## УДК 629.7.054-752.4:004.4

# ЭНВЕР ТАПДЫГ ОГЛЫ ГАЗАРХАНОВ, ТОГРУЛ ИСА ОГЛЫ КАРИМЛИ, ВАСИФ АЙДЫН ОГЛЫ НЕЙМАТОВ

## Национальная Академия Авиации Азербайджана, Баку, Азербайджан

# ДВУХМАССОВАЯ МОДЕЛЬ СИСТЕМЫ СИЛОВОЙ ГИРОСКОПИЧЕСКОЙ СТАБИЛИЗАЦИИ

Исследована механическая система гироскопической стабилизации по одной оси, состоящая со стабилизирующего двигателя и подвесной рамы с применением двухмассовой модели. На основе известных математических моделей механических проводимостей, часто встречаемых при исследовании механических систем электроприводов, составлены передаточные функции для механической системы гироскопического стабилизатора с целью получения переходных процессов, отвечающих условиям технического оптимума. Получены уравнения изменения моментов инерции, при которых в любом случае обеспечиваются условия технического оптимума. Достоверность проведенных исследований подтверждена результатами симуляции компьютерных моделей, составленных в программной среде MATLAB.

Ключевые слова: стабилизирующий двигатель, подвесная рама, механическая проводимость, нормализированные коэффициенты, технический оптимум.

#### Введение

Как известно, двухмассовая механическая система (ДМ МС) имеет большое значение с точки зрения построения простейшей математической модели электромеханических систем, учитывающая упругость передач.

В литературе [1- 4] рассмотрены вопросы исследования динамических свойств МС электроприводов, на основе двухмассовой модели и получены достоверные результаты (рис. 1).



Рис.1. Двухмассовая модель механической системы

В статье изложены основные принципы исследования гироскопических стабилизаторов, с применением двухмассовой модели, в которой в качестве первой массы принимается стабилизирующий двигатель, а в качестве приводимой массы – подвесная рама гироскопа по одной оси координатной системы [6,7].

## 1. Постановка задачи

Таким образом, в схеме MC, приведенной на рис.1.: J<sub>1</sub>, ω<sub>1</sub>, β<sub>1</sub>, - момент инерции, угловая скорость вращения, коэффициент трения ротора стабилизирующего двигателя соответственно,  $J_2$ ,  $\omega_2$ ,  $\beta_2$  - момент инерции, угловая скорость вращения, коэффициент трения подвесной рамы гироскопа,  $c_{12}$  - коэффициент трения механической передачи между роторами двигателя и подвесной рамы,  $\gamma$  - коэффициент соотношения масс,  $\alpha$  - действительная часть корня, М - крутящий момент двигателя,  $M_c$  - момент сопротивления. Для модели, приведенной на рис. 1, составлены дифференциальные уравнения в операторной форме ( $J_1$  = const и  $J_2$  = const) [1]:

$$M(s) - Z_{12}(s) (\omega_1(s) - \omega_2(s)) = Z_1(s) \omega_1(s), \qquad (1)$$

$$\tilde{Z}_{12}(s)(\omega_1(s) - \omega_2(s)) - M_c(s) = \tilde{Z}_2(s)\omega_2(s),$$
 (2)

где:

$$Z_1(s) = J_1(s) + \beta_1$$
, (3)

$$Z_2(s) = J_2(s) + \beta_2,$$
 (4)

$$\tilde{Z}_{12}(s) = C_{12} / s + \beta_{12}$$
 (5)

являются механическими сопротивлениями ротора двигателя, гироскопа и механической передачи, соответственно.

Решения уравнений (1) и (2) относительно  $\omega_1$  и  $\omega_2$ , представляют собой зависимости угловых скоростей от входного параметра - М и от возмущающего параметра - М<sub>с</sub> ДМ МС :

$$\omega_{1}(s) = \frac{\tilde{Z}_{2}(s) + \tilde{Z}_{12}(s)}{\tilde{Z}_{1}(s)\tilde{Z}_{12}(s) + \tilde{Z}_{12}(s)\tilde{Z}_{2}(s) + \tilde{Z}_{1}(s)\tilde{Z}_{2}(s)} M(s) - \frac{\tilde{Z}_{12}(s)}{\tilde{Z}_{1}(s)\tilde{Z}_{12}(s) + \tilde{Z}_{12}(s)\tilde{Z}_{2}(s) + \tilde{Z}_{1}(s)\tilde{Z}_{2}(s)} M_{c}(s),$$
(6)

© Энвер Тапдыг Оглы Газарханов, Тогрул Иса Оглы Каримли, Васиф Айдын Оглы Нейматов

$$\begin{split} \omega_{2}(s) &= \frac{\tilde{Z}_{12}(s)}{\tilde{Z}_{1}(s)\tilde{Z}_{12}(s) + \tilde{Z}_{12}(s)\tilde{Z}_{2}(s) + \tilde{Z}_{1}(s)\tilde{Z}_{2}(s)}M(s) - \\ &- \frac{\tilde{Z}_{1}(s) + \tilde{Z}_{12}(s)}{\tilde{Z}_{1}(s)\tilde{Z}_{12}(s) + \tilde{Z}_{12}(s)\tilde{Z}_{2}(s) + \tilde{Z}_{1}(s)\tilde{Z}_{2}(s)}M_{c}(s). \end{split}$$

Далее уравнения (6) и (7) представлены компактно в терминах механических проводимостей:

$$\omega_1(s) = \tilde{Y}_{11}M(s) - \tilde{Y}_{12}M_c(s) , \qquad (8)$$

$$\omega_2(s) = \tilde{Y}_{21}M(s) - \tilde{Y}_{22}M_c(s) .$$
 (9)

Очевидно, что:

$$\tilde{Y}_{11}(s) = \frac{Z_2(s) + Z_{12}(s)}{\tilde{Z}_1(s)\tilde{Z}_{12}(s) + \tilde{Z}_{12}(s)\tilde{Z}_2(s) + \tilde{Z}_1(s)\tilde{Z}_2(s)}, \quad (10)$$

$$\tilde{Y}_{12}(s) = \frac{Z_{12}(s)}{\tilde{Z}_{1}(s)\tilde{Z}_{12}(s) + \tilde{Z}_{12}(s)\tilde{Z}_{2}(s) + \tilde{Z}_{1}(s)\tilde{Z}_{2}(s)}, (11)$$

$$\tilde{Y}_{21}(s) = \frac{Z_{12}(s)}{\tilde{Z}_{1}(s)\tilde{Z}_{12}(s) + \tilde{Z}_{12}(s)\tilde{Z}_{2}(s) + \tilde{Z}_{1}(s)\tilde{Z}_{2}(s)}$$
(12)

$$\tilde{Y}_{22} \frac{Z_1(s) + Z_{12}(s)}{\tilde{Z}_1(s)\tilde{Z}_{12}(s) + \tilde{Z}_{12}(s)\tilde{Z}_2(s) + \tilde{Z}_1(s)\tilde{Z}_2(s)} \quad .$$
(13)

Коэффициенты, характеризирующие моменты трения, трудно определить и поэтому, чтобы упростить теоретические исследования в приближенных расчетах, принято, что:  $\beta_1 = \beta_2 = \beta_{12} = \beta$ , а величину  $\beta$  – достаточно малой во избежание фактора нелинейности.

Тогда:

$$\tilde{Z}_1(s) = J_1(s) + \beta$$
, (14)

$$\tilde{Z}_2(s) = J_2(s) + \beta$$
, (15)

$$\tilde{Z}_{12}(s) = \frac{1}{s} (C_{12} + \beta s).$$
 (16)

Подставляя эти значения в (10)-(13), получены выражения для проводимостей в операторной форме:

$$\tilde{Y}_{11}(s) = \frac{J_2 s^2 + 2\beta s + C_{12}}{J_1 s^3 + 2\beta (J_1 + J_2) s^2 + C_2 (J_1 + J_2) s + 2\beta C_2},$$
(17)

$$J_{1}J_{2}s^{3} + 2\beta(J_{1} + J_{2})s^{2} + C_{12}(J_{1} + J_{2})s + 2\beta C_{12}$$
  
$$\tilde{Y}_{22}(s) =$$

$$=\frac{J_{1}s^{2}+2\beta s+C_{12}}{J_{1}J_{2}s^{3}+2\beta (J_{1}+J_{2})s^{2}+C_{12} (J_{1}+J_{2})s^{-}+2\beta C_{12}},^{(18)}$$

$$\begin{split} \tilde{Y}_{12}(s) &= \tilde{Y}_{21}(s) = \\ &= \frac{C_{12} + \beta s}{J_1 J_2 s^3 + 2\beta (J_1 + J_2) s^2 + C_{12} (J_1 + J_2) s + 2\beta C_{12}}. \end{split}$$

После несложных преобразований выражения (17) - (19) приведены в стандартный вид:

$$\tilde{Y}_{11}(s) = \frac{a_0 s^2 + a_1 s + 1}{d_0 s^3 + d_1 s^2 + d_2 s + 1},$$
(20)

$$\tilde{Y}_{22}(s) = \frac{b_0 s^2 + b_1 s + 1}{d_0 s^3 + d_1 s^2 + d_2 s + 1},$$
(21)

$$\begin{split} \tilde{Y}_{12}(s) &= \tilde{Y}_{21}(s) = \frac{c_0 s + 1}{d_0 s^3 + d_1 s^2 + d_2 s + 1} . \ (22) \\ a_0 &= \frac{J_2}{C_{12}}; a_1 = \frac{2\beta}{C_{12}}; \ c_0 = \frac{\beta}{C_{12}}; \\ d_0 &= \frac{J_1 J_2}{2\beta C_{12}}; d_1 = \frac{J_1 + J_2}{C_{12}}; d_2 = \frac{J_1 + J_2}{2\beta} . \end{split}$$

На основе формул (20) - (22), полученных в [1] нами было предложено исследовать систему «стабилизирующий двигатель – рама подвеса гироскопа», применением принципа технического оптимума с целью получения оптимальных переходных процессов. Основной задачей при этом является нахождение необходимого соотношения параметров, обеспечивающих нормализацию характеристического уравнения, входящих в знаменатели выражений (20) - (22).

## 2. Решение задачи

Известно, что нормализированное уравнение третьего порядка имеет вид:

$$T^{3}s^{3} + 2T^{2}s^{2} + 2Ts + 1 = 0, \qquad (23)$$

которое также используется в электротехнике таких фильтров как фильтр Баттерворта, а также для синтеза регуляторов электроприводов [8, 9]. На основе сопоставления коэффициентов (23) и знаменателя (17) - (19) составим следующую систему уравнений:

$$\begin{cases} T^{3} = \frac{J_{1}J_{2}}{2\beta C_{12}} \\ 2T^{2} = \frac{J_{1} + J_{2}}{C_{12}} \\ 2T = \frac{J_{1} + J_{2}}{2\beta} \end{cases}$$
(24)

и находим следующие соотношения:

$$\begin{cases} J_1 + J_2 = 4T\beta \\ J_1 J_2 = 4T^2 \beta^2 \\ C_{12} = \frac{2\beta}{T} = \frac{J_1 + J_2}{2T^2} \end{cases}$$
(25)

Отметим, что третье выражение системы (25) никак не влияет на условия обеспечения технического оптимума переходных процессов, но оно имеет значимость при учёте первых двух равенств в коэффициентах, которые находятся в числителях выражений (20) - (22). Таким образом, получим:

$$a_0 = \frac{2T^2J_2}{J_1 + J_2}; a_1 = T = \frac{4T^2\beta}{J_1 + J_2};$$
  
$$b_0 = \frac{2T^2J_1}{J_1 + J_2}; b_1 = T = \frac{4T^2\beta}{J_1 + J_2}; c_0 = \frac{T}{2}.$$

Теперь напишем выражения для комплексных проводимостей с новыми нормированными коэффициентами:

$$\tilde{Y}_{11}(s) = \frac{\left(\frac{2T^2J_2}{J_1 + J_2}\right)s^2 + \left(\frac{4T^2\beta}{J_1 + J_2}\right)s + 1}{T^{3}c^3 + 2T^2c^2 + 2Tc + 1},$$
 (26)

$$\tilde{Y}_{22}(s) = \frac{\left(\frac{2T^2 J_1}{J_1 + J_2}\right)s^2 + \left(\frac{4T^2 \beta}{J_1 + J_2}\right)s + 1}{2T^2 + \left(\frac{4T^2 \beta}{J_1 + J_2}\right)s + 1}, \quad (27)$$

$$Y_{22}(s) = \frac{T^3 s^3 + 2T^2 s^2 + Ts + 1}{(T_1)^2 s^2 + 1}, \quad (27)$$

$$\tilde{Y}_{12}(s) = \tilde{Y}_{21}(s) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{s+1}}{T^3 s^3 + 2T^2 s^2 + 2Ts + 1}$$
. (28)

Совместное решение первых двух уравнений (25) дает следующий ответ:

$$2T\beta = J_2. \tag{29}$$

Отсюда:

$$J_1 = J_2$$
. (30)

Теперь, если выражения (26) - (28) написать с учетом (29), (30), то получим:

$$\tilde{Y}_{11}(s) = \frac{T^2 s^2 + Ts + 1}{T^3 s^3 + 2T^2 s^2 + 2Ts + 1},$$
(31)

$$\tilde{Y}_{22}(s) = \frac{T^2 s^2 + Ts + 1}{T^3 s^3 + 2T^2 s^2 + 2Ts + 1},$$
(32)

$$\tilde{Y}_{12}(s) = \tilde{Y}_{21}(s) = \frac{\left(\frac{1}{2}\right)s+1}{T^3s^3 + 2T^2s^2 + 2Ts+1}$$
. (33)

Таким образом, применение способа нормализации коэффициентов характеристического уравнения выражений (20) - (22), с целью приведения его в форму (23) и тем самым обеспечить технический оптимум переходного процесса, привело к тому, что двухмассовая система должна состоять из масс, у которых моменты инерции должны быть одинаковыми. И, если известен момент инерции устройства, то, зная коэффициент трения, можно, очень приблизительно, вычислить время переходного процесса или же наоборот, если задано время переходного процесса, можно определить каким должен быть коэффициент трения. При этом момент инерции приводного двигателя должен быть равен моменту инерции устройства. Напомним, что эти выводы были получены путем сопоставления коэффициентов характеристического уравнения (20) - (22) с коэффициентами нормализированного уравнения третьего порядка.

Для проведения численного расчета воспользуемся примерными данными:  $J_2 = 1.036 \ 10^{-5} \ \text{кгм}^2$ .  $J_1 = J_2 = 2T\beta = 1.036 \cdot 10^{-5} \ \text{кгм}^2$  (согласно формулам (29) и (30)). Предположим, что необходимо получить переходные процессы около 0.1 сек. Тогда T=0.001,  $\beta = J_2 / 2T = 1.036 \cdot 10^{-5} / 0.002 = 0.0052$ . A уравнения (28) - (30) будут в следующих формах:

$$\tilde{Y}_{11}(s) = \frac{0.0001s^2 + 0.01s + 1}{0.000001s^3 + 0.0002s^2 + 0.02s + 1},$$
 (34)

$$\tilde{Y}_{22}(s) = \frac{0.0001s^2 + 0.01s^2 + 1}{0.000001s^3 + 0.0002s^2 + 0.02s + 1} , \qquad (35)$$

$$\tilde{X}_{21}(s) = \frac{0.005s + 1}{0.000001s^3 + 0.0002s^2 + 0.02s + 1}$$
. (36)

Соответствующие переходные процессы показаны на рис. 2.

Следует напомнить о том, что все вышеприведенные теоретические исследования проводились с условием того, что коэффициенты трения двухмассовой механической системы очень малы, и свойством нелинейности, которое весьма характерно при наличии трения, можно пренебречь.

Характеристические уравнения ПФ (20) - (22) являются уравнениями третьего порядка и для их исследования можно также применять дискриминант кубического уравнения [10].

Например, возьмем выражение (22):

$$\tilde{Y}_{12}(s) = \tilde{Y}_{21}(s) = \frac{c_0 s + 1}{d_0 s^3 + d_1 s^2 + d_2 s + 1}$$

и формулы, определяющие коэффициенты  $c_0, d_0, d_1, d_2$ :

$$c_{0} = \frac{\beta}{C_{12}}; d_{0} = \frac{J_{1}J_{2}}{2\beta C_{12}}; d_{1} = \frac{J_{1} + J_{2}}{C_{12}}; d_{2} = \frac{J_{1} + J_{2}}{2\beta}.$$
  
Характеристическое уравнение ПФ (22):  
$$d_{2}s^{3} + d_{2}s^{2} + d_{2}s + 1 = 0$$
 (37)

 $d_0s^3 + d_1s^2 + d_2s + l = 0,$ 

а дискриминант этого кубического уравнения:  

$$\Delta = -4d_1^3d_3 + d_1^2d_2^2 - 4d_0d_2^3 + \\
+ 18d_0d_1d_2d_3 - 27d_0^2d_3$$
(38)

или:

$$\Delta = d_1^2 \left( d_2^2 - 4d_1 \right) + d_0 \left( 18d_1d_2 - 4d_2^3 - 27d_0 \right). \quad (39)$$

Итак, возможны только три случая, из которых мы выделим только нижеприведенные два:

если  $\Delta > 0$ , тогда уравнение имеет три различных вещественных корня; если  $\Delta < 0$ , то уравнение имеет один вещественный и пару комплексно сопряжённых корней.

Поэтому сначала определим условия, при которых:

$$\Delta = d_1^2 (d_2^2 - 4d_1) + + d_0 (18d_1d_2 - 4d_2^3 - 27d_0) = 0$$
(40)

и составим систему уравнений:

$$\begin{cases} d_2^2 - 4d_1 = 0\\ 18d_1d_2 - 4d_2^3 - 27d_0 = 0 \end{cases}$$
, (41)

С учетом выражений для  $d_0$ ,  $d_1$ ,  $d_2$  систему (41) можно написать в следующей форме:

$$\begin{cases} \left(\frac{J_1 + J_2}{2\beta}\right)^2 - 4\frac{J_1 + J_2}{C_{12}} = 0\\ 18\frac{\left(J_1 + J_2\right)^2}{2\beta C_{12}} - 4\left(\frac{J_1 + J_2}{2\beta}\right)^3 - 27\frac{J_1J_2}{2\beta C_{12}} = 0 \end{cases}, \quad (42)$$

В следующих выражениях представлены преобразования уравнений системы:

$$\begin{cases} J_{1} + J_{2} = \frac{16\beta^{2}}{C_{12}} \\ 18\left(\frac{16\beta^{2}}{C_{12}}\right)^{2} \frac{1}{2\beta C_{12}} - 4\left(\frac{16\beta^{2}}{C_{12}}\right)^{3} \left(\frac{1}{2\beta}\right)^{3} - 27\frac{J_{1}J_{2}}{2\beta C_{12}} = 0 \end{cases}$$
(43)

$$\begin{cases} J_1 + J_2 = \frac{16\beta^2}{C_{12}} \\ J_1 J_2 = 16^2 \beta^4 \frac{18 \cdot C_{12} - 16}{27C_{12}^2} \end{cases}$$
(44)

Уравнение (44) получено из условия  $\Delta = 0$ , определяемое уравнением (40).

Независимо от того, какими будут динамические свойства двухмассовой системы с ПФ (22), чтобы уравнения (44) имели физический смысл необходимо

$$18 \cdot C_{12} - 16 > 0 \tag{45}$$

или:

$$C_{12} > \frac{16}{18}.$$
 (46)

Принимаем, что значение  $C_{12}$  можно написать в виде:

$$C_{12} = \frac{16}{18} 1, \qquad (47)$$

где l – действительное число больше единицы, являясь безразмерным параметром, выражает кратность значения коэффициента жёсткости относительно значения, при котором моменты инерции ДМ МС имеют нулевые значения. То есть, этот безразмерный параметр напрямую определяет физический смысл составленной системы уравнений (42). Тогда:

$$\begin{cases} J_1 + J_2 = \frac{18\beta^2}{l} \\ J_1 J_2 = 192\beta^4 \frac{(l-1)}{l^2}. \end{cases}$$
(48)

Квадратное уравнение, составленное на основе системы (48), имеет вид:

$$J_{1}^{2} - \frac{18\beta^{2}}{l}J_{1} + 192\beta^{4}\frac{(l-1)}{l^{2}} = 0.$$
 (49)

Значения для момента инерции приводного двигателя:

$$J_{1} = \frac{\frac{18\beta^{2}}{1} \pm \sqrt{\left(\frac{18\beta^{2}}{1}\right)^{2} - 4 \cdot 192\beta^{4} \frac{(1-1)}{1^{2}}}}{2}.$$
 (50)

Если:

$$\left(\frac{18\beta^2}{l}\right)^2 - 4 \cdot 192\beta^4 \frac{(l-1)}{l^2} = 0$$
$$(18)^2 - 4 \cdot 192(l-1) = 0.$$

Тогда:

1 - 1 4218

$$J_1 = J_2 = \frac{9\beta^2}{1.02343}.$$
 (51)

И И

$$\left(\frac{18\beta^2}{l}\right)^2 - 4 \cdot 192\beta^4 \frac{(l-1)}{l^2} > 0$$

1 < 1 < 1.4218,

тогда

или

$$\mathbf{J}_{1,2} = \frac{\beta^2}{2l} \left( 18 \pm \sqrt{18 - 768(l-1)} \right).$$
(52)

Таким образом, при 1=1.4218 момент инерции определится формулой (53):

$$J_{1} = \frac{9\beta^{2}}{1.4218},$$

а при 1 < 1 < 1.4218 :

$$\begin{cases} J_{1} = \frac{\beta^{2}}{2l} \left( 18 + \sqrt{18^{2} - 768(1-1)} \right) \\ J_{2} = \frac{\beta^{2}}{2l} \left( 18 - \sqrt{18^{2} - 768(1-1)} \right), \end{cases}$$
(53)

$$d_0 = \frac{108\beta^3(l-1)}{l^3}, \ d_1 = \frac{20.25\beta^2}{l^2}, \ d_2 = \frac{9\beta}{2l}, \ c_0 = \frac{9\beta}{8l}.$$

#### Заключение

На рис. 3 и 4 представлены графики и осциллографы, полученные от вычислений и симуляции в программной среде MATLABSimulink. Графики, представленные на рис. 3, показывают зависимости моментов инерции подвесной рамы и ротора стабилизирующего двигателя в зависимости от безразмерного параметра 1:  $J_1=f(1)$ ,  $J_2=f(1)$ , при значениях коэффициента трения  $\beta_1=0.002$  и  $\beta_2=0.003$ . Графики, представленные на рис. 3, наглядно показывают, что равенство моментов инерции возможно при обеспечении режима технического оптимума. Графики, представленные на рис. 4, показывают изменение характера переходного процесса при разных значениях коэффициента 1.

Как видно из переходных процессов, чем меньше коэффициент кратности, тем больше показатель колебательности переходного процесса. Но, влияние значения этого параметра на время переходного процесса относительно мало.



Рис. 2. Переходные процессы двухмассовой системы (34) - (36). MatLabSimulink



Рис. 3. Зависимости моментов инерции подвесной рамы J<sub>2</sub>=f(1) и ротора стабилизирующего двигателя J<sub>1</sub>=f(1) от безразмерного параметра l, при значениях коэффициента трения β=0.002 и β=0.003



Рис. 4. Переходные процессы при различных значениях коэффициента кратности:  $l_1=1.1; l_2=1.3; l_3=1.4$ 

#### Литература

1. Михайлов, О. П. Автоматизированный электропривод станков и промышленных роботов [Текст] / О. П. Михайлов. - М. : Машиностроение, 1990. – 304 с.

2. Ильинский, Н. Ф. Основы электропривода. [Текст] : учеб. пособие для вузов / Н. Ф. Ильинский ; пер. и доп. 2-ое изд. – М. : Изд-во МЭИ, 2003. – 224 с.

3. Serkies, P. Application of the MPC controller to the Position Control of the Two-Mass Drive System. [Text] / P. Serkies, K. Szabat // IEEE Trans. on Industrial Electronics. – Issue 99. – 2012 Early Access Articles.

4. Szabat, K. Sensitivity analysis of state variable estimators for two-mass drive system [Text] / K. Szabat, Orlowska-Kowalska // Acta Electrotechnica Et Informatica. – 2004. -  $N_{2}$ . 1, Vol. 4. – P. 5-12.

5 Serkies, P. Predictive position control of the drive system with elastic joint [Text] / P. Serkies, K. Szabat // Electrical Review.  $-2011. - Vol. 87, N \ge 7$ . -P. 276-279.

6. Пельпор, Д. С. Гироскопические системы ориентации и стабилизации [Текст] / Д. С. Пельпор. – М. : Машиностроение. – 1982. – 165 с.

7. Займукова, Е. А. Электромеханические исполнительные органы системы ориентации космического аппарата для геостационарной орбиты [Электронный ресурс] / Е. А. Займукова, Е. В. Шеболтаева. – Режим доступа: http://www.lib.tpu.ru/fulltext/c/2011/C01/V01/230.pdf. – 15.10.2017.

8. Расчет аналогового нормированного фильтра нижних частот Баттерворта [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://dsplib.ru/content/filters/ch3/ch3.html. – 15.10.2017.

9. Воронин, С. Г. Электропривод летательных аппаратов. УМК. [Электронный ресурс] / С. Г. Воронин. – Режим доступа: http://epla.susu.ru/ index.htm. – 15.10.2017. 10. Формулы квадратного и кубического уравнения [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://matemonline.com. – 15.10.2017.

#### References

1. Mikhailov, O. P. Avtomatizirovannyi elektroprivod stankov i promyshlennykh robotov [Automated electric drive of machine tools and industrial robots.]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1990, 304 p.

2. İlinskij, N. F. Osnovy elektroprivoda [Fundamentals of the electric drive]. Moscow, MEİ Publ., 2003. 224 p.

3. Serkies, P., Szabat, K. Application of the MPC controller to the Position Control of the Two-Mass Drive System. IEEE Trans. on Industrial Electronics, Issue : 99, 2012 Early Access Articles.

4. Szabat, K, Orlowska-Kowalska, T. Sensitivity analysis of state variable estimators for two-mass drive system. Acta Electrotechnica Et Informatica, 2004, no. 1, vol. 4, pp. 5-12.

5. Serkies, P., Szabat, K. Predictive position control of the drive system with elastic joint, Electrical Review, 2011, vol. 87, no. 7, pp. 276-279.

6. Pelpor, D. S. *Giroskopicheskie sistemy orentacii i stabilizacii* [Gyroscopic systems of orientation and stabilization]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1982. 165 p.

7. Zajmukova E. A., Sheboltaeva E. V. *Elektromexanicheskie ispolnitelnye organy sistemy orientacii kosmicheskogo apparata dlya geostacionarnoj orbity* [Electromechanical actuators of the spacecraft orientation system for geostationary orbit]. Available at: http://www.lib.tpu.ru/fulltext/c/2011/C01/V01/230.pdf (accessed 15.07.2017).

8. *Raschet analogovogo normirovannogo filtra nizhnix chastot Battervorta* [Calculation of the analogue normalized low-pass filter Butterworth]. Available at: http://dsplib.ru/content/filters/ch3/ch3.html (accessed 15.07.2017).

9. Voronin, S. G. *Elektroprivod letatelnyx apparatov.* UMK [The electric drive of flying machines]. UMK. Available at: http://epla.susu.ru/index. htm (accessed 15.07.2017). 10. Formuly kvadratnogo i kubicheskogo uravneniya. [Formulas for the square and cubic equations]. Available at: http://matemonline.com (accessed 15.07.2017).

Поступила в редакцию 15.10.2017, рассмотрена на редколлегии 23.11.2017

# ДВОМАСОВА МОДЕЛЬ СИСТЕМИ СИЛОВОЇ ГІРОСКОПІЧОЇ СТАБІЛІЗАЦІЇ

# Е. Т. Газанханов, Т. І. Карімлі, В. А. Нейматов

Досліджено механічну систему гіроскопічної стабілізації по одній осі, що складається з стабілізуючого двигуна і підвісної рами із застосуванням двомасової моделі. На основі відомих математичних моделей механічних провідностей, які часто зустрічаються при дослідженні механічних систем електроприводів, складено передавальні функції для механічної системи гіроскопічного стабілізатора з метою отримання перехідних процесів, що відповідають умовам технічного оптимуму. Отримано рівняння зміни моментів інерції, при яких в будь-якому випадку забезпечуються умови технічного оптимуму. Достовірність проведених досліджень підтверджено результатами симуляції комп'ютерних моделей, складених в програмному середовищі МАТLAB.

Ключові слова: стабілізуючий двигун, підвісна рама, механічна провідність, нормалізовані коефіцієнти, технічний оптимум.

# TWO-MASS MODEL OF THE SYSTEM OF FORCE GYROSCOPIC STABILIZATION

## A. T. Hazarkhanov, T. İ. Karimli, V. A. Neymatov

The mechanical system of the gyro stabilization device on one axle, consisting of a stabilizing engine and a hinged frame, has been investigated using a two model that adopts as the first mass a stabilizing engine, and as an inferred mass, the gyroscope frame of a single axis of the coordinate system. The objective is to draw up a transmission function for the mechanical system of the gyroscope stabilizer in order to obtain transitional processes that meet the conditions of technical period based on known Mathematical models of mechanical conductivity often encountered in the study of mechanical electric power systems. It was proposed to apply the standardized equation of the third order with constant coefficients and to obtain the equations of the moment of inertia, in which the conditions of technical optimum were maintained in any case. It was also suggested that a formula be applied to discriminant a cubic equation in order to obtain calculation formulas to calculate the moments of inertia that provide the conditions of technical optimum. In this case, a definition of the dimensionless parameter, expressed by the multiplicity of the stiffness coefficient value, is given, relative to the value at which the moments of inertia of the mechanical system Gyrostabilizer have zero values, and the defining physical. The meaning of the resulting equations for the mechanical system. In the MATLAB software environment, models have been prepared to derive the transition processes of the two system of Gyrostabilizer, the moments of inertia of the hinged frame and the rotor of the stabilizing engine from the dimensionless parameter, with different values Friction coefficient and transitional processes at different values of the coefficient of multiplicity. The graphs and transition curves that have been obtained demonstrate that the equality of moment of inertia is only possible if the technical optimum is achieved, the oscillation ability transition rate decreases with the increase. A multiplicity coefficient, and the effect of this setting is relatively low during the transition process. Thus, the results obtained from the simulation of computer models confirmed the validity of the studies carried out.

Keywords: stabilizing motor, suspension frame, mechanical conductivity, normalized coefficients, technical optimum.

**Газарханов Энвер Тапдыг** – д-р техн. наук, проф. каф. «Авионика», Национальная Академия Авиации Азербайджана, Баку, Азербайджан, e-mail: enver-xan@mail.ru.

Каримли Тогрул Иса – канд. техн. наук, доц. каф. «Авионика», Национальная Академия Авиации Азербайджана, Баку, Азербайджан, e-mail: tkarimli@mail.ru.

Нейматов Васиф Айдын – старший преподаватель кафедры «Аэрокосмические приборы», Национальная Академия Авиации Азербайджана, Баку, Азербайджан, e-mail: neymvasif@mail.ru.

**Hazarkhanov Anvar Tapdiq** – Doctor of Technical Sciences, Professor of department "Avionics", National Aviation Academy, Baku, 25th km, Azerbaijan, e-mail: enver-xan@mail.ru.

Karimli Toghrul İsa – Ph.D., associated-prof of department "Avionics", National Aviation Academy, Baku, 25th km, Azerbaijan, e-mail: tkarimli@mail.ru.

Neymatov Vasif Aydin – lecturer of department "Aerospace equipment", National Aviation Academy, Baku, 25th km, Azerbaijan, e-mail: neymvasif@mail.ru.