

УДК 533.6

С. В. ЕРШОВ, В. А. ЯКОВЛЕВ¹, М. Н. ГРИЗУН²¹ *Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины*² *Национальный технический университет «Харьковский политехнический институт»*

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА В ВЫСОКОНАГРУЖЕННОЙ ТРАНСЗВУКОВОЙ ТУРБИННОЙ РЕШЕТКЕ

Рассматривается трехмерное турбулентное течение вязкого сжимаемого газа в высоконагруженной трансзвуковой турбинной решетке с учетом ламинарно-турбулентного перехода. Математическое моделирование течения осуществляется на основе уравнений Навье-Стокса, осредненных по Рейнольдсу, и двухпараметрической дифференциальной модели турбулентности $k-\omega$ SST. Моделирование перехода выполнено с помощью алгебраической модели PTM. Проведено исследование влияния параметров турбулентного потока на ламинарно-турбулентный переход и потери кинетической энергии в модельной турбинной решетке проекта TFAST.

Ключевые слова: численное моделирование, 3D течение, турбинная решетка, ламинарно-турбулентный переход, вторичные течения, потери.

Введение

Важнейшей задачей турбомашиностроения является дальнейшее повышение экономичности проточных частей турбин и компрессоров. Для решения этой задачи используются современные методы математического моделирования трехмерных течений вязкого газа в лопаточных машинах, с помощью которых выполняются как оценка качества, так и оптимизация аэродинамических поверхностей этих устройств. В настоящее время общепризнанной и широко используемой моделью течения, предназначенной для изучения трехмерного потока в турбомашинных и проектирования их проточных частей, является система осредненных по Рейнольдсу уравнений Навье-Стокса – RANS (Reynolds-averaged Navier-Stokes equations), дополненная высокорейнольдсовой дифференциальной двухпараметрической моделью турбулентности [1].

Одна из современных тенденций турбиностроения заключается в использовании высоконагруженных решеток [2], для которых характерны значительные углы разворота потока, высокие скорости, повышенная окружная сила и, в то же время, меньшие потери на трение в пограничных слоях. Важной особенностью течения в таких решетках является большое ускорение потока, благодаря чему ламинарно-турбулентный переход в пограничном слое на поверхности лопатки может произойти не сразу за входной кромкой, а вблизи косога среза решетки. Даже если пограничный слой

на входной кромке успевает турбулизоваться, то благодаря высокой скорости основного потока и его ускорению он может существенно утониться и реламинаризоваться [3]. Так как упомянутая выше модель течения в решетках турбомашин, использующая высоко-рейнольдсовы версии моделей турбулентности, не учитывает явление ламинарно-турбулентного перехода, то она оказывается не в состоянии оценивать эффективность высоконагруженных решеток.

В связи с этим важной и актуальной задачей является разработка, тестирование и применение моделей течения и турбулентности, адекватно описывающих ламинарные, переходные и турбулентные пограничные слои в трехмерном вязком потоке через лопаточные аппараты турбомашин. Данная статья и посвящена решению такой задачи. Используемая математическая модель подробно описана ранее в работах авторов [4–6]. В качестве объекта исследования рассматривалась модельная высоконагруженная направляющая решетка проекта TFAST рамочной программы FP7 [7].

1. Модель течения

Трехмерный вязкий сжимаемый поток газа в турбинной решетке описывается системой уравнений RANS с использованием дифференциальной двухпараметрической модели турбулентности $k-\omega$ SST Менгера [8], записанной в низкорейнольдсовой форме [9]. Для моделирования лами-

нарно-турбулентного перехода привлекается алгебраическая модель РТМ (Production Term Modification) [10], предложенная Лангтри. Физически правдоподобные значения компонент тензора Рейнольдсовых напряжений обеспечиваются с помощью ограничений реализуемости [11], что является необходимым условием для расчета переходных течений.

Алгебраическая модель ламинарно-турбулентного перехода РТМ применяется к низко-Рейнольдсовой версии дифференциальных моделей турбулентности и основывается на модификации производства турбулентности в уравнении переноса кинетической энергии турбулентности (КЭТ)

$$P_k = \alpha_{РТМ} \hat{\tau}_{ij} S_{ij},$$

где P_k – производство КЭТ;

$\alpha_{РТМ}$ – коэффициент модификации производства турбулентности, который равен 1 для высоко-Рейнольдсовой модели и может рассматриваться как некий аналог коэффициента перемежаемости турбулентности;

$\hat{\tau}_{ij}$ – тензор Рейнольдсовых напряжений;

S_{ij} – тензор скоростей деформаций.

Функция P_{tm1} учитывает влияние интенсивности турбулентности внешнего потока и рассчитывается следующим образом

$$P_{tm1} = 1 - c_{РТМ} \begin{cases} \left[(3,328 \cdot 10^{-4}) R_v - (3,94 \cdot 10^{-7}) R_v^2 + \right. \\ \left. + (1,43 \cdot 10^{-10}) R_v^3 \right], & R_v < 1000, \\ \left[0,12 + (1,0 \cdot 10^{-5}) R_v \right], & R_v \geq 1000 \end{cases}$$

где $c_{РТМ}$ – константа;

$$R_v = \frac{y^2 S}{\nu} - \text{число Рейнольдса, рассчитываемое}$$

по расстоянию от стенки и тензору скоростей деформации потока.

Влияние градиента давления оценивается с помощью функции P_{tm2} :

$$P_{tm2} = \begin{cases} -|\kappa|^{0,4} \frac{R_v}{80}, & \kappa < 0; \\ 0, & \kappa \geq 0 \end{cases}; \quad \kappa = -\frac{\mu}{\rho^2 U^3} \left| 1 - M^2 \right| \frac{dp}{ds},$$

где κ – коэффициент ускорения;

U – скорость потока;

M – число Маха;

s – координата вдоль линии тока.

Следует отметить, что в работах [10, 12, 13] коэффициент ускорения κ был записан без функции модуля для множителя $(1 - M^2)$. Для сверхзвуковых течений это приводит к тому, что при положитель-

ном градиенте давления функция P_{tm2} сохраняет нулевое значение и не «включает» переход пограничного слоя, а при отрицательном градиенте давления допускаются ложные запуски механизма перехода.

Совместное влияние обоих факторов учитывается зависимостью

$$P_{tm} = 1 - 0,94 (P_{tm1} + P_{tm2}) F_3 \operatorname{th} \left[(y^+ / 17)^2 \right],$$

где

$F_3 = \exp \left[-(R_t / a_{РТМ})^{b_{РТМ}} \right] [1 - P(R_t)] - 1 / 2P(R_t)$ – функция, включающая производство турбулентности при достижении критического числа Рейнольдса;

$$y^+ = \frac{y u_\tau}{\nu} - \text{безразмерное расстояние от стенки};$$

$$u_\tau = \sqrt{\tau_w / \rho_w} - \text{скорость трения};$$

$$P(R_t) = \frac{2,5}{\sqrt{2\pi}} \exp \left[-\frac{(R_t - 3)^2}{2} \right] - \text{функция турбу-}$$

лентного числа Рейнольдса $R_t = k / (\nu \omega)$;

$a_{РТМ}$ – константа, $a_{РТМ} = 3,45$;

$b_{РТМ}$ – константа, $b_{РТМ} = 2,0$.

Так как по физике переходного течения величина коэффициента модификации производства турбулентности $\alpha_{РТМ}$, так же как и коэффициента перемежаемости, должна быть ограничена снизу нулем и сверху единицей, то в настоящей работе накладывается следующее ограничение:

$$\alpha_{РТМ} = \min(1, d_{РТМ} P_{tm}),$$

где $d_{РТМ}$ – константа.

На границе входа расчетной области задаются распределения по высоте лопатки полной температуры, полного давления, двух углов, определяющих направление потока, и степени турбулентности. На меридиональных обводах на границе входа предполагается существование пограничного слоя заданной толщины, причем тип пограничного слоя: ламинарный или турбулентный, определяется выбором закона распределения скорости в пограничном слое. Согласно работе [14], распределения КЭТ и удельной скорости диссипации на входе в пограничном слое рассчитываются с помощью соотношений алгебраической модели турбулентности Болдуина-Ломэкса [15], а в ядре потока – исходя из заданной степени турбулентности и условия равновесности турбулентного потока. Требуемые значения удельной скорости диссипации или масштаба длины внешнего потока на входе могут быть заданы путем изменения констант этой процедуры.

На выходе расчетной области задается распределение по высоте лопатки статического давления.

Для замыкания решения на границах входа и выхода фиксируются так называемые «мягкие» граничные условия – равенство нулю первых производных температуры, компонент скорости, КЭТ и удельной скорости диссипации.

На твердых поверхностях лопаток и меридиональных обводов выставляются условие прилипания – равенство нулю скорости потока, и температура стенки или тепловой поток через поверхность, равный нулю в случае адиабатических стенок. Давление на стенках рассчитывается из условия равенства нулю производной давления по нормали к стенке.

2. Численный метод, CFD решатель и методология проведения расчетов

Исходные дифференциальные уравнения численно интегрируются с помощью неявной ENO (Essentially Non-Oscillatory) схемы второго порядка аппроксимации [16], в которой потоки на границах ячеек находятся с использованием точного решения задачи распада произвольного разрыва. Для ускорения сходимости применяется локальный шаг по времени и метод Ньютона [17]. При выполнении расчетов с высокими числами Куранта осуществляется коррекция временного шага в чрезмерно вытянутых ячейках.

Рассмотренный подход реализован в CFD решателе F [18, 19].

В процессе выполнения настоящего исследования обнаружено, что обеспечение точности и надежности результатов зависит от ряда факторов. Во-первых, для адекватного моделирования ламинарно-турбулентного перехода необходимо использовать физически обоснованные модели турбулентности. В частности, важным моментом является применение ограничений реализуемости для компонент тензора рейнольдсовых напряжений.

Во-вторых, моделирование перехода предъявляет повышенные требования к построению сетки и ее размерности. В области перехода необходимо обеспечить высокое разрешение в продольном и поперечном направлениях, так как характеристики пограничного слоя подвергаются быстрым изменениям: на относительно коротком участке течения существенно меняется толщина пограничного слоя и его профиль. Это предъявляет повышенные требования к сеточному разрешению и численному методу.

Для проверки установления по времени решения в настоящей работе использовались потоки КЭТ на входе и выходе расчетной области. Выбор этого параметра был обусловлен тем фактом, что на

начальных этапах расчета в зонах расчетной области с мелкими и/или вытянутыми ячейками (в частности, в пограничном слое) значения КЭТ оказываются «замороженными» и принципиально неверными. В то же время, очевидно, что сходимость параметров пограничного слоя и потерь в решетке происходит только вместе со сходимостью КЭТ.

3. Объект исследования

В качестве объекта исследования выбрана высоконагруженная направляющая решетка проекта TFAST рамочной программы FP7 [7]. Данная решетка предназначена для экспериментальных исследований, ее лопатки имеют постоянное сечение и установлены между плоскими ограничивающими поверхностями. Основные геометрические характеристики решетки и условия режима обтекания приведены в табл. 1.

Таблица 1
Геометрические характеристики и условия режима обтекания решетки

Параметр	Значение
Относительная длина лопатки, l/b	3,3
Относительный шаг решетки, t/b	0,9
Угол установки лопаток γ , градус	58,3
Эффективный угол выхода потока $\alpha_{1эф}$, градус	12,2
Относительная величина горла, a/t	0,21
Число Маха на выходе, M_1	1,05
Число Рейнольдса по параметрам на выходе и хорде лопатки, Re_1	$1,3 \cdot 10^6$
Степень турбулентности внешнего потока на входе, Tu_0	0,005
Масштаб длины турбулентности на входе, l_0 , м	0,0004
Направление потока на входе	осевое
Условие теплообмена на стенках	адиабатичность

4. Тестирование численной модели

На начальном этапе исследования проводились тестовые расчеты двумерного течения в рассматриваемой решетке на грубых сетках ($120 \times 300 = 36000$ ячеек) с целью выбора модели ламинарно-турбулентного перехода, оценки размерности разностной сетки, а также для изучения влияния параметров турбулентности на входе и различных констант модели перехода на решение.

Выполнено сравнение различных моделей перехода, а именно: низко-рейнольдсовой модели турбулентности $k-\omega$ SST (в дальнейшем – LR), модель LR с модификацией производства турбулентности, учитывающей только влияние турбулентности внешнего потока (LR-PTM1), модель LR с модифи-

кацией производства турбулентности, учитывающей влияние турбулентности внешнего потока и продольного градиента давления (LR-PTM). Результаты сопоставлялись между собой и с результатами, полученными для полностью турбулентного течения, рассчитанного по высоко-рейнольдсово́й модели $k-\omega$ SST (в дальнейшем – HR). На рис. 1. показаны распределения адиабатического числа Маха вдоль поверхности разрежения лопатки. Основные отличия графиков наблюдаются в окрестности скачков уплотнения (координаты 0,62–0,67 и 0,95–0,98 осевой хорды). Модели течения HR, LR и LR-PTM показывают близкие результаты. Модель LR-PTM1 предсказывает большое плато в окрестности первого скачка, что свидетельствует о ламинарно-подобном течении с большим отрывом потока. Таким образом, моделировать переход на скачках уплотнения без учета влияния градиента давления не удастся. Максимальное значение адиабатического числа Маха перед скачком для моделей HR и LR практически одинаковое, а модель LR-PTM предсказывает немного меньшее значение и более пологое распределение на начальном участке скачка, что, как будет видно далее, обусловлено небольшим отрывом, который не обнаруживается по моделям HR и LR. Минимальные значения адиабатического числа Маха за скачком для моделей LR и LR-PTM достаточно близки, в то время как HR модель дает немного большее значение.

На рис. 2 приведены распределения коэффициента трения вдоль поверхности разрежения лопатки. В соответствии с HR-моделью на большей части поверхности разрежения течение является турбулентным с достаточно высокими значениями коэффициента трения. В окрестности скачков уплотнения наблюдается резкое снижение коэффициента трения, свидетельствующее о предотрывном состоянии потока. Модель LR показывает существенно меньшие значения коэффициента трения на участке 0,3–0,6 осевой хорды, что говорит скорее о ламинарном характере обтекания, чем о турбулентном. Однако перед первым скачком в ускоряющемся пограничном слое происходит турбулизация течения, что не соответствует физике процесса. В решении, полученном по модели LR-PTM1, не происходит турбулизации потока на стороне разрежения лопатки, течение остается ламинарным, несмотря на большие положительные градиенты в скачках уплотнения, которые должны провоцировать переход. Согласно модели LR-PTM течение остается ламинарным с пониженным коэффициентом трения до скачка уплотнения, в окрестности скачка уплотнения оно претерпевает отрыв с отрицательными значениями коэффициента трения и резко турбулизуется, причем коэффициенты трения за скачком достигают

значений близких к тем, что наблюдаются в полностью турбулентном течении (модель HR). Таким образом, модель LR-PTM предсказывает физически правдоподобное течение с ламинарно-турбулентным переходом на скачке уплотнения.

Проведено изучение влияния констант LR-PTM модели на численное решение. Обнаружено, что изменение констант в диапазонах $0,5 < a_{PTM} < 4,5$, $1 < b_{PTM} < 5$ и $0 < c_{PTM} < 5$ слабо влияет на решение. Отсутствие зависимости решения от константы c_{PTM} вряд ли может быть обобщена на другие течения и объясняется тем, что для данной решетки заданный уровень турбулентности внешнего потока влияет незначительно, в то время как влияние продольного градиента давления существенное. Большее влияние оказывает изменение константы d_{PTM} . Так, задание этой константы меньше номинального значения снижает генерацию КЭТ и уже при $d_{PTM} = 0,8$ приводит к ламинарно-подобному пограничному слою вдоль стороны разрежения с протяженной отрывной зоной. Задание повышенного значения этой константы $d_{PTM} = 1,2$, наоборот, повышает производство КЭТ и существенно увеличивает коэффициент трения на скачке уплотнения и за ним. В последнем случае не происходит отрыва потока на скачке уплотнения. Таким образом, величина d_{PTM} может исполнять роль, так называемой, «настроечной» константы, с помощью которой можно управлять уровнем турбулентности в переходной зоне и интенсивностью отрывов. Тем не менее, в настоящей работе такая возможность не использовалась, и для дальнейших расчетов принималось номинальное значение этой константы, равное единице.

Исследование влияние параметров турбулентности внешнего потока на входе, задаваемых граничными условиями, показало следующее. При задании степени турбулентности на входе $Tu_0 = 0$ течение остается ламинарным вдоль всей поверхности разрежения с протяженной областью отрыва. Увеличение интенсивности турбулентности внешнего потока приводит к уменьшению отрывной зоны. При значениях $Tu_0 = 0,02$ и выше отрыв потока на скачке полностью исчезает. Влияние турбулентного масштаба длины оказалось слабым и при выборе данной величины в диапазоне $0,0001 < l_0 < 0,0008$ (что соответствует предварительным оценкам течения на входе в решетку) численные результаты практически не отличались.

Для изучения сходимости решения при измельчении сетки в дополнение к вышеприведенным расчетам выполнены расчеты на сетках 120×220 ,

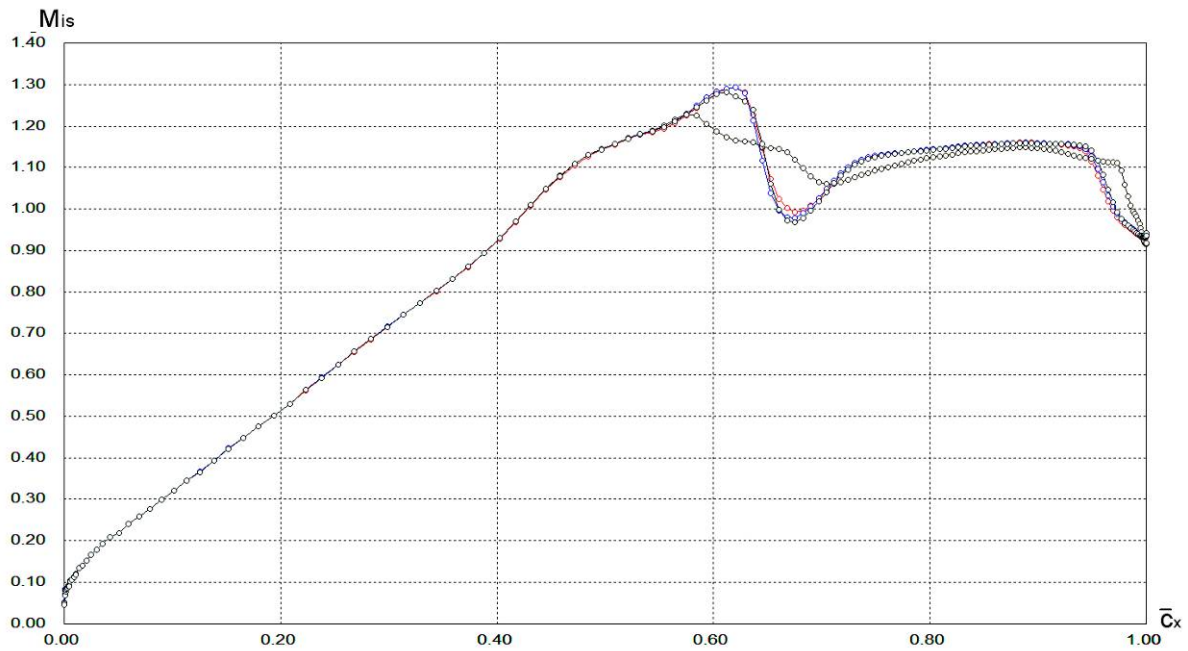


Рис. 1. Адиабатическое число Маха вдоль стороны разрежения лопатки:
красная линия – HR; синяя линия – LR; желтая линия – LR-PTM1; голубая линия – LR-PTM

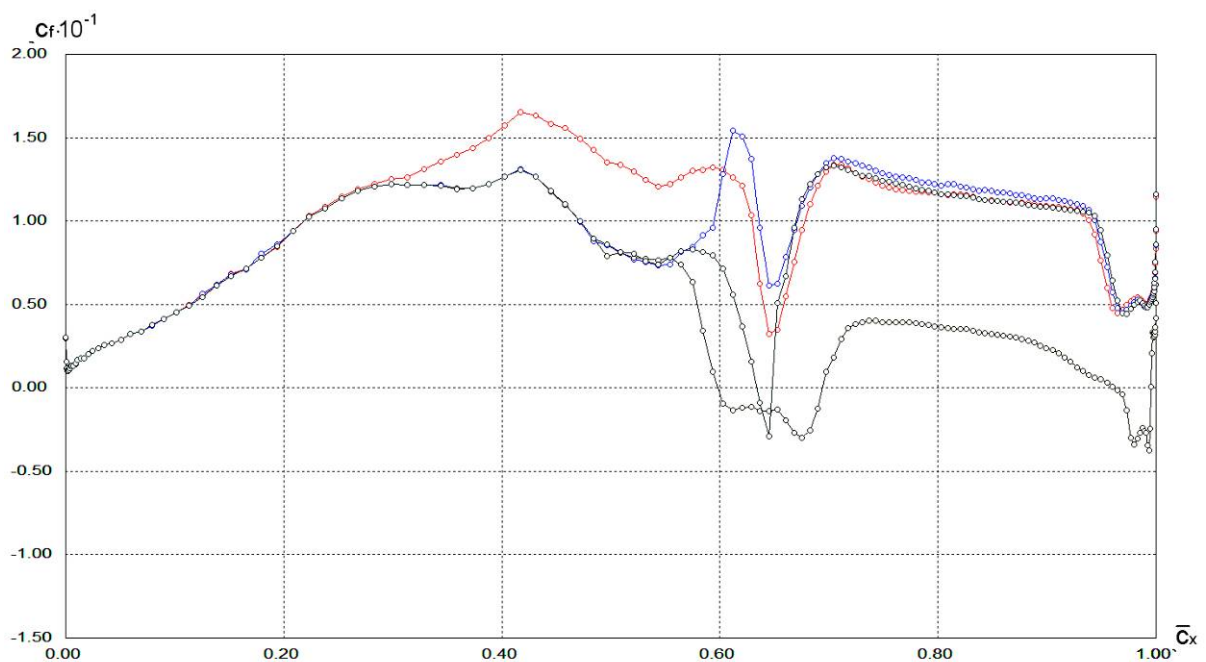


Рис. 2. Коэффициент трения вдоль стороны разрежения лопатки:
красная линия – HR; синяя линия – LR; желтая линия – LR-PTM1; голубая линия – LR-PTM

140×300, 170×400, 200×500, 250×550, 300×600 и 500×1000 ячеек. Во всех случаях величина y^+ была близка к 1. На основании сопоставления полученных решений сделан вывод, что решение перестает зависеть от сетки при выборе:

- более 200 ячеек в окружном направлении;
- число ячеек поперек пограничного слоя (в зоне перехода) – 30 и более;

– более 250 ячеек вдоль поверхности лопатки в направлении потока;

– более 40 ячеек поперек пограничного слоя (в зоне перехода).

По сравнению с выводами работы [20], полученными для дозвукового течения, в настоящем исследовании предъявляются повышенные требования к сеточному разрешению, особенно в продольном

направлении. Это объясняется тем, что для рассматриваемой в настоящей работе трансзвуковой решетки переход происходит в области взаимодействия скачка уплотнения с пограничным слоем, и качество разрешения ударной волны вблизи стенки играет определяющую роль.

5. Исследование переходного течения

Основываясь на результатах расчетов двухмерного течения, полученных при тестировании модели перехода, для трехмерных расчетов была выбрана достаточно мелкая сетка с 34,56 млн ячеек ($240 \times 240 \times 600$).

На рис. 3 и рис. 4 показаны соответственно изолинии числа Маха и изолинии КЭТ в среднем сечении решетки, полученные при моделировании полностью турбулентного и переходного течений.

Видно, что в первом случае (рис. 4, а) рост КЭТ вблизи поверхности лопатки на стороне разрежения начинается почти сразу за входной кромкой, а на стороне давления несколько позже. При учете перехода (рис. 4, б) рост КЭТ наблюдается приблизительно в горле решетки: у выходной кромки на стороне давления и около середины хорды на стороне разрежения.

Таким образом, при моделировании турбулентного течения в решетке с алгебраической моделью перехода течение до горла решетки остается практически ламинарным. Следует отметить, что для течения с переходом максимальные значения КЭТ за точкой перехода и в следе выше, а толщина турбулентного пограничного слоя меньше, чем для полностью турбулентного течения.

На рис. 5 показано распределение кинетической энергии турбулентности в среднем сечении вдоль поверхности разрежения профиля на расстоянии 0,001 шага решетки. Характер графика аналогичен тому, что был получен для двухмерного течения. В двухмерном случае уровень КЭТ в области взаимодействия первого скачка несколько выше, что, по-видимому, и вызывает большее снижение коэффициента трения

На рис. 6 приведено сопоставление распределений изоэнтропического числа Маха вдоль осевой хорды в зоне взаимодействия, полученных в настоящей работе и в исследованиях RRD [21]. Сравниваются данные, полученные в расчетах двухмерного и трехмерного течения, с учетом и без учета перехода, по различным моделям перехода. Расчеты проводились по одинаковым исходным данным различными CFD-решателями. В настоящей работе для двухмерного течения рассматривалась сетка с 180 000 ячеек (300×600), а для трехмерного – с 34,56 млн ячеек ($240 \times 240 \times 600$).

Для полностью турбулентного течения (без учета перехода) наблюдается согласование данных RRD (двухмерное течение) с результатами настоящей работы, полученными в двухмерном и трехмерном случаях. Предлагаемый авторами подход позволяет получить несколько большее значение числа Маха перед скачком и несколько меньшее за ним, что может быть вызвано чуть лучшим сеточным разрешением и преимуществами разностной схемы ENO.

Для переходного течения также наблюдается хорошее качественное и количественное согласование. Расчет RRD для двухмерного течения и результаты настоящей работы для двухмерного и трехмерного течения показывают перегиб кривой несколько ниже по потоку от экстремума числа Маха. Расчет RRD для трехмерного течения предсказывает профиль изоэнтропического числа Маха без перегиба, что более характерно для полностью турбулентного потока. По-видимому, это вызвано более грубым сеточным разбиением, использованным RRD для расчета трехмерного потока. Модель перехода настоящей работы – LR-PTM $k-\omega$ SST – представляет собой сложный алгебраический критерий перехода, встроенный в дифференциальную модель турбулентности $k-\omega$ SST. Модель перехода, применяемая в решателе TAU фирмы RRD – γRe_θ -SST, является полностью дифференциальной моделью, согласованной с той же $k-\omega$ SST моделью турбулентности. Тот факт, что две принципиально различных модели перехода показывают близкие результаты, позволяет надеяться на качественно правильное описание физики переходного течения для рассматриваемой решетки.

На рис. 7 приведены распределения потерь кинетической энергии по высоте лопатки. Значения коэффициентов суммарных потерь и потерь в ядре потока приведены в табл. 2. Потери определялись на расстоянии 40% осевой хорды за выходными кромками.

Таблица 2
Потери в решетке (трехмерное течение)

Вид течения	Потери	
	В среднем сечении	Суммарные потери
Полностью турбулентное течение	0,0358	0,0429
Переходное течение	0,0333	0,0381

Рассматривается энтропийный коэффициент потерь [22]. Потери в среднем сечении с учетом перехода оказались ниже потерь в полностью турбулентном течении на 0,0025. В то же время, полные потери в решетке с учетом перехода оказываются приблизительно на 0,005 ниже, чем потери в полно-

стью турбулентном потоке. Это, по-видимому, означает, что ламинарно-турбулентный переход оказывает влияние не только на течение в ядре потока, но и на вторичные течения.

Снижение коэффициента потерь при учете ламинарно-турбулентного перехода обусловлено тем, что для данной решетки не наблюдается интенсивного ламинарного отрыва, отрывные зоны, если и обра-

зуются, то носят локальный характер, и их размеры остаются небольшими. В этом случае, уменьшение потерь за счет снижения трения в ламинарной части пограничного слоя является преобладающим.

Таким образом, применение модели LR-PTM $k-\omega$ SST ламинарно-турбулентного перехода позволяет учесть его влияние на обтекание лопаток, развитие отрывных областей и на потери в решетке.

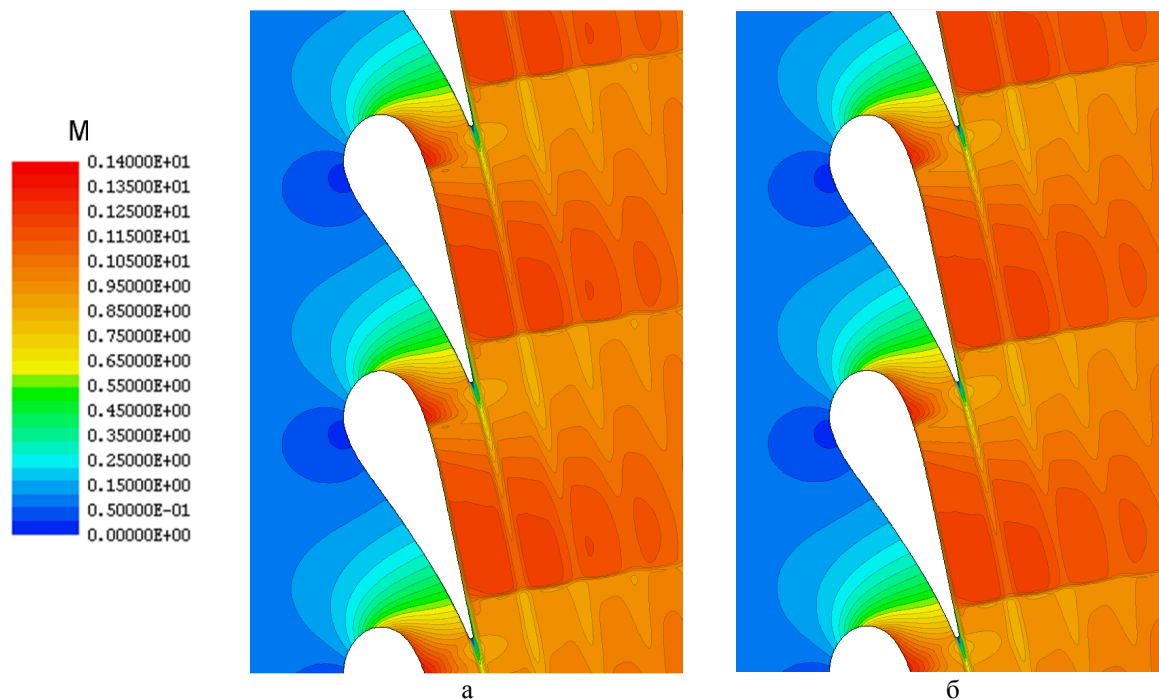


Рис. 3. Изолинии числа Маха в среднем сечении решетки: а – полностью турбулентное течение; б – переходное течение

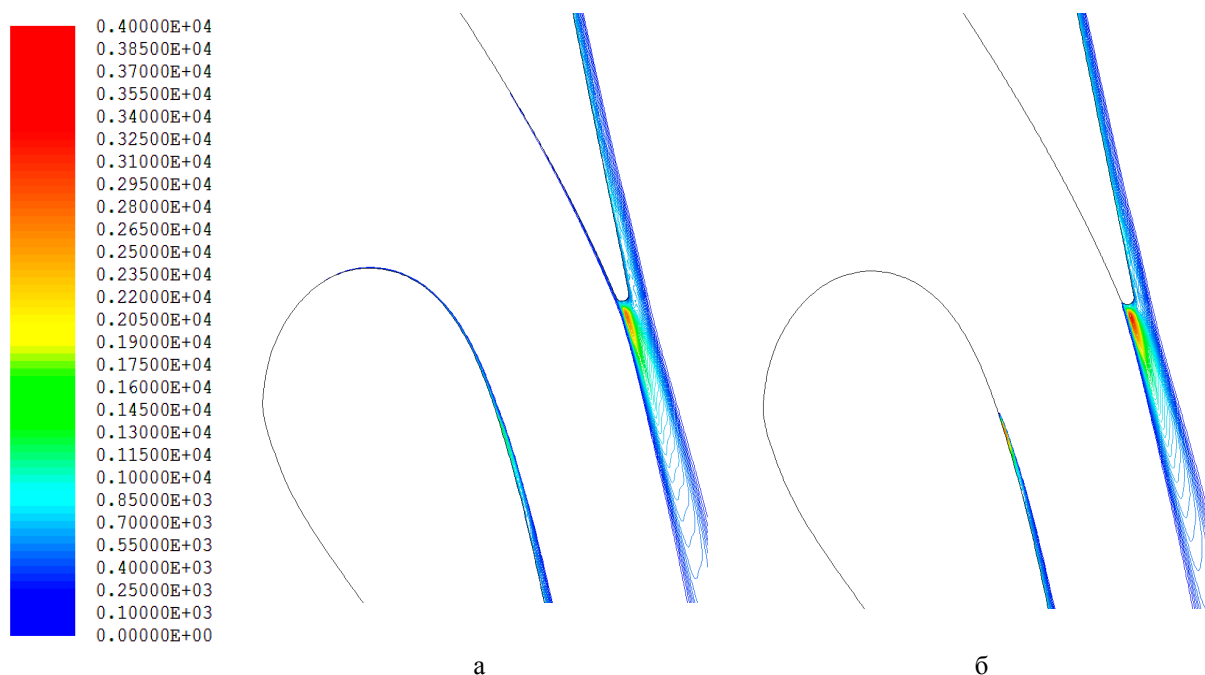


Рис. 4. Изолинии КЭТ в среднем сечении решетки: а – полностью турбулентное течение; б – переходное течение

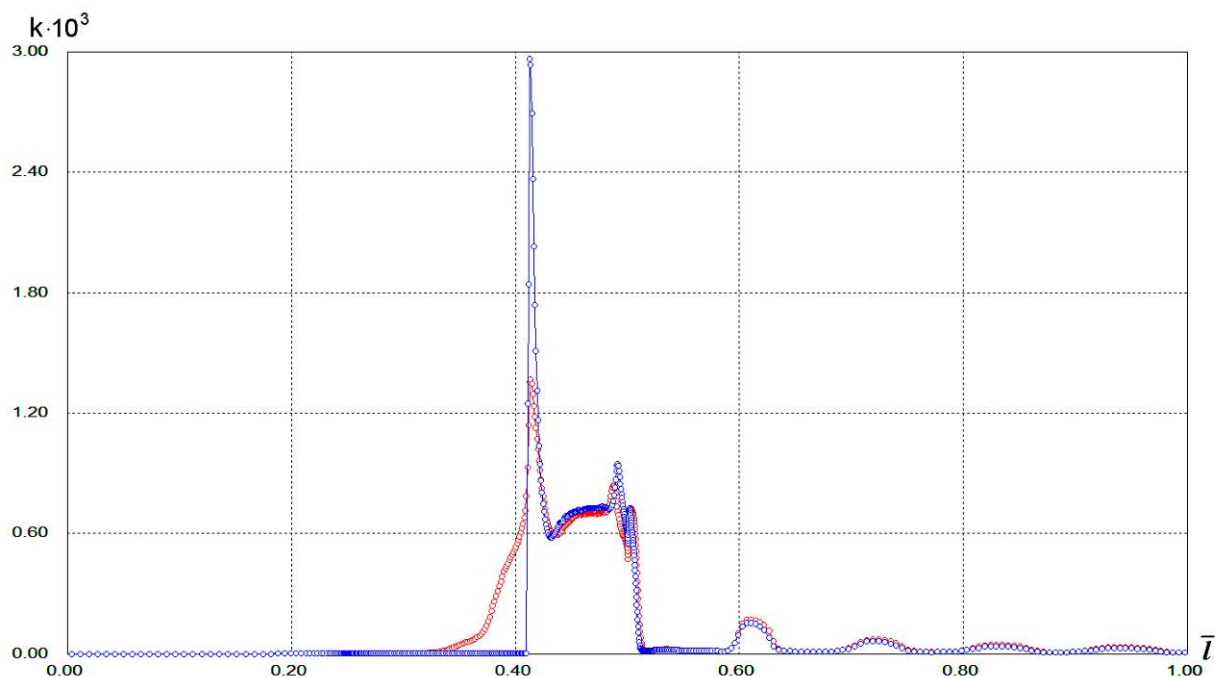


Рис. 5. Распределение КЭТ вдоль стороны разреза лопатки в среднем сечении:
Красная линия – полностью турбулентное течение; синяя линия – переходное течение

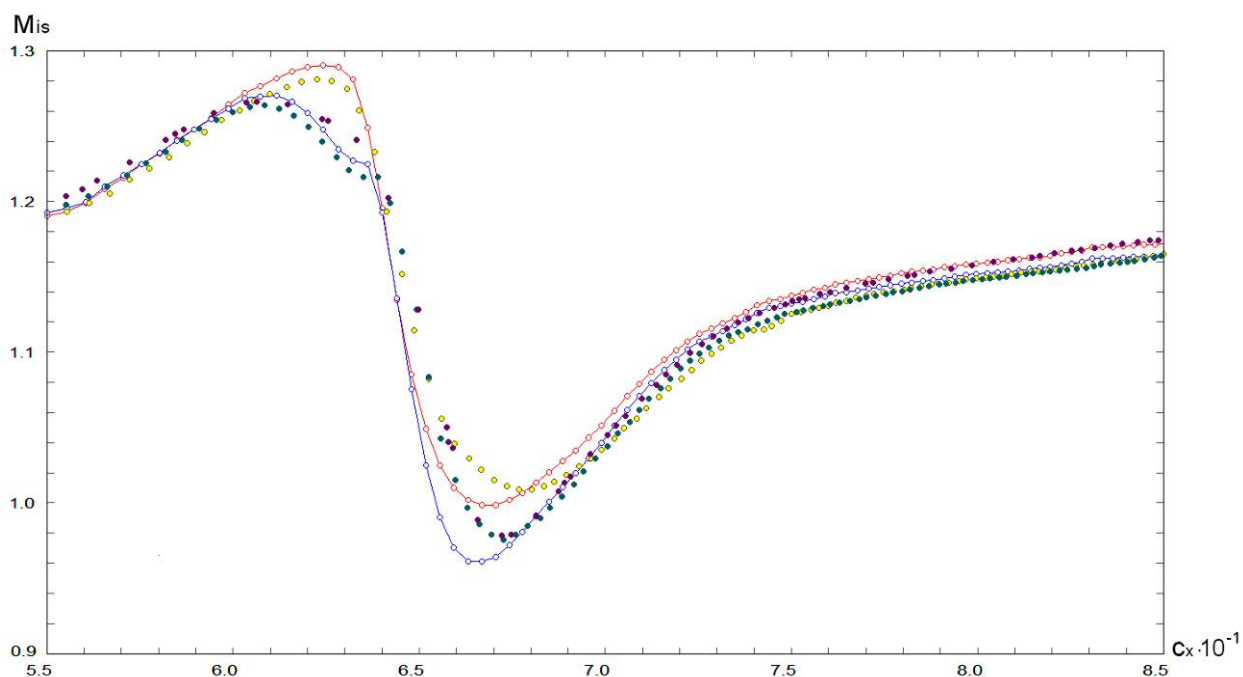


Рис. 6. Адиабатическое число Маха вдоль стороны разреза лопатки в зоне перехода.

Результаты данной работы:

красная линия – полностью турбулентное трехмерное течение (HR $k-\omega$ SST);

синяя линия – переходное трехмерное течение (LR-PTM $k-\omega$ SST);

Результаты [21]: желтые точки – полностью турбулентное двухмерное течение (HR $k-\omega$ SST);

голубые точки – переходное двухмерное течение (γ -Re θ $k-\omega$ SST);

фиолетовые точки – переходное трехмерное течение (γ -Re θ $k-\omega$ SST)

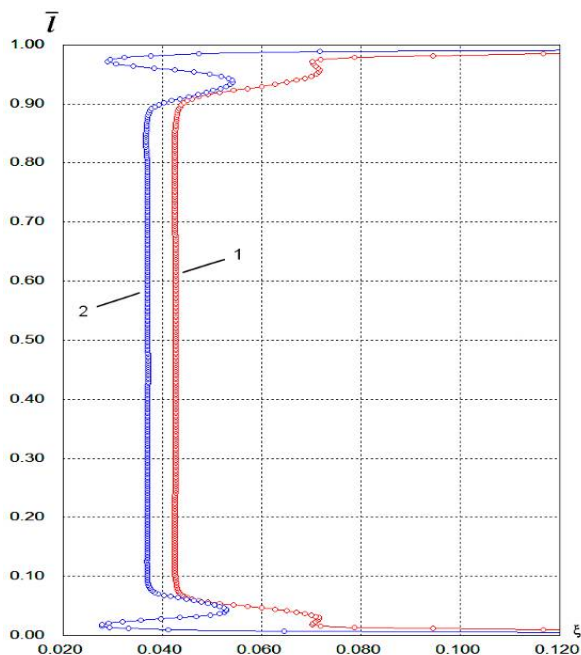


Рис. 7. Распределение потерь кинетической энергии по высоте лопатки:
1 — полностью турбулентное течение;
2 — переходное течение

Выводы

Алгебраическая модель перехода РТМ позволяющая моделировать течения в решетках турбин с учетом явления ламинарно-турбулентного перехода. Рассчитанное в настоящей работе положение точки перехода удовлетворительно согласуется с экспериментальными данными и результатами расчетов других авторов. В переходном течении рост КЭТ как на стороне разрежения, так и на стороне давления, наблюдается существенно ниже по потоку, чем при полностью турбулентном обтекании. В целом, полученная в результате численного моделирования физическая картина обтекания хорошо согласуется с известными представлениями о течениях такого рода.

В ходе исследования выяснилось, что моделирование перехода предъявляет повышенные требования к адекватности модели турбулентности, надежности и быстродействию численного метода, разрешению и качеству разностной сетки.

Также обнаружено, что ламинарно-турбулентный переход оказывает влияние не только на течение в ядре потока, но и на вторичные течения. Это явление является вопросом дальнейших исследований авторов.

Благодарность

Работа выполнена при финансовой поддержке рамочной программы Еврокомиссии FP7, проект TFAST (Влияние положения перехода на взаимо-

действие скачка уплотнения с пограничным слоем) согласно контракту АСР0-GA-2011-265455.

Авторы благодарны проф. П. Дерферу за полезные обсуждения результатов и А. И. Деревянко за помощь в подготовке и проведении расчетов.

Литература

1. Hirsch, C. *Numerical Computation of Internal and External Flows: The Fundamentals of Computational Fluid Dynamics, 2nd Edition* [Text] / C. Hirsch. — Elsevier, Butterworth-Heinemann, 2007. — 680 p.
2. Latest Technology for Large-Capacity Gas Turbine [Text] / K. Tukagoshi, A. Muya, S. Uchida et al. // *Mitsubishi Heavy Industries Technical Review*. — 2005. — Vol. 42, № 3(10). — P. 98-103.
3. Cardamone, P. *Aerodynamic Optimisation of Highly Loaded Turbine Cascade Blades for Heavy Duty Gas Turbine Applications* [Text] / P. Cardamone. — VDI-Verlag, 2006. — 136 p.
4. Еришов, С. В. Сравнение различных способов моделирования ламинарно-турбулентного перехода [Текст] / С. В. Еришов, А. И. Деревянко // *Проблемы машиностроения*. — 2009. — Т. 12, № 4. — С. 25-32.
5. Derevyanko, A. *Prediction of Laminar-Turbulent Transition with the Low-Reynolds Model and Kinetic Energy Production Limiter* [Text] / A. Derevyanko, S. Yershov // *Ciepłone Maszyny Przepływowe. Turbomachinery, Politechnika Łódzka*. — Łódź, Poland, 2012. — № 141. — P. 7-14.
6. Numerical Simulation of 3D Flow in VKI-Genoa Turbine Cascade Including Laminar-Turbulent Transition [Text] / S. Yershov, A. Derevyanko, V. Yakovlev et al. // *TASK Quarterly, Scientific Bulletin of the Academic Computer Centre in Gdansk, Poland*. — 2016. — Vol. 20, № 1. — P. 43-61.
7. TFAST Project — Transition Location Effect on Shock Wave Boundary Layer Interaction [Электронный ресурс]. — Режим доступа : <http://tfast.eu>. — 30.03.2017.
8. Menter, F. R. *Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications* [Text] / F. R. Menter // *AIAA J.* — 1994. — Vol. 32, № 8. — P. 1598-1605.
9. Wilcox, D. C. *Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Model* [Text] / D. C. Wilcox // *AIAA J.* — 1994. — Vol. 32, № 2. — P. 247-255.
10. Langtry, R. B. *Prediction of transition for attached and separated shear layers in turbomachinery* [Text] / R. B. Langtry, S. A. Sjolander // *AIAA Paper*. — 2002. — № 2002-3641. — 13 p.
11. Еришов, С. В. Ограничение реализуемости для модели турбулентности SST $k-\omega$ [Текст] / С. В. Еришов // *Проблемы машиностроения*. — 2008. — Т. 11, № 2. — С. 14-23.
12. The SST turbulence model with improved wall treatment for heat transfer predictions in gas turbines [Text] / F. Menter, J. C. Ferreira, Th. Esch et al. // *Proc. Int. Gas Turbine Congr.* 2003, Tokyo. — 7 p.

13. Denissen, N. A. *Implementation and Validation of a Laminar-to-Turbulent Transition Model in the Wind-US Code [Text]* / N. A. Denissen, D. A. Yorden, N. J. Georgiadis // *NASA TM*. – № 215451. – 2008. – 36 p.

14. Еришов, С. В. *Граничные условия во входном пограничном слое для $k-\omega$ моделей турбулентности [Текст]* / С. В. Еришов // *Проблемы машиностроения*. – 2008. – Т. 11, № 3. – С. 24–29.

15. Baldwin, B. *Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows [Text]* / B. Baldwin, H. Lomax // *AIAA Paper*. – 1978. – № 78 (257) – 9 p.

16. Еришов, С. В. *Квазилинейная схема повышенной точности для интегрирования уравнений Эйлера и Навье–Стокса [Текст]* / С. В. Еришов // *Мат. моделирование*. – 1994. – Т. 6, № 11. – С. 63–75.

17. Гризун, М. Н. *Численное моделирование многомерных сжимаемых течений с помощью метода Ньютона [Текст]* / М. Н. Гризун, С. В. Еришов // *Вестник НТУ «ХПИ» : сб. науч. тр. Сер. : Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование*. – X., 2013. – Вып. 13. – С. 38–46.

18. Еришов, С. В. *Бесплатная CFD программа [Электронный ресурс]*. – Режим доступа: <http://sergiyuyershov.com>. – 1.03.2017.

19. Еришов, С. В. *Развитие комплекса программ для расчета трехмерных течений вязкого газа [Текст]* / С. В. Еришов // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2012. – № 5(92). – С. 89–94.

20. *Influence of Laminar-Turbulent Transition on 3D Flow Pattern in Subsonic Turbine Cascade [Text]* / S. Yershov, A. Derevyanko, V. Yakovlev et al. // *AIAA Paper*. – 2016. – № 2016-4552. – 17 p.

21. Wolf, T. *Simulation of basic turbine cascade flow without film cooling. Deliverable D-4.2.2 FP7 TFAST, 2013.09.20 [Электронный ресурс]* / T. Wolf. – 6 p. – Режим доступа: http://tfast.eu/file/531_D-4.2.2-RRD_CFD_Uncooled_Cascade-Update-Text_v3.pdf. – 12.04.2017.

22. Еришов, С. В. *К расчету потерь в проточных частях турбомашин [Текст]* / С. В. Еришов, Р. Саки // *Вестник НТУ «ХПИ» : сб. науч. тр. Сер. : Энергетические и теплотехнические процессы и оборудование*. – X., 2013. – Вып. 14. – С. 11–18.

References

1. Hirsch, C. *Numerical Computation of Internal and External Flows : The Fundamentals of Computational Fluid Dynamics, 2nd Edition*. Elsevier, Butterworth-Heinemann Publ., 2007. 680 p.

2. Tukagoshi, K., Muyaama, A., Uchida, S., Kawata, Y., Masada, J., Okada, I., Ito, E. *Latest Technology for Large-Capacity Gas Turbine. Mitsubishi Heavy Industries Technical Review*, 2005, vol. 42, no. 3(10), pp. 98–103.

3. Cardamone, P. *Aerodynamic Optimisation of Highly Loaded Turbine Cascade Blades for Heavy Duty*

Gas Turbine Applications. VDI-Verlag Publ., 2006. 136 p.

4. Yershov, S. V., Derevyanko, A. I. *Sravnenie razlichnykh sposobov modelirovaniya laminarno-turbulentnogo perekhoda [Comparison of different ways of modeling laminar-turbulent transition]*. *Probl. mashinostroeniya*, 2009, vol. 12, no. 4, pp. 25–32.

5. Derevyanko, A., Yershov, S. *Prediction of Laminar-Turbulent Transition with the Low-Reynolds Model and Kinetic Energy Production Limiter. Ciepłne Maszyny Przepływowe. Turbomachinery, Politechnika Łódzka, Łódź, Poland, 2012, no. 141, pp. 7–14.*

6. Yershov, S., Derevyanko, A., Yakovlev, V., Gryzun, M. *Numerical Simulation of 3D Flow in VKI-Genoa Turbine Cascade Including Laminar-Turbulent Transition. TASK Quarterly, Scientific Bulletin of the Academic Computer Centre in Gdansk, Poland, 2016, vol. 20, no. 1, pp. 43–61.*

7. *TFAST Project – Transition Location Effect on Shock Wave Boundary Layer Interaction*. Available at : <http://tfast.eu> (accessed 30.05.2017).

8. Menter, F. R. *Two-Equation Eddy-Viscosity Turbulence Models for Engineering Applications. AIAA J.*, 1994, vol. 32, no. 8, pp. 1598–1605.

9. Wilcox, D. C. *Simulation of Transition with a Two-Equation Turbulence Model. AIAA J.*, 1994, vol. 32, no. 2, pp. 247–255.

10. Langtry, R. B., Sjolander, S. A. *Prediction of transition for attached and separated shear layers in turbomachinery. AIAA Paper*, 2002, no. 2002-3641. 13 p.

11. Yershov, S. V. *Ogranichenie realizuemosti dlja modeli turbulentnosti SST $k-\omega$ [Constraint of realizability for the turbulence model]*. *Problemi mashinostroeniya*, 2008, vol. 11, no. 2, pp. 14–23.

12. Menter, F., Ferreira, J. C., Esch, Th., Konno, B. *The SST turbulence model with improved wall treatment for heat transfer predictions in gas turbines. Proc. Int. Gas Turbine Congr. 2003, Tokyo*. 7 p.

13. Denissen, N. A., Yorden, D. A., Georgiadis, N. J. *Implementation and Validation of a Laminar-to-Turbulent Transition Model in the Wind-US Code. NASA TM*, 2008, no. 215451. 36 p.

14. Yershov, S. V. *Granichnye usloviya vo vkhodnom pogramichnom sloe dlya $k-\omega$ modelei turbulentnosti [Boundary conditions in the input boundary layer for $k-\omega$ turbulence models]*. *Problemi mashinostroeniya*, 2008, vol. 11, no. 3, pp. 24–29.

15. Baldwin, B., Lomax, H. *Thin layer approximation and algebraic model for separated turbulent flows. AIAA Paper*, 1978, no. 78-205. 8 p.

16. Yershov, S. V. *Kvazimonotonnaya skhema povyshennoi tochnosti dlya integrirovaniya uravnenii Eйлера i Nav'e–Stoksa [Quasimonotonic scheme of improved accuracy for integrating the Euler and Navier-Stokes equations]*. *Mat. Modelirovanie*, 1994, vol. 6, no. 11, pp. 63–75.

17. Grizun, M. N., Yershov, S. V. *Chislennoe modelirovanie mnogomernykh szhimaemykh techenii s pomoshch'yu metoda N'yutona [Numerical simulation of multidimensional compressible flows using Newton's*

method]. *Vestnik NTU «HPI» : zb. nauch. tr. Ser. : Jenergeticheskie i teplotehnicheskie processy i oborudovanie*, Kharkov, 2013, no. 13, pp. 38-46.

18. Yershov, S. V. *Besplatnaja CFD programma* [Free CFD software]. Available at: <http://sergiyyershov.com> (accessed 1.03.2017).

19. Yershov, S. V. Razvitie kompleksa programm dlja rascheta trehmernyh techenij vjazkogo gaza [Development of a complex of programs for the calculation of three-dimensional viscous gas flows]. *Aviacionno-kosmicheskaja tehnika i tehnologija*, 2012, no. 5 (92), pp. 89–94.

20. Yershov, S., Derevyanko, A., Yakovlev, V., Gryzun, M. Influence of Laminar-Turbulent Transition

on 3D Flow Pattern in Subsonic Turbine Cascade. *AIAA Paper*, 2016, no. 2016-4552. 17 p.

21. Wolf, T. Simulation of basic turbine cascade flow without film cooling. Deliverable D-4.2.2 FP7 TFAST, 2013.09.20. 6p. Available at: http://tfast.eu/file/531_D-4.2.2-RRD_CFD_Uncooled_Cascade-Update-Text_v3.pdf (accessed 12.04.2017).

22. Yershov, S., V., Saki, R. K raschetu poter' v protochnyh chastjah turbomashin [To calculation of losses in flowing parts of turbomachines]. *Vestnik NTU «HPI» : zb. nauch. tr. Ser. : Jenergeticheskie i teplotehnicheskie processy i oborudovanie*. Khakov, 2013, no. 14, pp. 11–18.

Поступила в редакцию 15.05.2017, рассмотрена на редколлегии 8.06.2017

Рецензент: д-р техн. наук, главный науч. сотр. В. И. Гнесин, Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков.

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ЛАМІНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДУ У ВИСОКОНАВАНТАЖЕНІЙ ТРАНСЗВУКОВІЙ ТУРБІННІЙ РЕШІТЦІ

С. В. Єршов, В. А. Яковлев, М. М. Гризун

Розглядається тривимірна турбулентна течія в'язкого стислого газу у високонавантаженої трансзвукової турбінній решітці з урахуванням ламінарно-турбулентного переходу. Математичне моделювання течії здійснюється на основі рівнянь Нав'є-Стокса, осереднених за Рейнольдсом, і двопараметричної диференціальної моделі турбулентності $k-\omega$ SST. Моделювання переходу виконано за допомогою алгебраїчної моделі PTM. Проведено дослідження впливу параметрів турбулентного потоку на ламінарно-турбулентний перехід і втрати кінетичної енергії в модельній турбінній решітці проекту TFAST.

Ключові слова: чисельне моделювання, 3D течія, турбінна решітка, ламінарно-турбулентний перехід, зіставлення з експериментом, вторинні течії, втрати.

NUMERICAL SIMULATION OF THE LAMINAR-TURBULENT TRANSITION IN A HIGH-LOADED TRANSONIC TURBINE CASCADE

S. V. Yershov, V. A. Yakovlev, M. N. Gryzun

A three-dimensional turbulent flow of a viscous compressible gas through a high-loaded transonic turbine cascade is considered, taking into account the laminar-turbulent transition. Mathematical simulation of the flow is performed using the Reynolds-averaged Navier-Stokes equations and the two-equation $k-\omega$ SST turbulence model. Transition modeling is based on the algebraic PTM model. The effect of turbulent flow parameters on the laminar-turbulent transition and the kinetic energy losses of the modeling turbine cascade of the TFAST project is investigated.

Keywords: numerical simulation, 3D flow, turbine cascade, laminar-turbulent transition, secondary flows, losses.

Єршов Сергей Владимирович – д-р техн. наук, проф., Харьков, Украина, e-mail: sergiy.v.yershov@gmail.com, ORCID 0000-0002-2937-1337.

Яковлев Виктор Андреевич – канд. техн. наук, старший научный сотрудник Института проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины, Харьков, Украина, e-mail: yava@ipmach.kharkov.ua.

Гризун Мария Николаевна – канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры компьютерного моделирования процессов и систем Национального технического университета «Харьковский политехнический институт», Харьков, Украина, e-mail: masha.grizun@gmail.com.

Yershov Sergiy Vladimirovich – Doctor of Engineering Sciences, Professor, Kharkiv, Ukraine, e-mail: sergiy.v.yershov@gmail.com, ORCID 0000-0002-2937-1337.

Yakovlev Viktor Andreevich – Candidate of Engineering Sciences, Senior Researcher, The Podgorny Institute for Mechanical Engineering Problems of National Academy of Sciences of Ukraine, Kharkiv, Ukraine, e-mail: yava@ipmach.kharkov.ua.

Gryzun Maria Nikolaevna – Candidate of Engineering Sciences, Senior Lecturer of the Department of Computer Modeling of Processes and Systems, National Technical University “Kharkiv Polytechnic Institute”, Kharkiv, Ukraine, e-mail: masha.grizun@gmail.com.