

из которой определяется характеристика сопла:

$$p_c = \frac{c(T_c) G_c}{\beta(k) S_{кр}}, \quad (8)$$

где $\beta(k) = k \left(\frac{2}{k+1} \right)^{\frac{k+1}{2(k-1)}}$ – расходный комплекс,

k – показатель адиабаты, $c(T_c) = \sqrt{kRT_c}$ – скорость звука при температуре потока перед входом его в реактивное сопло, а p_c и ν_c соответственно давление и удельный объем. Зависимость $p_c = f(G, c(T_c))$ согласно (7), (8) может иметь различный характер (рис. 2), что определяется изменением температуры как функции от величины давления, а также управляющим воздействием на рабочий процесс в камере сгорания.

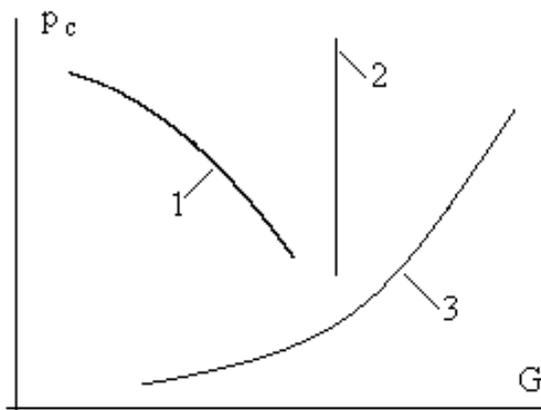


Рис. 2. Геометрические типы характеристик реактивного сопла ЖРД: 1 и 2 – порождающие автоколебания при истечении, 3 – способствующая стабильности потока

При теоретическом описании неустойчивости горения в устройствах с ЖРД характеристика его сопла рассматривалась как монотонно возрастающая функция, например, [1, 2, 13]. Поэтому механизм возбуждения автоколебаний вибрационного

горения, обусловленный неустойчивым режимом реактивного сопла, для ЖРД оставался неизвестным. Для твердотопливных двигателей в монографии [15] было установлено, что характеристика реактивного сопла при истечении продуктов сгорания пороха может быть монотонно убывающей (рис. 2), что порождает неустойчивость стационарного режима двигателя, которая несвязанна с преобразованием теплоты сгорания в напор.

3. Автоколебания обусловленные нестационарным истечением газов из сопла

Такой режим истечения возникает, если его характеристика $p_c = f(G, c(T_c))$ является убывающей функцией расхода G или, если при изменении давления величина расхода остается неизменной. В первом из этих случаев убывающий вид характеристики определяется свойством кривых выгорания, а во втором постоянством отношений давления и температуры в камере сгорания, которое поддерживается автоматически подачей топлива.

Автоколебания при характеристиках сопла 1 и 2 (рис. 2) возбуждаются даже при отсутствии восходящей ветви на напорной характеристике камеры сгорания, что иллюстрировано на рис. 3.

Колебания небольших амплитуд (рис. 3 а, б) могут увеличиться из-за проявления запаздывания τ (рис. 3 в, г) процесса сгорания топлива, а также из-за уменьшения волнового сопротивления, когда их формы близки к гармоническим колебаниям. Далее всюду при построении предельных циклов и разверток колебаний, давление p_c выражалось в МПа, массовый расход G в кг/с, а время t измерялось в секундах. При образовании восходящей ветви на напорной характеристике $F(G)$ камеры сгорания, амплитуды колебаний вибрационного горения из-за неустойчивой характеристики сопла значительно возрастают (рис. 4).

Таким образом, из приведенных решений уравнений механики жидкостей или газов при рассмотрении внутрикамерной неустойчивости следует, что автоколебания вибрационного горения возникают из-за механизмов порождающих восходящую ветвь на напорной характеристике $F(G)$, а также при наличии запаздывания сгорания. Кроме того, особенность истечения газов из реактивного сопла, порождающая нисходящую ветвь его характеристики $p_c = f(G, c(T_c))$, также обуславливает внутрикамерную неустойчивость процесса горения.

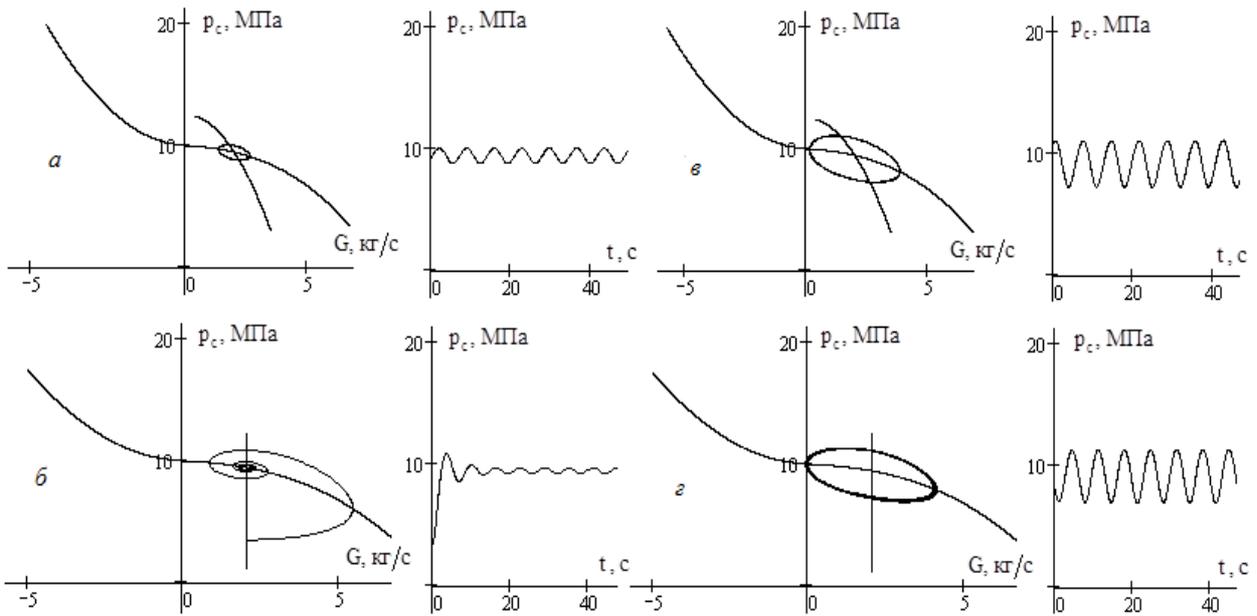


Рис. 3. Автоколебания и соответствующие им предельные циклы, образующиеся при монотонно падающей напорной характеристике $p_c = f(G, c(T_c))$: а) и б) при $\tau = 0$; в) при $\tau = 0,15$ с; г) при $\tau = 0,5$ с

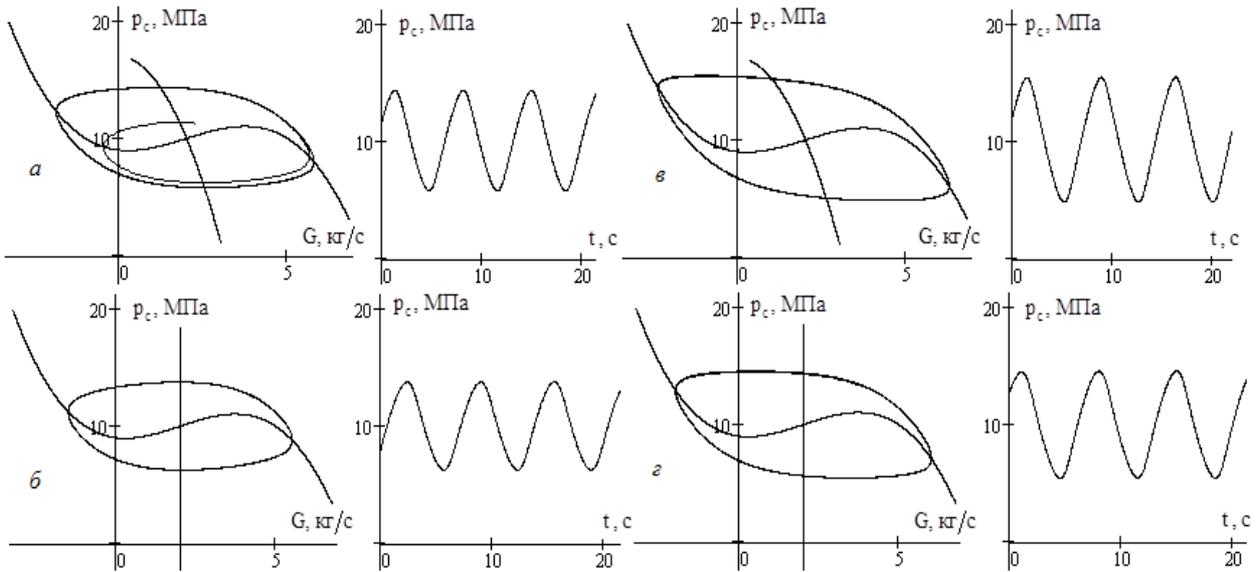


Рис. 4. Автоколебания в камере сгорания ЖРД, когда проявляются механизмы внутрикамерной неустойчивости, а также истечения из сопла: а) и б) при $\tau = 0$; в) и г) при $\tau = 0,3$ с

В тоже время восходящая ветвь напорной характеристики камеры сгорания и нисходящая ветвь характеристики сопла в теории неустойчивости ЖРД оставались неизвестными. Причем система уравнений, описывающая неустойчивость горения в ЖРД, рассматривалась вырожденной [1, 13], а причина возбуждения автоколебаний сводилась к проявлению действия механизма феноменологического запаздывания τ . В монографии [16] доказано, что автоколебания, описываемые вырожденной системой, являются релаксационными, а необходимым их

условием возбуждения является седлообразность характеристики $F(G)$.

При монотонно убывающей зависимости $F(G)$, которая использовалась в вырожденной системе уравнений [1, 13], и при $\tau = 0$ периодических решений не существует. Наличие восходящей ветви на зависимости $F(G)$ порождает ее седлообразный характер из-за присоединения к ней падающей ветви, которая имеется при отрицательных расходах.

Если характеристика реактивного сопла явля-

ется убывающей функцией, а стационарный рабочий режим расположен также на падающей ветви характеристики $F(G)$, то система уравнений (5)-(7) имеет периодическое решение, которое возникает из-за нестационарности процесса истечения. Автоколебания, возбуждающиеся при таких условиях и при отсутствии феноменологического запаздывания $\tau = 0$, изображены на рис. 5.

Если при этом проявляется механизм феноменологического запаздывания сгорания топлива, то с увеличением значений $\tau \neq 0$ амплитуды колебаний значительно увеличиваются, что определяется соответствующим изменением предельного цикла согласно (рис. 6).

Таким образом, установившиеся колебания, причиной которых является неустойчивость истечения потока из камеры сгорания, существенно возрастают по амплитуде из-за увеличения запаздывания τ сгорания топлива.

Реальный процесс сгорания является нестационарным и зависит от управления работой двигателя, что приводит к более сложной зависимости $p_c = f(G, c(T_c))$ по сравнению с изображенными на рис. 2. Поэтому самовозбуждающиеся автоколеба-

ния в реальных условиях работы камеры сгорания ЖРД могут несколько отличаться от представленных выше. Это определяется, главным образом, соответствующими изменениями, как характеристики сопла $p_c = f(G, c(T_c))$, так и камеры сгорания.

4. Автоколебания, порождающие энтропийные волны в процессе сгорания топлива в ЖРД

Одной из причин неустойчивости стационарного режима движения является возрастание напора потока при случайном увеличении расхода, что осуществляет дальнейшее ускорение его течения. Это эквивалентно образованию восходящей ветви на зависимости $F(G)$, представляющей напорную характеристику камеры сгорания.

Практическая реализация такого условия осуществляется как в системах подачи ЖРД (жидкостного реактивного двигателя) из-за преобразования в напор механической энергии вращения, так и в камере сгорания, где происходит частичное превращение в напор подводимой теплоты.

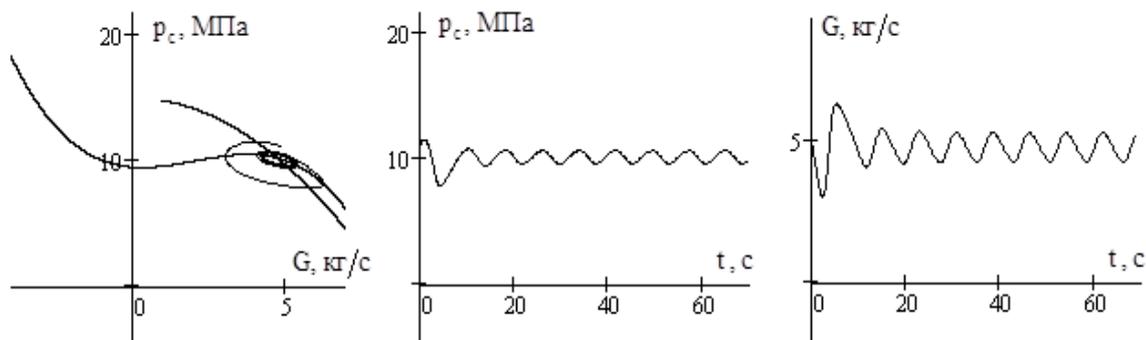


Рис. 5. Автоколебания в камере сгорания, обусловленные неустойчивостью характеристики реактивного сопла при $\tau = 0$

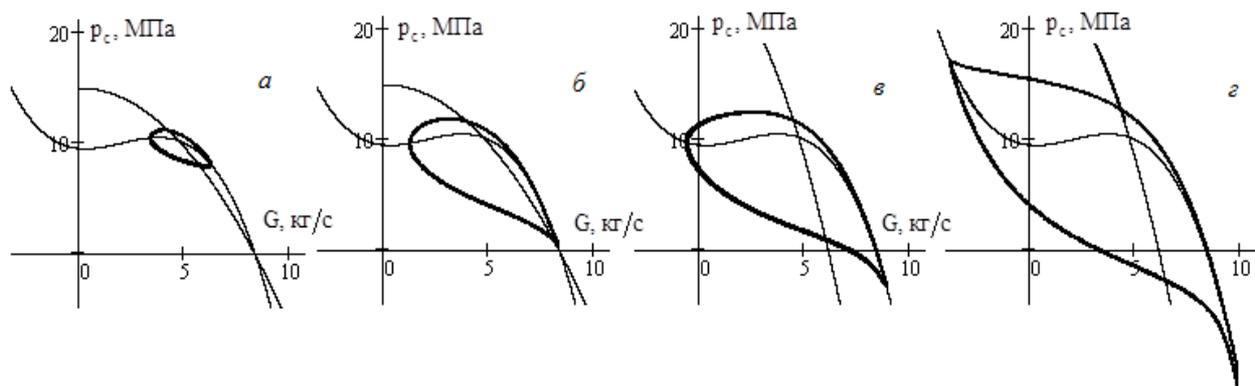


Рис. 6. Увеличение предельного цикла автоколебаний с ростом τ : а) 0.3 с; б) 0.5 с; в) 1 с; г) 2 с

Таким образом, явления, способствующие повышению полного давления в потоке при увеличении расхода, составляют механизмы как продольной неустойчивости нагнетателей (помпажа) [10], так и термоакустических колебаний или вибрационного горения [11].

Неустойчивость стационарного режима может проявляться и при снижении напора потока, что реализуется непосредственно в преодолении гидравлических сопротивлений, а также, кроме того, в процессе истечения из реактивного сопла. В этом случае необходимое условие неустойчивости заключается в образовании нисходящей ветви на зависимости гидропотерь $p_c = f(G, c(T_c))$ от расхода.

В монографии [15] обосновано возбуждение автоколебаний в твердотопливных двигателях, причина которого заключается в нестационарности процесса истечения из-за нисходящей зависимости характеристики сопла.

Известен ряд других механизмов возбуждения и поддержания автоколебаний в камерах сгорания, которые также рассмотрены применительно к ЖРД, например, в [1, 13].

В группе Кармана [2] была высказана возможность образования энтропийных волн в камере сгорания ЖРД, из-за которых истечение из реактивного сопла становится нестационарным, но практическая реализация этого третьего механизма возникновения периодических решений оставалась неизвестной. Нисходящая ветвь характеристики сопла твердотопливного реактивного двигателя [15], обуславливающая неустойчивость истечения, как раз и составляет причину образования энтропийных волн. При образовании такой характеристики сопла автоколебания самовозбуждаются и в отсутствие в камере сгорания других механизмов неустойчивости движения, а также в таких условиях происходит возрастание амплитуды возбуждающихся колебаний независимо от их природы.

Различие характеристик элементов гидросистем окислителя и горючего, а также напорных характеристик насосов приводит к тому, что при колебаниях давления в камере сгорания наряду с периодическим изменением массовых расходов происходят также изменение и соотношения компонентов. По сравнению со стехиометрическим его значением имеет место существенное уменьшение температуры в камере сгорания и соответствующее изменение расхода газа через сопло, что формирует его характеристику, представленную зависимостью

$$p_c = f(G, c(T_c)).$$

Данная характеристика (рис. 2) может быть как

убывающей функцией расхода, так и возрастающей.

Автоколебания, самовозбуждающиеся из-за возрастающего характера изменения давления или напора в камере сгорания, обусловленного проявлением соответствующих механизмов нестационарных режимов горения, или самовозбуждающиеся в системе подачи создают периодическое изменение не только расходов окислителя и горючего, но и величины их соотношения. Это приводит к появлению в процессе сгорания энтропийных волн, которые изменяют режим движения газов через сопло. С образованием нестационарного истечения из реактивного сопла, связанного с переменной энтропией в потоке, осуществляется увеличение амплитуды колебаний $p_c(t)$ изменения давления, поддерживаемых любым из реализуемых механизмов.

Значительную актуальность составляет образование волн энтропии для неустойчивости горения в газогенераторах ЖРД, в которых соотношение компонентов не является оптимальным [2, 12].

5. Условия самовозбуждения автоколебаний

Параметры стационарного режима течения продуктов сгорания определяются из системы дифференциально – разностных уравнений (5), (6), полагая в ней $\frac{dG}{dt} = 0$ и $\frac{dp_c}{dt} = 0$.

Воспользовавшись разложением Тейлора

$$G(t - \tau) = G(t) - \tau \frac{dG}{dt} + O(\tau^2),$$

система (5),(6), с точностью до величин порядка $O(\tau^2)$, запишется в следующей форме:

$$\begin{cases} L_a \frac{dG}{dt} = F(G) - p_c, \\ C_a \frac{dp_c}{dt} = G - \frac{\tau}{L_a} (F(G) - p_c) - \varphi(p_c). \end{cases} \quad (9)$$

Далее более удобно перейти к новым переменным:

$$x = \frac{G - \xi}{\xi}, \quad y = \frac{p_c - \eta}{\eta}, \quad \eta = F(\xi). \quad (10)$$

В переменных (10) система уравнений (9) запишется в следующем виде:

$$\begin{aligned} \xi L_a \frac{dx}{dt} &= F(\xi + \xi x) - \eta(y + 1), \\ \eta C_a \frac{dy}{dt} &= (x + 1)\xi - \tau \left(\frac{F(\xi + \xi x) - \eta(y + 1)}{L_a} \right) - \varphi(\eta + \eta y). \end{aligned} \quad (11)$$

Таким образом, характер устойчивости стационарного режима течения продуктов сгорания, окончательно сводится к исследованию устойчивости нулевого положения равновесия динамической системы (11). Согласно первому методу Ляпунова исследования устойчивости рассмотрим матрицу Якоби системы (11), вычисленной в ее нулевом положении равновесия.

$$J = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_a} \frac{dF(G)}{dG} \Big|_{G=\xi} & -\frac{\eta}{\xi L_a} \\ \frac{\xi}{\eta C_a} \left(1 - \frac{\tau}{L_a} \frac{dF(G)}{dG} \Big|_{G=\xi} \right) & \frac{1}{C_a} \left(\frac{\tau}{L_a} - \frac{d\varphi(p_c)}{dp_c} \Big|_{p_c=\eta} \right) \end{bmatrix}. \quad (12)$$

Для определения критического времени запаздывания сгорания топлива $\tau_{кр}$ необходимо предварительно вычислить корни характеристического уравнения:

$$\det(\mathbf{J} - \lambda \mathbf{E}) = 0. \quad (13)$$

Раскрывая определитель (13), получаем

$$\lambda_{1,2} = \frac{\text{tr}(\mathbf{J}) \pm i\sqrt{4\det(\mathbf{J}) - \text{tr}^2(\mathbf{J})}}{2},$$

где $\text{tr}(\mathbf{J})$ и $\det(\mathbf{J})$ соответственно след, и определитель матрицы Якоби \mathbf{J} . Причем, согласно (12), получаются следующие представления для данных характеристик:

$$\begin{aligned} \text{tr}(\mathbf{J}) &= \frac{1}{L_a} \frac{dF(G)}{dG} \Big|_{G=\xi} + \frac{1}{C_a} \left(\frac{\tau}{L_a} - \frac{d\varphi(p_c)}{dp_c} \Big|_{p_c=\eta} \right), \\ \det(\mathbf{J}) &= \frac{1}{L_a C_a} \frac{dF(G)}{dG} \Big|_{G=\xi} \left(\frac{\tau}{L_a} - \frac{d\varphi(p_c)}{dp_c} \Big|_{p_c=\eta} \right) + \\ &+ \frac{1}{L_a C_a} \left(1 - \frac{\tau}{L_a} \frac{dF(G)}{dG} \Big|_{G=\xi} \right). \end{aligned}$$

Таким образом, критическое время запаздывания сгорания топлива определяется из условия:

$$\begin{aligned} \text{Re}\{\lambda_{1,2}\} = 0 &\Leftrightarrow \text{tr}(\mathbf{J}) = 0 \Leftrightarrow \\ \frac{1}{L_a} \frac{dF(G)}{dG} \Big|_{G=\xi} + \frac{1}{C_a} \left(\frac{\tau_{кр}}{L_a} - \frac{d\varphi(p_c)}{dp_c} \Big|_{p_c=\eta} \right) &= 0, \end{aligned}$$

откуда окончательно получаем, что

$$\tau_{кр} = L_a \frac{d\varphi(p_c)}{dp_c} \Big|_{p_c=\eta} - C_a \frac{dF(G)}{dG} \Big|_{G=\xi}. \quad (14)$$

Следовательно, стационарный режим течения продуктов сгорания является устойчивым при выполнении неравенства $\tau < \tau_{кр}$. Соответственно при выполнении противоположного неравенства стационарный режим является неустойчивым и даже бесконечно малые его возмущения приводят к самовозбуждению автоколебаний.

Отметим также, что несложные математические выкладки показывают, что даже при отсутствии в системе (5), (6) запаздывания сгорания топлива ($\tau = 0$) и монотонно убывающей характеристике теплоподвода $dF(G)/dG < 0$, условие $d\varphi(p_c)/dp_c < 0$ при определенных значениях акустических параметров L_a и C_a приводит к выполнению неравенства $\text{Re}\{\lambda_{1,2}\} > 0$, т.е. является причиной неустойчивости стационарного режима горения.

Заключение

Приключению к камере сгорания системы подачи с лопастным нагнетателем за счет повышения волнового сопротивления, которое становится общесистемным, либо преобразует релаксационные внутрикамерные автоколебания в гармонические, либо осуществляет их полное подавление. Амплитуды гармонических колебаний существенно возрастают с увеличением запаздывания сгорания топлива, но снижение их амплитуды является более простым, например, установкой разделительных (антиимпульсных) перегородок в камере сгорания [6], динамическим демпфированием [9] и др. Снижение амплитуды релаксационных колебаний возможно либо устранением восходящей (неустойчивой) ветви на напорной характеристике теплоподвода, либо преобразованием их в гармонические, которые являются более управляемыми.

Монотонно убывающая по расходу G характеристика реактивного сопла $p_c = f(G, c(T_c))$ может быть причиной автоколебаний вибрационного горения в камере сгорания как при устойчивой монотонно убывающей по расходу G ее напорной ха-

рактике $F(G)$, так и при расположении рабочего режима на нисходящей ее ветви. Амплитуды таких колебаний значительно возрастают с увеличением феноменологического запаздывания τ сгорания топлива. Расположение рабочего режима на восходящей (неустойчивой) ветви напорной характеристики камеры сгорания способствует увеличению амплитуды автоколебаний из-за увеличения при этом размеров соответствующего им предельного цикла (рис. 4).

Литература

1. Артамонов, К. И. Термогидроакустическая устойчивость [Текст] / К. И. Артамонов. – М. : Машиностроение, 1982. – 216 с.

2. Крокко, Л. Теория неустойчивости горения в жидкостных ракетных двигателях [Текст] / Л. Крокко, Чжен Синь-и. – М. : Изд-во иностр. литературы, 1958. – 351 с.

3. Basok, B. I. Self-oscillations in a Rijke's tube with receiver positioning at its input [Text] / B. I. Basok, V. V. Gotsulenko // *Thermophysics and Aeromechanics*. – 2014. – Vol. 21, No. 4. – P. 487–496.

4. Basok, B. I. Calculating the Parameters of Self-Oscillations in the Vertical Combustion Chamber of the Blast - Furnace Air Heater during Unstable Combustion [Text] / B. I. Basok, V. V. Gotsulenko // *Thermal Engineering*. – 2015. – Vol. 62, No. 1. – P. 58–63.

5. Basok, B. I. Mathematical Modeling of Self-Oscillations in a Rijke's Tube with Variable Heat Flow Power [Text] / B. I. Basok, V. V. Gotsulenko // *American Journal of Mechanical and Industrial Engineering*. – 2017. – Vol. 2, No. 1. – P. 48–53.

6. Басок, Б. И. Закономерности термоакустических колебаний в установке Леманна при реверсном движении теплоносителя [Текст] / Б. И. Басок, В. В. Гоцуленко // *Математическое моделирование*. – 2017. – Т. 29, № 4. – С. 75–87.

7. Basok, B. I. Mathematical modeling of self-oscillations in the combustion chamber of liquid rocket engine with variable latency combustion [Text] / B. I. Basok, V. V. Gotsulenko // *Physics Journal*. – 2015. – Vol. 1, No 3. – P. 343–348.

8. Basok, B. I. Concerning the problem of dynamic damping of the vibration combustion self-oscillations in a liquid-propellant rocket engine [Text] / B. I. Basok, V. V. Gotsulenko, V. N. Gotsulenko // *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*. – 2012. – Vol. 85, No. 6. – P. 1346–1351.

9. Басок, Б. И. Математическое моделирование общесистемной неустойчивости в ЖРД на унитарном топливе [Текст] / Б. И. Басок, В. В. Го-

цуленко // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2016. – № 3 (130). – С. 51–56.

10. Казакевич, В. В. Автоколебания (помпаж) в компрессорах [Текст] / В. В. Казакевич. – М. : Машиностроение, 1974. – 264 с.

11. Басок, Б. И. Термогидродинамическая неустойчивость потока теплоносителя [Текст] / Б. И. Басок, В. В. Гоцуленко. – К. : ТОВ ВД "КАЛИТА", 2015. – 412 с.

12. Устойчивость рабочего процесса в двигателях летательных аппаратов [Текст] / М. А. Ильченко, В. В. Крютченко, Ю. С. Мнацаканян и др. – М. : Машиностроение, 1995. – 320 с.

13. Натанзон, М. С. Неустойчивость горения [Текст] / М. С. Натанзон. – М. : Машиностроение, 1986. – 248 с.

14. Ларинов, В. М. Автоколебания газа в установках с горением [Текст] / В. М. Ларинов, Р. Г. Зарипов. – К. : Изд-во казан. гос. техн. ун-та, 2003. – 327 с.

15. Зельдович, Я. Б. Теория нестационарного горения пороха [Текст] / Я. Б. Зельдович, О. И. Лейпунский, В. Б. Либрович. – М. : Наука, 1975. – 132 с.

16. Мищенко, Е. Ф. Дифференциальные уравнения с малым параметром и релаксационные колебания [Текст] / Е. Ф. Мищенко, Н. Х. Розов. – М. : Наука, 1975. – 247 с.

References

1. Artamonov, K. I. *Termogidroakusticheskaya ustoychivost* [Thermohydroacoustic stability]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1982. 216 p.

2. Crocco, X., Zheng Sin. *Theory of combustion instability in liquid propellant rocket motors*. North Atlantic, Technology & Engineering Publ., 1956. 200 p.

3. Basok, B. I., Gotsulenko, V. V. Self-oscillations in a Rijke's tube with receiver positioning at its input. *Thermophysics and Aeromechanics*. 2014, vol. 21, no. 4, pp. 487–496.

4. Basok, B. I., Gotsulenko, V. V. Calculating the Parameters of Self - Oscillations in the Vertical Combustion Chamber of the Blast - Furnace Air Heater during Unstable Combustion. *Thermal Engineering*, 2015, vol. 62, no. 1, pp. 58–63.

5. Basok, B. I., Gotsulenko, V. V. Mathematical Modeling of Self-Oscillations in a Rijke's Tube with Variable Heat Flow Power. *American Journal of Mechanical and Industrial Engineering*, 2017, vol. 29, no. 4, pp. 75–87.

6. Basok, B. I., Gotsulenko, V. V. Zakonomernosti termoakusticheskikh kolebanij v ustanovke Lemanna pri reversnom dvizhenii teplonositelja [Regularities of

thermoacoustic oscillations in Lehmann's system with a reverse movement of the coolant]. *Matematicheskoe modelirovanie*, 2017, vol. 29, no. 4, pp. 75–87.

7. Basok, B. I. Gotsulenko, V. V. Mathematical modeling of self - oscillations in the combustion chamber of liquid rocket engine with variable latency combustion. *Physics Journal*, 2015, vol. 1, no. 3, pp. 343 – 348.

8. Basok, B. I., Gotsulenko, V. V., Gotsulenko, V. N. Concerning the problem of dynamic damping of the vibration combustion self-oscillations in a liquid-propellant rocket engine. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, 2012, vol. 85, no. 6, pp. 1346 – 1351.

9. Basok, B. I. Gotsulenko, V. V. Matematicheskoe modelirovanie obschesistemnoy neustoychivosti v ZhRD na unitarnom toplive [Mathematical modeling of wide instability in rocket engine on the monofuel]. *Aviacijno-kosmichna tehnika i tehnologija – Aerospace technic and technology*, 2016, no. 3 (130), pp. 51 – 56.

10. Kazakevich, V. V. *Avtokolebaniya (pompazh) v kompressorax* [Self-oscillations (surge) in compressors]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1974. 264 p.

11. Basok, B. I., Gotsulenko, V. V. *Termogidrodinamicheskaya neustojchivost potoka teplonositelya* [Thermohydrodynamic instability of coolant flow]. Kiev, "KALITA" Publ., 2015. 412 p.

12. Ilchenko, M. A., Krytchenko, V. V., Mnacakanyan, U. S. i dr. *Ustojchivost rabocheho processa v dvigatelyax letatelnyx apparatov* [The stability of working process in aircraft engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1995. 320 p.

13. Natanzon, M. S. *Neustojchivost goreniya* [The instability of the burning]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1986. 248 p.

14. Larinov, V. M., Zaripov, R. G. *Avtokolebaniya gaza v ustanovkax s goreniem* [Self-oscillations of gas in installations with combustion]. Kiev, Kazan. Gos. texn. un-t Publ., 2003. 327 p.

15. Zeldovich, Ya. B., Leypunskiy, O. I., Librovich, V. B. *Teoriya nestatsionarnogo goreniya poroha* [Theory of the nonstationary burning of propellant]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 132 p.

16. Mischenko, E. F., Rozov, N. H. *Differentsialnyie uravneniya s malyim parametrom i relaksatsionnyie kolebaniya* [Differential equations with a small parameter and relaxation oscillations]. Moscow, Nauka Publ., 1975. 247 p.

Поступила в редакцию 25.08.2017, рассмотрена на редколлегии 14.09.2017

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ АВТОКОЛИВАНЬ В РРД, ЩО ЗУМОВЛЕНІ НЕСТАЦІОНАРНИМ ВИТІКАННЯМ ГАЗІВ З РЕАКТИВНОГО СОПЛА

Б. І. Басок, В. В. Гоцуленко

Одержано математичну модель загальносистемної нестійкості в рідинному реактивному двигуні з урахуванням нестационарності витікання продуктів згорання з реактивного сопла. Встановлено особливості зміни автоколиваний вібраційного горіння в залежності від геометричної структури гідравлічної характеристики реактивного сопла. Обґрунтовано можливість зниження амплітуди або повну нейтралізацію розглянутих коливань. Теоретичний опис вібраційного горіння представлено системою рівнянь механіки газів, в якій рівняння енергії зведено до напірної характеристики теплопідводу. Це дозволило встановити раніше невідомі механізми цього явища, що обумовлені утворенням висхідної (нестійкої) гілки на напірній характеристиці теплопідводу. За допомогою чисельного інтегрування рівнянь математичної моделі розглянутих автоколиваний встановлено характер їх залежності від запізнення згорання палива при різних геометричних типах як напірної характеристики теплопідводу, так і гідравлічної характеристики реактивного сопла. Встановлено характер деформації граничних циклів автоколиваний в камері згорання РРД, коли проявляються механізми як внутрішньокамерної нестійкості, так і витікання з реактивного сопла. Використовуючи чисельне моделювання, встановлено збільшення граничного циклу автоколиваний з ростом часу запізнення згорання палива, коли стаціонарний режим знаходиться на стійкій монотонно спадаючій гілці напірної характеристики теплопідводу. Аналітично одержано вираз для критичного часу запізнення згорання палива як функції від акустичних параметрів камери згорання, її напірної характеристики і гідравлічної характеристики реактивного сопла. Одержаний вираз дозволяє кількісно оцінити вплив даних параметрів на границю області стійкості стаціонарного режиму горіння.

Ключові слова: вібраційне горіння, термоакустичні автоколивання, напірна характеристика теплопідводу, запізнення згорання палива, нестійкість.

MATHEMATICAL MODELING OF SELF-OSCILLATIONS IN A LIQUID JET ENGINE DUE TO THE NONSTATIONARY OUTFLOW OF GASES FROM A REACTIVE NOZZLE*B. I. Basok, V. V. Gotsulenko*

The mathematical model of general system instability in a liquid jet engine is obtained, taking into account the nonstationarity of the outflow of combustion products from the jet nozzle. The peculiarity of the variation of self-oscillations of vibration combustion is established depending on the geometric structure of the hydraulic characteristic of the jet nozzle. The possibility of decreasing the amplitude or complete suppression of the considered oscillations is justified. The theoretical description of vibrational combustion is represented by a system of equations for the mechanics of gases, in which the energy equation is reduced to the pressure characteristic of the heat supply. This made it possible to establish previously unknown mechanisms of this phenomenon caused by the formation of an ascending (unstable) branch on the pressure characteristic of the heat supply. Using the numerical integration of the obtained equations of the mathematical model of the self-oscillations under consideration, the nature of their dependence on the delay in combustion of fuel for various geometric types as a pressure characteristic of the heat supply as well as the hydraulic characteristics of the jet nozzle is established. The nature of the deformation of the limiting cycles of self-oscillations in the combustion chamber of LPRE is established, when mechanisms of both intra-chamber instability and flow from the jet nozzle are manifested. Using numerical simulation, an increase in the limiting cycle of self-oscillations is established with an increase in the delay time of combustion of fuel when the stationary regime is on a stable monotonically decreasing branch of the pressure characteristic of the heat supply. The expression for the critical delay time of fuel combustion is analytically obtained as a function of the acoustic parameters of the combustion chamber, its pressure characteristic and the hydraulic characteristic of the reactive nozzle. The obtained expression makes it possible to quantify the influence of these parameters on the boundary of the stability region of the stationary regime.

Keywords: vibration combustion, thermoacoustic self - oscillations, the pressure characteristic of the heat, the delay of the fuel combustion, instability.

Басок Борис Иванович – д-р техн. наук, проф., чл.- корр. НАНУ, зав. отдела теплофизических основ энергосберегающих технологий института технической теплофизики НАН Украины, Киев, e-mail: basok@itf.kiev.ua.

Гоцуленко Владимир Владимирович – д-р техн. наук, ведущий научный сотрудник отдела теплофизических основ энергосберегающих технологий института технической теплофизики НАН Украины, Киев, e-mail: gosul@ukr.net.

Basok Boris Ivanovich – Doctor of Science on Engineering, Professor, corresponding member of NAS of Ukraine, Head of the department of thermophysical fundamentals of energy-saving technologies of the Institute of Engineering Thermal Physics of NAS of Ukraine.

Gotsulenko Vladimir Vladimirovich – Doctor of Science on Engineering, senior researcher of the department of thermophysical fundamentals of energy-saving technologies of the Institute of Engineering Thermal Physics of NAS of Ukraine.