

УДК 533.6.013.124

А. М. ПАВЛЮЧЕНКО, О. М. ШИЙКО

Сумський національний аграрний університет, Україна

## КОМПЛЕКСНИЙ МЕТОД РОЗРАХУНКУ ОПОРУ ТЕРТЯ І ТЕПЛООБМІНУ НА ПОВЕРХНІ ЛЬОТНИХ ОСЕСИМЕТРИЧНИХ ОБ'ЄКТІВ ПРИ ПОЛЬОТІ ПО ТРАЄКТОРІЇ З НАЯВНІСТЮ В ПРИСТІННОМУ ПРИКОРДОННОМУ ШАРІ НЕІЗОТЕРМІЧНОСТІ, СТИСЛИВОСТІ, ЛАМІНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДУ ТА РЕЛАМІНАРІЗАЦІЇ

*Розроблено комплексний метод розрахунку опору тертя і аеродинамічного нагріву на поверхнях льотних осесиметричних тіл обертання типу реактивного некерованого снаряда. Метод дозволяє проводити розрахунки від моменту старту і до приземлення в межах до-, транс- і надзвукових швидкостей польоту. Діапазон швидкостей відповідає числам Маха  $M_\infty \leq 3,0$ . При розрахунках враховуються ефекти неізотермічності, стисливості, ламінарно-турбулентного переходу та реламінаризації, що відбуваються на обтічних поверхнях при польоті об'єктів по траєкторії. Метод засновано на використанні асимптотичної теорії пристінного прикордонного турбулентного шару С. С. Кутателадзе і А. І. Леонт'єва в поєднанні з результатами лінеаризованої теорії обтікання тіл обертання, теорії турбулентних плям Емонса перехідного прикордонного шару та даних по числам Рейнольдса на початку ламінарно-турбулентного переходу, отриманих по результатам льотних експериментів. Використання лінеаризованої теорії обтікання для обчислення параметрів на зовнішній границі пристінного прикордонного шару в межах до-, транс- і надзвукових швидкостей польоту дозволяє створити «швидкий» алгоритм розрахунку опору тертя і теплообміну з урахуванням позовжнього градієнту тиску, існуючого на обтічних поверхнях осесиметричних тіл обертання. Наводяться чисельні результати розрахунків параметрів нев'язкої течії на границі прикордонного шару по лінеаризованій теорії, температури аеродинамічного нагріву поверхні снаряда та його опору тертя від моменту старту і до приземлення.*

**Ключові слова:** аеродинамічний опір тертя, аеродинамічний нагрів, ламінарний і турбулентний прикордонний шар, числа Рейнольдса, числа Маха, ламінарно-турбулентний перехід, реламінаризація, неізотермічність, стисливість, турбулентні плями Емонса, коефіцієнт перемержаємості, асимптотична теорія турбулентного прикордонного шару, льотний експеримент, температура стінки, тиск, коефіцієнт опору тертя.

### Вступ

При створенні льотних осесиметричних об'єктів типу некерованих надзвукових реактивних снарядів виникає потреба отримання надійних розрахункових даних по опору тертя та теплообміну на їх обтічних поверхнях. Особливістю таких літальних апаратів є широкий діапазон до-, транс- і надзвукових швидкостей польоту. За таких умов на їх поверхнях в певні моменти часу можливо утворення ламінарного та турбулентного прикордонного шару, ламінарно-турбулентного переходу і реламінаризації (зворотного переходу).

В більшості літературних джерел, присвячених теплообміну і опору тертя, наводяться залежності, які дозволяють проводити розрахунки коефіцієнтів

тепловіддачі, теплових потоків та поверхневого опору тертя для випадків суто ламінарної чи турбулентної пристінної течії [1 ÷ 5]. В той же час значна кількість існуючих публікацій [6 ÷ 10] вказує на необхідність розробки методів розрахунку пристінного тертя і тепловіддачі за умови існування на обтічній поверхні зони ламінарно-турбулентного переходу, так як зона переходу від моменту втрати стійкості ламінарним прикордонним шаром і до повністю сформованого турбулентного прикордонного шару може займати значну частину обтічної поверхні і існувати значну долю часу польоту об'єктів [11 ÷ 15].

Ламінарно-турбулентний перехід є важливою науково-технічною проблемою. Для рішень практичних завдань авіаційної, ракетної та космічної тех-

ніки необхідні надійні дані про число Рейнольдса на початку ламінарно-турбулентного переходу, про довжину області переходу в пристінкових до-, над- і гіперзвукових прикордонних шарах при розрахунку опору тертя і теплообміну, теплового захисту. До теперішнього часу відсутні теоретичні методи отримання достовірних значень числа Рейнольдса на початку ламінарно - турбулентного переходу. Порівняння дослідних даних про значення числа Рейнольдса на початку ламінарно-турбулентного переходу у над- і гіперзвукових прикордонних шарах, отриманих на моделях в аеродинамічних трубах і в льотних умовах, показало, що числа Рейнольдса на початку переходу на об'єктах в польоті до порядку перевищували відповідні величини, отримані в аеродинамічних трубах [6, 7, 16, 17, 41]. Це насамперед пояснюється наявністю акустичного поля в соплах і робочих частинах труб при значеннях числа Маха потоку  $M \geq 2,0$  [9, 19] і масштабними ефектами, притаманними аеродинамічним трубам [6, 27÷29].

Таким чином, надійні дані про значення числа Рейнольдса переходу в понад-і гіперзвуком прикордонному шарі і про довжину області ламінарно-турбулентного переходу можна отримати тільки в льотних умовах, особливо для льотних об'єктів з працюючими двигунами. Льотні дані про величини числа Рейнольдса на початку переходу на осесиметричних об'єктах при відсутності працюючих двигунів наводяться в роботі [17], а в умовах працюючих двигунів в [6, 7, 41] льотні дані по реламінаризації в умовах працюючих двигунів отримані в [21, 29, 31, 34].

Для опису явища турбулентного переносу в перехідному прикордонному шарі значний розвиток отримала модель турбулентних плям Емонса [10 ÷ 12], створена на основі уявлень про формування турбулентних плям в зоні ламінарно-турбулентного переходу. По Емонсу область переходу характеризується перемежаємим виникненням турбулентних плям, які не взаємодіють між собою і які, розширюючись по потоку, зливаються, утворюючи турбулентний прикордонний шар. Перемежаємість турбулентних плям відносно обтічної поверхні характеризується поступовим формуванням турбулентної течії в зоні переходу. Цей процес кількісно описується за допомогою коефіцієнта перемежаємість  $\gamma$  [6, 11, 12, 14, 15].

Модифікований варіант теорії турбулентних плям Емонса запропоновано в роботі [12], де на основі теорії Емонса і аналізу експериментальних даних про перехід на моделі в надзвуковій аеродинамічній трубі отримано вираз для коефіцієнта перемежаємість. Було показано, що швидкість утворення турбулентних плям і коефіцієнт перемежає-

мість  $\gamma$  пов'язані з числом Рейнольдса на початку ламінарно-турбулентного переходу, що є важливим результатом роботи [12].

В першому наближенні опір тертя тіл обертання розраховують як для пластини при відомих числах Маха  $M$  та Рейнольдса  $Re$ . Для його розрахунку необхідно, перш за все, знати місце початку зони переходу від ламінарної форми течії до турбулентної в прикордонному шарі на тілі. По-друге, необхідні залежності, за якими проводяться розрахунки локального коефіцієнту тертя  $C_f/2$  при різних режимах течії в прикордонному шарі. Недоліком проведення розрахунку опору тертя осесиметричного тіла обертання за методом плоскої пластинки є те, що при цьому не враховується вплив на процеси переносу та на ламінарно-турбулентний перехід в прикордонному шарі поздовжнього градієнту тиску.

Для визначення локального коефіцієнту тертя в точці на поверхні тіла обертання у випадку турбулентного прикордонного шару важливо застосувати асимптотичну теорію пристінного турбулентного прикордонного шару, розроблену С. С. Кутателадзе та А. І. Леонтьєвим [4]. Теорія справедлива як при числах Рейнольдса  $Re \rightarrow \infty$ , так і при їх доволно великих кінцевих значеннях. Заснований на цій теорії відомий метод розрахунку тепловіддачі та тертя С. С. Кутателадзе і А. І. Леонтьєва продемонстрував свою ефективність при вирішенні складних задач теплообміну і турбулентного тертя як в умовах внутрішнього обтікання (сопла, теплообмінники та ін.), так і при вирішенні задач аеродинаміки [4]. Важливою перевагою методу є його економічність та в певній мірі універсальність, що визначається можливістю роздільного врахування впливу на теплообмін та тертя стискаємість, неізотермічності, вдуву і поздовжнього градієнту тиску при розрахунках тепловіддачі та тертя в прикордонному турбулентному шарі.

## Мета статті

Метою статті є розробка методу та отримання результатів розрахунків опору тертя і аеродинамічного нагріву на обтічній поверхні осесиметричного льотного об'єкта типу некерованого реактивного снаряда в діапазоні до-, транс- і надзвукових швидкостей при наявності неізотермічності, стисливості, ламінарно-турбулентного переходу та реламінаризації від моменту старту, польоту по траєкторії і до приземлення з використанням асимптотичної теорії пристінного турбулентного шару С. С. Кутателадзе і А. І. Леонтьєва в поєднанні з результатами лінеаризованої теорії обтікання тіл обертання, теорії турбулентних плям Емонса перехідного прикордонного

шару та даних по числах Рейнольдса початку ламінарно-турбулентного переходу і по реламінаризації, отриманих в результаті льотних експериментів [6, 15, 17, 21, 31]. Розрахунок турбулентного тертя і теплообміну за теорією Кутателадзе - Леонтьєва дозволяє враховувати існуючий на обтічній поверхні тіла поздовжній градієнт тиску, що потребує обчислення значень параметрів потоку на зовнішній границі прикордонного шару з урахуванням форми і розмірів тіла. При розв'язанні задач балістики льотних осесиметричних об'єктів типу реактивних керованих і некерованих реактивних снарядів шляхом чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь їх польоту є потреба в застосуванні «швидких» методів розрахунку параметрів потоку на зовнішній границі прикордонного шару за відносно спрощеними залежностями, що дозволяють з достатньою точністю обчислювати вказані параметри на кожному кроці чисельного інтегрування з метою подальшого обчислення сил опору аеродинамічного тертя і аеродинамічного нагріву. Один з таких методів, заснований на використанні результатів лінеаризованої теорії обтікання тіл обертанню потоком невязкої стисливої рідини [5, 22], дає змогу визначити параметри потоку на обтічній поверхні відносно тонких тіл обертанню в діапазоні до-, транс- і надзвукових швидкостей з метою подальшого їх використання при розрахунках опору тертя та теплових потоків. Таким чином, метою статті є розробка комплексного методу розрахунку опору тертя і теплообміну до-, транс- і надзвукових тіл обертанню при наявності ламінарного, турбулентного режимів обтікання, стисливості, неізотермічності, ламінарно-турбулентного переходу, реламінаризації,  $\text{grad } P_x$  в прикордонному шарі з використанням льотних даних по ламінарно-турбулентному переходу і реламінаризації. Використання льотних даних по числах Рейнольдса в началі переходу і реламінаризації дозволяє значно підвищити надійність комплексного методу розрахунку опору тертя і теплообміну льотних осесиметричних об'єктів при  $M_\infty \leq 3,0$ .

### Викладення основного матеріалу

У відповідності з [4] локальний коефіцієнт тертя для стискаемого турбулентного прикордонного шару може бути розрахований за залежністю:

$$\frac{C_f}{2} = \frac{C_{f0}}{2} \cdot (\Psi_M \cdot \Psi_t)^{0,8} \cdot \left( \frac{\mu_w}{\mu_e} \right)^{0,2}, \quad \text{де} \quad (1)$$

$$\frac{C_{f0}}{2} = 0,0288 \cdot \text{Re}_{x,e}^{-0,2}, \quad \text{Re}_{x,e} = \frac{\rho_e \cdot u_e \cdot X}{\mu_e},$$

$C_{f0}/2$  – локальний коефіцієнт тертя для турбулентного прикордонного шару нестискаємої рідини на плоскій пластинці при тому ж самому  $\text{Re}_{x,e}$ ;  $\mu_w$ ,  $\mu_e$  – значення коефіцієнту динамічної в'язкості рідини відповідно при температурі стінки  $T_w$  та температурі потоку на зовнішній границі прикордонного шару  $T_e$ ;  $\rho_e, u_e$  – густина та швидкість потоку на зовнішній границі прикордонного шару;  $\text{Re}_{x,e}$  – число Рейнольдса на зовнішній границі прикордонного шару, що визначається з урахуванням залежності швидкості  $u_e$  від поздовжнього градієнту тиску  $\text{grad } P_x$ ;  $\Psi_M$  і  $\Psi_t$  – відносні закони опору тертя, що враховують відповідно стисливість та неізотермічність в прикордонному шарі [4].

$$\Psi_M = \left[ \frac{\arctg \left\{ M_e \cdot \sqrt{r_T \cdot \frac{k-1}{2}} \right\}}{M_e \cdot \sqrt{r_T \cdot \frac{k-1}{2}}} \right]^2; \quad \Psi_t = \left[ \frac{2}{\sqrt{\frac{T_w}{T_{r,e}} + 1}} \right]^2 \quad (2)$$

$M_e$  – число Маха на зовнішній границі прикордонного шару;  $T_e$  – температура на зовнішній границі прикордонного шару;  $T_w$  – температура стінки;  $T_{r,e}$  – температура відновлення, розрахована по параметрам  $T_e$  та  $M_e$  на зовнішній границі турбулентного прикордонного шару;  $r_T = \sqrt[3]{\text{Pr}}$  – коефіцієнт відновлення температури для турбулентного прикордонного шару, який при розрахунках приймається  $r_T = 0,9$ ;  $\text{Pr}$  – число Прандтля;  $k=1,4$  – показник адиабати. Температура відновлення

$$T_{re} = T_e \cdot \left( 1 + r_T \cdot \frac{k-1}{2} \cdot M_e^2 \right). \quad (3)$$

Число Маха  $M_e$  на зовнішній границі прикордонного шару, що входить до залежностей (2) і (3), є одним з локальних параметрів потоку на обтічній поверхні льотного об'єкта. При чисельному розв'язанні задач балістики, коли одночасно з розрахунком параметрів траєкторії польоту льотного об'єкта розраховується опір тертя і нагрів на його поверхні, обчислення цих параметрів необхідно здійснювати на кожному кроці чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь польоту об'єкта. В такому разі слід залучати «швидкі» методи їх розрахунку. Якщо льотний об'єкт уявляє осесиметричне тіло обертанню, то одним з таких мето-

дів може бути використання результатів розв'язання лінеаризованого рівняння для потенціалу збурення швидкості потоку  $\phi'$  в околиці поверхні тіла, яке для циліндричних координат має вигляд [5, 22]:

$$(1 - M_\infty^2) \cdot \frac{\partial^2 \phi'}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi'}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial \phi'}{\partial r} = 0. \quad (4)$$

Рівняння (4) складає теоретичну основу аеродинаміки стаціонарних лінеаризованих течій в околиці відносно тонких тіл обертання. Для його розв'язання відносно  $\phi'$  можна скористатися методом джерел [5, 22], згідно якому обтічне тіло замінюється системою безперервно розподілених вздовж його осі джерел. При цьому рішення задачі про обтікання тіла шукається у вигляді потенціалу збурення течії  $\phi'$  від цих джерел.

Надзвукове обтікання

Якщо налітаючий на тіло потік повітря надзвуковий ( $M_\infty > 1$ ), то потенціал збурення, що задовольняє рівнянню (4), можна записати у вигляді [5]:

$$\phi' = \int_0^{\varepsilon_1} \frac{f(\varepsilon) \cdot d\varepsilon}{\sqrt{(x - \varepsilon)^2 - m^2 \cdot r^2}}, \quad (5)$$

де:  $x, r$  – осьова та радіальна координата точок в околиці обтічної поверхні тіла обертання;  $\varepsilon$  – координата джерел на поздовжній осі  $x$  тіла обертання, якій відповідає інтенсивність джерел  $f(\varepsilon)$ ;

$$m = \sqrt{M_\infty^2 - 1}.$$

При  $M_\infty > 1$  впливати на течію в точці з координатами  $x, r$  будуть лише ті джерела, конус Маха яких включає цю точку, тобто ті точки  $\varepsilon$  осі  $x$ , де  $x - \varepsilon \geq \sqrt{M_\infty^2 - 1} \cdot r$ . Отже, верхньою границею  $\varepsilon_1$  в інтегралі (5) при  $M_\infty > 1$  буде величина  $\varepsilon_1 = x - \sqrt{M_\infty^2 - 1} \cdot r$ . Закон розподілу джерел, розміщених на осі тіла обертання, тобто вигляд функції  $f(\varepsilon)$  повинен бути таким, щоб в результаті накладення незбуреного потоку на течію від цих джерел одна з ліній току співпала з твірною тіла обертання.

Перетворення за допомогою рівняння Бернуллі виразу для коефіцієнту тиску  $\bar{p}$  в точці на поверхні тонкого тіла за умови його осесиметричного обтікання надає коефіцієнту  $\bar{p}$  вигляду [5]:

$$\bar{p} = \frac{2 \cdot (p - p_\infty)}{k \cdot M_\infty^2 \cdot p_\infty} \approx -2 \cdot \frac{\phi'_x}{V_\infty} - \left( \frac{dr}{dx} \right)^2. \quad (6)$$

Умова безвідривного осесиметричного обтікання достатньо тонкого тіла налітаючим потоком може бути записана таким чином [5]:

$$\left( d\phi' / dr \right) / V_\infty = dr / dx. \quad (7)$$

Подальший пошук підінтегральної функції  $f(\varepsilon)$ , що задовольняє граничній умові (7) на поверхні тонкого обтічного тіла, приводить до залежності [5]:

$$f(\varepsilon) = -\frac{V_\infty}{2\pi} \cdot S'(\varepsilon), \quad (8)$$

де  $S'(\varepsilon)$  – перша похідна по  $\varepsilon$  площі перетину  $S(\varepsilon)$  як функції координат  $\varepsilon$  розподілу джерел.

Перехід в (5) до нової змінної  $z = \text{arch}[(x - \varepsilon) / (m \cdot r)]$  і подальше диференціювання (5) з урахуванням значень функції  $f(\varepsilon)$  на границях інтегрування приводить до такого виразу для осьової складової збурення швидкості:

$$V'_x = \phi'_x = \int_0^{\text{arch}(u)} f(x - m \cdot r \cdot \text{ch}(z)) \cdot dz. \quad (9)$$

Залежності (6), (8) і (9) є підставою подальшого отримання формули для коефіцієнту тиску при  $M_\infty > 1$  у вигляді [5]

$$\bar{p} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_0^{\text{arch}(u)} S''(x - m \cdot r \cdot \text{ch}(z)) \cdot dz - \left( \frac{dr}{dx} \right)^2, \quad (10)$$

де  $S''(x - m \cdot r \cdot \text{ch}(z))$  – друга похідна  $S(\varepsilon)$  по  $\varepsilon$  площі перетину  $S(\varepsilon)$  тіла як функції координат  $\varepsilon$  розподілу джерел;

$$z = \text{arch}[(x - \varepsilon) / (m \cdot r)]; \text{ch}(z) = (x - \varepsilon) / (m \cdot r);$$

$$\varepsilon = x - m \cdot r \cdot \text{ch}(z); d\varepsilon = -m \cdot r \cdot \text{sh}(z) \cdot dz;$$

$$u = x / (m \cdot r)$$

Таким чином, для розрахунку розподілу по поверхні тіла значень коефіцієнту тиску  $\bar{p}$  за умови осесиметричного обтікання при  $M_\infty > 1$ , необхідно знати розподіл площі перетину тіла  $S(x)$  вздовж його осі та здійснювати інтегрування згідно залежності (10).

Дозвукове обтікання

Якщо налітаючий на тіло потік повітря дозвуковий ( $M_\infty < 1$ ), то вплив на течію в точці  $x, r$  будуть

чинити джерела, розміщені на всьому відрізку (0, L) осі x (L – довжина тіла) і потенціал збурення, що задовольняє рівнянню (4), слід записати у вигляді [22]:

$$\varphi' = \int_0^L \frac{f(\varepsilon) \cdot d\varepsilon}{\sqrt{(x-\varepsilon)^2 + m^2 \cdot r^2}}, \quad (11)$$

тут  $\varepsilon$  - координата на осі x, якій відповідає інтенсивність джерел  $f(\varepsilon)$ ;  $m = \sqrt{1 - M_\infty^2}$ .

Перетворимо (11), ввівши нову змінну

$$\begin{aligned} z &= \operatorname{arsh}[(x - \varepsilon) / (m \cdot r)], \\ \operatorname{sh}(z) &= (x - \varepsilon) / (m \cdot r); \quad \varepsilon = x - m \cdot r \cdot \operatorname{sh}(z); \\ d\varepsilon &= -m \cdot r \cdot \operatorname{ch}(z) \cdot dz. \end{aligned} \quad (12)$$

Вираз (11) для потенціалу збурення набуває вигляду ( $u = x / (m \cdot r)$ )

$$\varphi' = \int_{\operatorname{arsh}\left(\frac{x-L}{mr}\right)}^{\operatorname{arsh}(u)} f(x - m \cdot r \cdot \operatorname{sh}(z)) \cdot dz. \quad (13)$$

В результаті дій, схожих з попередніми діями при надзвуковому обтіканні, отримаємо, що при дозвуковому обтіканні ( $M_\infty < 1$ ) тонкого тіла обертання коефіцієнт тиску на поверхні тіла може бути визначений таким чином:

$$\bar{p} = \frac{1}{\pi} \cdot \int_{\operatorname{arsh}\left(\frac{x-L}{mr}\right)}^{\operatorname{arsh}(u)} S''(x - m \cdot r \cdot \operatorname{sh}(z)) \cdot dz - \left(\frac{dr}{dx}\right)^2. \quad (14)$$

Для визначення локального коефіцієнту тертя в точці на поверхні тіла обертання у випадку стискаємого, неізотермічного ламінарного прикордонного шару можна скористатися залежностями, наданими в [2] для поздовжнього обтікання плоскої пластини:

$$\frac{C_f}{2} = \frac{C_{f0}}{2} \cdot \psi^{-0,11} \cdot \psi^*^{-0,04}, \quad (15)$$

де  $\psi, \psi^*$  – параметри, що враховують неізотермічність обтікання плоскої пластини ламінарним прикордонним шаром;  $\psi = T_w / T_e$  – температурний фактор,  $\psi^* = T_{r,e} / T_e$  – кінетичний температурний фактор;  $C_{f0} / 2$  – локальний коефіцієнт тертя для ламінарного прикордонного шару квазіізотермічно-

го нестискаємого газу на плоскій пластині при тому ж самому  $Re_{x,e}$ , що може бути розрахований, наприклад, за формулою Блазіуса [25]

$$\frac{C_{f0}}{2} = \frac{0,332}{\sqrt{Re_{x,e}}}; \quad Re_{x,e} = \frac{\rho_e \cdot u_e \cdot X}{\mu_e}, \quad (16)$$

де  $Re_{x,e}$  розраховується з врахуванням впливу поздовжнього градієнту тиску  $\operatorname{grad} P_x$  на швидкість  $u_e$ .

Температура відновлення  $T_{r,e}$  розрахована по параметрам  $T_e$  та  $M_e$  на зовнішній границі ламінарного прикордонного шару

$$T_{r,e} = T_e \cdot \left(1 + r_{\text{л}} \cdot \frac{k-1}{2} \cdot M_e^2\right); \quad r_{\text{л}} = \sqrt{\operatorname{Pr}}. \quad (17)$$

Для коректного розрахунку опору тертя та теплообміну льотних об'єктів необхідно мати надійні дані про значення чисел Рейнольдса на початку області переходу та про її довжину. По даним [6, 15, 21, 26, 31] довжина області переходу може бути співставна з довжиною ламінарної ділянки. В зв'язку з цим важливим є питання про моделювання турбулентності в перехідному прикордонному шарі [6, 7, 10÷12].

Для переходного прикордонного шару найбільший розвиток і застосування отримала модель турбулентних плям Емонса [6, 8, 11, 12, 15]. По Емонсу область переходу характеризується виникненням турбулентних плям, що не взаємодіють між собою, перемішуються по потоку і, розширюючись при русі по потоку, зливаються, утворюючи турбулентний прикордонний шар.

Переміщення турбулентних плям відносно обтічної поверхні утворює чередування ламінарної і турбулентної течії в зоні переходу. Фізичний характер такої переміжної течії можна описати за допомогою коефіцієнта переважаєності  $\gamma$  [25], що вказує, в якій долі деякого часу в певному місці поверхні існує турбулентна течія. В [12] на підставі теорії турбулентних плям Емонса та встановленого зв'язку між швидкістю утворення плям і числом Рейнольдса на початку зони переходу отримано вираз для коефіцієнту переважаєності, який справедливий при обтіканні теплоізоляованої поверхні:

$$\gamma = 1,0 - \exp\left[-G_1 \cdot \frac{(X - X_n)^2}{u_e}\right], \quad (18)$$

де  $G_1$  – швидкість утворення турбулентних плям;  $X_{tr}$  – поздовжня координата точки початку переходу в прикордонному шарі;  $X$  – поздовжня координата точок шару в зоні переходу;  $u_e$  – швидкість потоку на зовнішній границі прикордонного шару. При  $\gamma = 1$  течія весь час турбулентна, а при  $\gamma = 0$  вона ламінарна.

Вираз для  $G_1$  в [12] надається у вигляді:

$$G_1 = \frac{3,507}{A^2} \cdot Re_{tr}^{-1,34} \cdot \frac{u_e^3 \cdot \rho_e^2}{\mu_e^2},$$

$$A = 60 + 4,68 \cdot Me_e^{1,92}, \quad (19)$$

де  $Re_{tr}$  – число Рейнольдса на початку зони переходу,  $u_e, \rho_e, \mu_e, Me_e$  – відповідно швидкість, щільність, в'язкість та число Маха на зовнішній границі прикордонного шару.

Так як в прикордонному шарі перехід відбувається в часі в фіксованих на поверхні точках, то на відміну від [12] в роботі [7] співвідношенням (18) і (19) для коефіцієнту перемержаємості надається вигляд

$$\gamma \cong 1,0 - \exp\left[-\frac{3,507}{A^2} \cdot Re_{tr}^{-1,34} \cdot \frac{u_e^2 \cdot \rho_e^2}{\mu_e^2} \left(\frac{\mu_{e,tr}}{u_{e,tr} \cdot \rho_{e,tr}}\right)^2 \times (Re_{x,e}(\tau) - Re_{tr})^2\right]. \quad (20)$$

Тут  $Re_{x,e}$  – число Рейнольдса на зовнішній границі прикордонного шару, що визначається з урахуванням залежності швидкості  $u_e$  від поздовжнього градієнту тиску  $grad P_x$ ;  $Re_{tr} = Re_{x,e}(\tau_{tr})$ ,  $\tau_{tr}$  – момент часу, відповідний початку переходу; індекс  $tr$  відноситься до параметрів, зафіксованих в момент початку переходу; індекс  $e$  відноситься до параметрів на зовнішній границі прикордонного шару.

Так як швидкість утворення плям  $G_1$  і коефіцієнт перемержаємості  $\gamma$  зв'язані з числом Рейнольдса початку зони переходу, то потрібні достовірні дані для цієї величини. Незважаючи на велику кількість теоретичних досліджень, в теперішній час не існує визнаної завершеною теорії для розрахунку числа Рейнольдса  $Re_{tr}$  в началі ламінарно-турбулентного переходу. Складності теоретичного рішення проблеми переходу частково розв'язуються за допомогою проведення досліджень в аеродинамічних трубах. Але незважаючи на те, що техніка проведення експериментів в аеродинамічних трубах продовжує

вдосконалюватися, їм притаманний ряд обмежень. В сучасних над- і гіперзвукових аеродинамічних трубах одночасно не моделюються числа Рейнольдса, Маха, температурний фактор, аероупругі властивості літальних апаратів, існує акустичне поле [9, 19, 26, 27, 28]. Це призводить до суттєвої різниці між результатами випробувань моделей в аеродинамічних трубах і даними льотних експериментів [6, 15, 17, 34, 53].

Так, наприклад, порівняння чисел Рейнольдса на початку переходу в стискаємих прикордонних шарах, які отримані на конусах в льотних умовах і в аеродинамічних трубах [17], показало, що льотні значення чисел Рейнольдса початку переходу перевершують трубні в декілька разів (рис. 1).

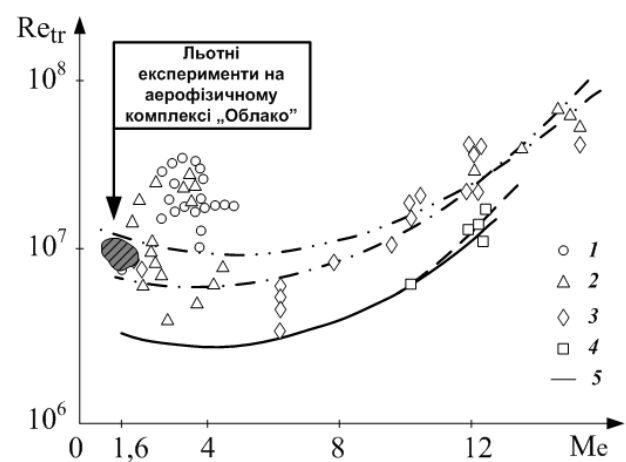


Рис. 1. Числа Рейнольдса початку переходу ламінарного прикордонного шару в турбулентний на гострих конусах: 1-4 – польотні дані;  $Re_1 = 77 \cdot 10^6$  (1);  $27,9 \cdot 10^6$  (2);  $11,1 \cdot 10^6$  (3);  $4,3 \cdot 10^6$  (4); 5 – результати випробувань в аеродинамічних трубах (568 точок не вказані) [17]

Таким чином, практичне значення набуває інформація про явище переходу в натурних умовах, необхідність якої підтверджується висновками про постановку окремих льотних досліджень явища переходу, наприклад, в роботах [8, 17, 30, 31]. Важливо, що вперше в льотному експерименті на ракетному аерофізичному комплексі типу «Облако» (див. рис. 1) було досліджено вплив працюючого двигуна твердого палива на число Рейнольдса початку ламінарно-турбулентного переходу [6, 7].

Надзвичайно важливою задачею при розрахунках опору тертя льотних об'єктів є врахування аеродинамічного нагрівання поверхні об'єкту в результаті конвективної тепловіддачі, що здійснюється між твердою стінкою та омиваючим повітрям. Це нагрівання враховується характерними температу-

рами  $T_w$  та  $T_{r,e}$ , що входять до залежностей тертя та тепловіддачі в прикордонному шарі. Питомий тепловий потік такої тепловіддачі від розогрітого газу до стінки в практичних розрахунках зазвичай виражають за допомогою формули Ньютона

$$q_w = \alpha \cdot (T - T_w).$$

Тут  $T$  – характерна температура потоку, що обтікає поверхню;  $T_w$  – температура стінки;  $\alpha$  [Вт/(м<sup>2</sup>град)] – коефіцієнт тепловіддачі, що чисельно дорівнює кількості тепла, яке сприймає (чи віддає) ділянка поверхні стінки одиничної площі в одиницю часу при різниці температур між стінкою і газом в один градус.

У випадку дозвукової течії в прикордонному шарі температура  $T = T_e$ , тому формулу Ньютона для дозвукових течій представляють у вигляді [2]

$$q_w = \alpha \cdot (T_e - T_w). \quad (21)$$

Для надзвукових і гіперзвукових течій формула Ньютона набуває вигляду [2]

$$q_w = \alpha \cdot (T_{r,e} - T_w). \quad (22)$$

Для характеристики тепловіддачі замість розмірного коефіцієнта тепловіддачі зручно використовувати безрозмірні критерії. Серед цих критеріїв – число Стантона

$$St = \frac{\alpha}{\rho_e \cdot u_e \cdot c_{p,e}} = \frac{q_w}{\rho_e \cdot u_e \cdot c_{p,e} \cdot (T_{r,e} - T_w)}, \quad (23)$$

де  $u_e, \rho_e, \mu_e, c_{p,e}$  – відповідно швидкість, щільність, в'язкість та теплоємність потоку на зовнішній границі прикордонного шару.

В такому разі:

$$\alpha = St \cdot \rho_e \cdot u_e \cdot c_{p,e}. \quad (24)$$

Внаслідок схожості між процесами переносу тепла і імпульсу, при відсутності поздовжнього градієнту тиску ( $\text{grad}P_x = 0$ ) існує простий зв'язок між числом Стантона  $St$  і локальним коефіцієнтом тертя  $C_f/2$  у вигляді аналогії Рейнольдса [1, 3 ÷ 5]:

$$St = \frac{C_f}{2} \cdot \text{Pr}^{-\frac{2}{3}}. \quad (25)$$

В той же час в роботі [4] показано, що якщо при невеликих  $\text{grad}P_x$  швидкість  $u_e$  в числі Рейнольдса  $Re_{x,e} = \frac{\rho_e \cdot u_e \cdot X}{\mu_e}$  розрахована з урахуванням  $\text{grad}P_x \neq 0$ , то аналогія (25) зберігається.

Число Стантона, що визначає тепловіддачу в стискаємому турбулентному прикордонному шарі до поверхні обтічного тіла, у відповідності з [2 ÷ 4] можна обчислити за такими залежностями:

$$St_T = St_0 \cdot (\Psi_M \cdot \Psi_t)^{0,8} \cdot \left(\frac{\mu_w}{\mu_e}\right)^{0,2}, \quad (26)$$

де  $St_0 = 0,0288 \cdot Re_x^{-0,2} \cdot \text{Pr}^{-\frac{2}{3}}$ ,  $Re_{x,e} = \frac{\rho_e \cdot u_e \cdot X}{\mu_e}$ ,

$\Psi_M$  і  $\Psi_t$  – параметри (відносні закони тертя), що враховують стискаємість в прикордонному шарі, неізотермічність процесу тепловіддачі та існуючий градієнт тиску і визначаються залежностями (2);  $\mu_w$  і  $\mu_e$  – динамічні коефіцієнти в'язкості повітря відповідно при температурах  $T_w$  і  $T_e$ .

В такому разі коефіцієнт тепловіддачі для стискаємого турбулентного прикордонного шару у відповідності з (13)

$$\alpha_T = St_T \cdot \rho_e \cdot u_e \cdot c_{p,e}. \quad (27)$$

Алгоритм розрахунку коефіцієнту тепловіддачі для ламінарного стискаємого прикордонного шару визначається залежностями, наданими, наприклад в [2, 3]:

$$St_L = \frac{0,332}{\sqrt{Re_x}} \cdot \frac{\sqrt{\Psi_L}}{\text{Pr}^{\frac{2}{3}}}, \quad \alpha_L = St_L \cdot \rho_e \cdot u_e \cdot c_{p,e}, \quad (28)$$

де  $Re_{x,e} = \frac{\rho_e \cdot u_e \cdot X}{\mu_e}$ ,  $\Psi_L = \Psi^{-0,22} \cdot \Psi^*^{-0,08}$ ,

$$\Psi = T_w / T_e, \quad \Psi^* = T_{re} / T_e,$$

$$T_{re} = T_e \cdot \left(1 + r_L \frac{\chi - 1}{2} \cdot M_e^2\right), \quad r_L = \sqrt{\text{Pr}}.$$

Рівняння балансу тепла для тонкої стінки у випадку нещільного заповнення простору всередині корпусу льотного об'єкта можна записати у вигляді [6, 7, 15]

$$\rho_w \cdot c_w \cdot \delta_w \cdot \frac{dT_w}{dt} = \alpha \cdot (T_{r,e} - T_w) - \alpha_1 \cdot (T_{w,bh} - T_{bh}^{пов}) - q_{w,\Sigma}^{rad}, \quad (29)$$

де  $\rho_w, c_w, \delta_w$  – щільність, теплоємність та товщина стінки;  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі при зовнішньому ламінарному або турбулентному обтіканні,  $\alpha_1$  – коефіцієнт тепловіддачі в умовах теплової гравітаційної конвекції в бортовому відсіку;  $T_w, T_{w,bh}$  відповідно температура зовнішньої і внутрішньої поверхні стінки;  $T_{bh}^{пов}$  температура повітря всередині бортового відсіку,  $T_{r,e}$  температура відновлення, обчислена по параметрах на зовнішній границі прикордонного шару.

В зоні ламінарно-турбулентного переходу температура поверхні стінки льотного об'єкта може розраховуватися з урахуванням коефіцієнту переважаєності. В такому разі, у випадку нещільного заповнення простору всередині корпусу льотного об'єкта, рівняння балансу тепла для тонкої стінки записується для чисел Маха  $M_e > 1,0$  у вигляді [6, 7, 15].

$$\rho_w \cdot c_w \cdot \delta_w \cdot \frac{dT_w}{dt} = [\alpha_L \cdot (1 - \gamma) + \alpha_T \cdot \gamma] \cdot (T_{r,e} - T_w) - \alpha_1 \cdot (T_{w,bh} - T_{bh}^{возд}) - q_w^{rad}, \quad (30)$$

де  $\alpha_1$  – коефіцієнт тепловіддачі механізмом теплової гравітаційної конвекції від внутрішньої поверхні стінки;  $q_w^{rad}$  – щільність теплового потоку випромінювання в оточуюче середовище.

Якщо брати до уваги, що по розрахунковим даним [6, 7, 15] сумарний вплив теплового випромінювання та теплової гравітаційної конвекції на температуру стінки не перевершує  $1,5 \div 2\%$  при  $M_\infty \leq 2,0$ , то рівняння (30) можливо використовувати у вигляді

$$\rho_w \cdot c_w \cdot \delta_w \cdot \frac{dT_w}{dt} = [\alpha_L \cdot (1 - \gamma) + \alpha_T \cdot \gamma] \cdot (T_{r,e} - T_w), \quad (31)$$

де  $\alpha_L$  визначається залежностями (28), а  $\alpha_T$  – залежностями (26) та (27).

У випадку суцільного заповнення простору всередині корпусу льотного об'єкта щільною речовиною і короткочасного процесу аеродинамічного нагріву заповнююча речовина може розглядатися як теплоізолятор для тонкої стінки корпусу об'єкта і

рівняння балансу тепла для тонкої стінки також можуть записуватися у вигляді (31).

У випадку ламінарного надзвукового режиму течії рівняння (31) набуває вигляду

$$\rho_w \cdot c_w \cdot \delta_w \cdot \frac{dT_w}{dt} = \alpha_L \cdot (T_{r,e} - T_w). \quad (32)$$

При турбулентному режимі течії:

$$\rho_w \cdot c_w \cdot \delta_w \cdot \frac{dT_w}{dt} = \alpha_T \cdot (T_{r,e} - T_w). \quad (33)$$

При дозвуковій течії в прикордонному шарі ( $M_e > 1,0$ ) температура  $T_{r,e}$  змінюється на  $T_e$ .

У разі досягнення в точках обтічної поверхні чисел Рейнольдса початку ламінарно-турбулентного переходу  $Re_{tr}$  розрахунок локального коефіцієнту тертя в зоні переходу слід проводити за залежністю

$$\frac{C_f}{2} = \frac{C_{fL}}{2} \cdot (1 - \gamma) + \frac{C_{fT}}{2} \cdot \gamma, \quad (34)$$

де  $C_{fL}/2$  – локальний коефіцієнт тертя для ламінарного пограничного шару,  $C_{fT}/2$  – локальний коефіцієнт тертя для турбулентного прикордонного шару,  $\gamma$  – коефіцієнт переважаєності [25].

Коефіцієнт турбулентного тертя  $C_{fT}/2$  визначається по теорії Кутателадзе–Леонтьєва і залежностях (1) ÷ (3). Для коефіцієнту тертя у випадку ламінарної течії  $C_{fL}/2$  слід використовувати залежності (15) ÷ (16). Коефіцієнт переважаєності  $\gamma$  обчислюється з використання залежностей (18) ÷ (20). При цьому температуру обтічної стінки можна визначити шляхом чисельного інтегрування диференціальних рівнянь (31), (32) або (33).

В даній роботі необхідні для розрахунків опору тертя та аеродинамічного нагріву значення чисел Рейнольдса на початку ламінарно-турбулентного переходу бралися з результатів льотних експериментів на літаючих конусах [17] і на льотному аерофізичному комплексі «Облако» [6], представлених на рис. 1. Ці результати були апроксимовані в залежності від одиничних чисел Рейнольдса  $Re_1$  набігаючого потоку і приводяться на рис. 2 у вигляді ряду кривих другого порядку, кожна з яких є залежністю числа Рейнольдса початку ламінарно-турбулентного переходу  $Re_{tr}$  від числа Маха  $M_e$  на зовнішній границі прикордонного шару і відповідає певному значенню  $Re_1$  набігаючого потоку.



Перші дослідження, які були присвячені впливу одиничного числа Рейнольдса  $Re_1$  потоку на початок ламінарно-турбулентного переходу проведені Лауфером [32] в аеродинамічних трубах, в результаті яких було виявлено опосередкований вплив  $Re_1$  на початок переходу в результаті збільшення акустичних збурень потоку стінками труби при зменшенні  $Re_1$ . Аналогічні результати були отримані Пейтом і Шюлером в роботі [19].

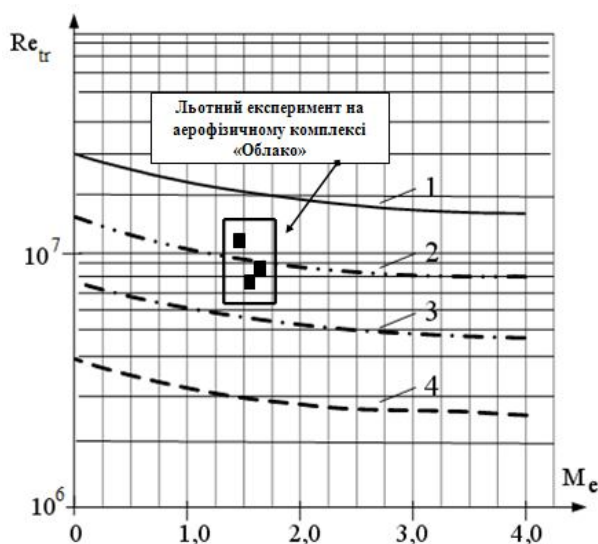


Рис. 2. Числа Рейнольдса початку переходу ламінарного прикордонного шару в турбулентний  $Re_{tr}$  в льотних умовах на вільних конусах [17] та на аерофізичному комплексі «Облако» [6] в залежності від числа Маха  $M_e$  на зовнішній границі прикордонного шару та одиничного числа Рейнольдса  $Re_1$  набігаючого потоку:  $Re_1 = 7,7 \cdot 10^7$  (1);  $2,79 \cdot 10^7$  (2);  $1,11 \cdot 10^7$  (3);  $4,3 \cdot 10^6$  (4)

Криві на рис. 2 показують зростання числа Рейнольдса початку переходу при зростанні одиничного числа Рейнольдса набігаючого потоку. Ця тенденція знаходиться у відповідності з результатами роботи [26], де в результаті проведених досліджень в аеродинамічних трубах виявлено зменшення довжини ламінарної ділянки та числа Рейнольдса початку перехідної області при зменшенні одиничного числа Рейнольдса  $Re_1$ , що пояснюється збільшенням акустичних збурень турбулентного пограничного шару на стінках труби при зменшенні одиничного числа Рейнольдса. Аналогічне явище впливу  $Re_1$  на початок ламінарно-турбулентного переходу спостерігалось і при дослідженнях, проведених під керівництвом Поттера на спеціально облаштованій балістичній трасі лабораторії ім. Кармана НДЦ ім. Арнольда (США). По результатах досліджень

стану прикордонного шару на поверхнях гострих конусів при їх відстрілі [35] робиться висновок, що причиною суттєвого впливу одиничного числа Рейнольдса  $Re_1$  на перехідні процеси в прикордонному шарі на поверхні конусів при їх вільному польоті є дрижання моделей, вплив якого при зменшенні одиничного Рейнольдса збільшується, в результаті чого спостерігається зменшення границі початку переходу.

На думку авторів даної статті, причинами впливу одиничного числа Рейнольдса на початок ламінарно-турбулентного переходу на реальних осесиметричних літальних апаратах типу реактивного снаряда є дрижання обтічної поверхні в результаті прецесійного руху снаряда, нестационарні процеси в донній області та робота двигуна, збурення від яких передаються вгору по потоку по дозвуковій частині турбулентного прикордонного шару.

На отриманих шляхом обробки результатів льотних експериментів (див. рис. 1) і представлених на рис. 2 кривих залежності числа Рейнольдса  $Re_{tr}$  початку ламінарно-турбулентного переходу можна бачити зменшення числа Рейнольдса початку переходу по мірі зростання числа Маха  $M_e$  на границі прикордонного шару до значень  $M_e \approx 3,5$ , що корелює з результатами лінійної теорії стійкості, згідно якої на плоскій пластині при  $M \approx 3,5$  має місце мінімум залежності  $Re_{tr} = f(M)$  [33].

В даній роботі розрахунки опору тертя і аеродинамічного нагріву проводилися на поверхні реактивного некерованого снаряда при його русі по розрахунковій траєкторії від старту до приземлення за допомогою спеціально розробленої обчислювальної програми з використанням чисельного інтегрування за часом системи рівнянь польоту снаряда на активній і пасивній ділянках траєкторії. Головна частина снаряда уявляла дотичне оживало радіусом  $R=2,928$  м і подовженням  $\lambda=5,0$ , що переходить в циліндричну частину діаметром  $d=0,122$  м. і довжиною  $L_2=1,2$  м. Дані по параметрам двигуна бралися з [50]. Старт снаряда моделювався з жорстких направляючих при куті нахилу  $\Theta=30^\circ$ . Швидкість снаряда після сходу з направляючих складала близько 50 м/с. Поверхня снаряда була поділена по довжині на ділянки шириною 0,01 м. В межах кожної ділянки параметри потоку на зовнішній границі прикордонного шару вважалися незмінними і розраховувалися на кожному кроці чисельного інтегрування за часом ( $h=0,05$  с) разом з параметрами траєкторії польоту. При розрахунках нагріву поверхні снаряда приймалася модель тонкої стінки при величині критерія Біо  $Bi \ll 1,0$  і відсутності теплообміну між ділянками. Товщина стінки складала 2 мм. Матеріал стінки-

сталь 1Х18Н9Т. Щільність матеріала стінки  $\rho_w=7850 \text{ кг/м}^3$ .

Обчислення параметрів на зовнішній границі прикордонного шару, необхідних для розрахунку тертя і нагріву на кожній ділянці траєкторії в межах кожної ділянки поверхні снаряда, відбувалося в такій послідовності. Спочатку за обчисленою шляхом чисельного інтегрування системи диференціальних рівнянь польоту снаряда висотою польоту, визначалися параметри набігаючого потоку повітря. Значення температури  $T_\infty$ , щільності  $\rho_\infty$  і тиски  $P_\infty$  набігаючого потоку бралися з запрограмованих таблиць стандартної атмосфери з урахуванням розрахункової висоти польоту об'єкта. Число Маха набігаючого потоку обчислювалось за залежністю [36, 37]

$$M_\infty = \frac{V_\infty}{20,05 \cdot \sqrt{T_\infty}} \quad (35)$$

При відомому числі Маха  $M_\infty$  зустрічного потоку по залежностям лінеаризованої теорії (10) при надзвуковому і (14) при дозвуковому набігаючому потоці розраховувалися значення коефіцієнту тиску  $\bar{p}$  на кожній ділянці поверхні снаряда по розподілу площі перетину снаряда  $S(x)$  вздовж його осі.

На рис. 3 наводяться результати розрахунку розподілу коефіцієнту тиску  $\bar{p}$  по поверхні снаряда, отримані розрахунком по лінеаризованій теорії і зафіксовані в точках траєкторії при відповідних числах Маха до-, транс- і надзвуковій швидкостей польоту. На рис. 4 показані розрахункові залежності тиску на зовнішній границі прикордонного шару від поздовжньої координати при дозвукових і надзвукових числах Маха  $M_\infty$  зустрічного потоку.

При знайденому  $\bar{p}$  статичний тиск в точці на границі прикордонного шару визначався відомою залежністю [36].

$$p_e = p_\infty \cdot \left(1 + 0,5 \cdot k \cdot \bar{p} \cdot M_\infty^2\right), \quad (36)$$

де  $p_\infty, M_\infty$  – статичний тиск та число Маха набігаючого потоку,  $k=1,4$  – показник адиабати.

В такому разі число Маха на зовнішній границі прикордонного шару, що входить до виразу (2) для відносного закону опору тертя  $\Psi_M$ , визначається ізоентропічним співвідношенням [36]:

$$M_e = \sqrt{\frac{2}{k-1} \cdot \left[ \left( \frac{p_0'}{p_e} \right)^{\frac{k-1}{k}} - 1 \right]}, \quad (37)$$

де  $p_0'$  – повний тиск (тиск гальмування) на зовнішній границі прикордонного шару. При дозвуковому обтіканні ( $M_\infty < 1$ )

$$p_0' = p_\infty \cdot \left(1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_\infty^2\right)^{\frac{k}{k-1}}. \quad (38)$$

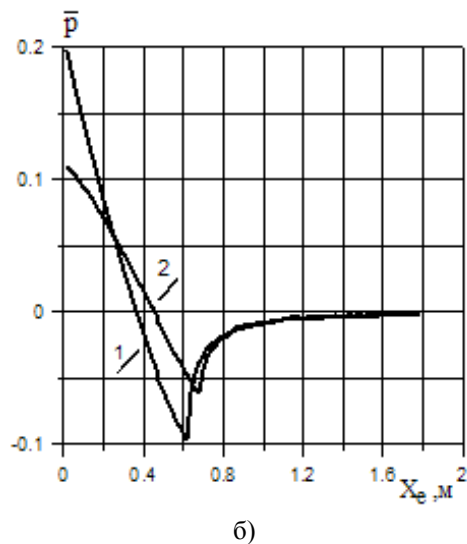
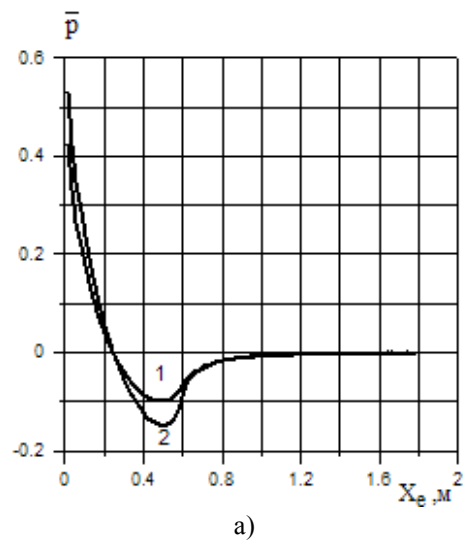
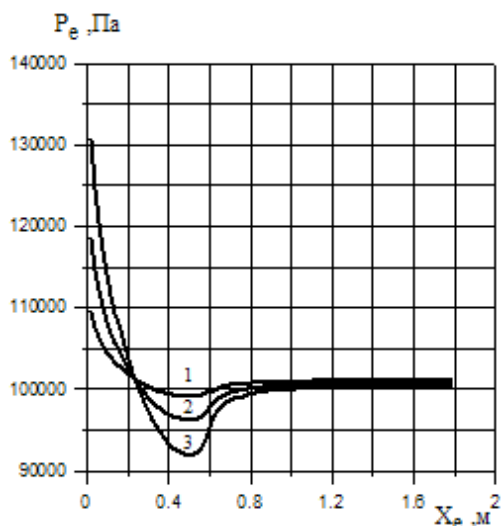
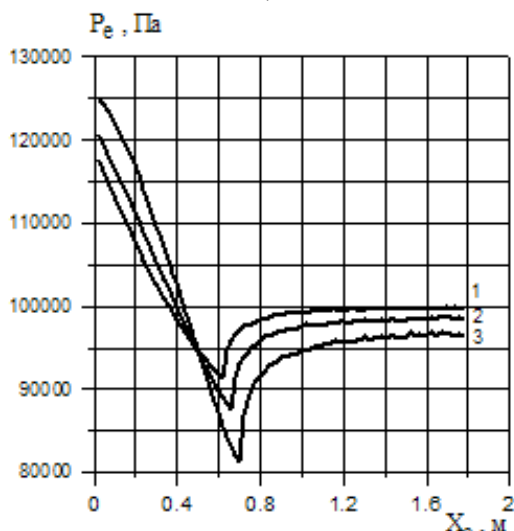


Рис. 3. Розрахункові залежності коефіцієнту тиску  $\bar{p}$  на зовнішній границі прикордонного шару від поздовжньої координати : а) 1 -  $M_\infty=0,5$  ; 2 -  $M_\infty=0,9$ ; б) 1 -  $M_\infty=1,1$  ; 2 -  $M_\infty=1,8$



а)



б)

Рис. 4. Розрахункові залежності тиску  $p_e$  на зовнішній границі прикордонного шару від поздовжньої координати : а) – 1 -  $M_\infty=0,5$ ; 2 -  $M_\infty=0,9$ ; б) – 1 -  $M_\infty=1,1$ ; 2 -  $M_\infty=1,5$ ; 3 -  $M_\infty=2,0$

При надзвуковому обтіканні ( $M_\infty > 1$ )

$$p_0 = p_\infty \cdot v \cdot \left( 1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_\infty^2 \right)^{\frac{k}{k-1}} \quad (39)$$

Коефіцієнт втрати повного тиску на стрибку ущільнень  $v$  при надзвуковому обтіканні визначається по залежностям для приєднаної головної ударної хвилі [36].

Щільність та температура гальмування зустрічного набігаючого потоку обчислювалися по ізентропічним співвідношенням [36, 38]:

$$\begin{aligned} \rho_0 &= \rho_\infty \cdot \left( 1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_\infty^2 \right)^{\frac{1}{k-1}} ; \\ T_0 &= T_\infty \cdot \left( 1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_\infty^2 \right), \end{aligned} \quad (40)$$

де  $M_\infty$  - число Маха набігаючого потоку;  $k=1,4$  – показник адиабати;  $T_\infty$  – температура пабігаючого потоку, значення якої беруться з таблиці стандартної атмосфери з урахуванням траєкторії польоту об'єкта.

При відомому числі Маха  $M_e$  на границі прикордонного шару щільність та температура на границі прикордонного шару обчислювались по ізентропічним співвідношенням [36, 38]

$$\begin{aligned} \rho_e &= \rho_0 \cdot v \cdot \left( 1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_e^2 \right)^{-\frac{1}{k-1}} ; \\ T_e &= \frac{T_0}{1 + \frac{k-1}{2} \cdot M_e^2}. \end{aligned} \quad (41)$$

Динамічний коефіцієнт в'язкості повітря на зовнішній границі прикордонного шару розраховувався за формулою Сезерленда [38]:

$$\mu_e = \mu_{00} \cdot \frac{T_{00} + 130,5}{T_e + 130,5} \cdot \left( \frac{T_e}{T_{00}} \right)^{1,5}, \quad (42)$$

де  $T_{00} = 273^0 \text{ K}$ ;  $\mu_{00} = 1,75 \cdot 10^{-5} \text{ Па} \cdot \text{с}$ .

Число Прандтля при розрахунках приймалося  $Pr=0,7$ . Теплоємність повітря складала  $C_p = 1006,1 \text{ Дж} / (\text{кг} \cdot \text{K})$  і вважалася незмінною по всій траєкторії польоту.

При відомих параметрах набігаючого потоку одиничне число Рейнольдса цього потоку  $\epsilon$

$$Re_1 = \frac{U_\infty \cdot \rho_\infty}{\mu_\infty} \quad (43)$$

По числу Маха  $M_\infty$  та одиничному числу Рейнольдса  $Re_1$  набігаючого потоку за допомогою запрограмованих кривих, отриманих на підставі [17] і наведених на рис. 2, визначалося число Рейнольдса початку переходу  $Re_{tr}$  в кожній розрахунковій точці траєкторії. Криві на рис. 2, що представляють результати льотних експериментів по визначенню числа Рейнольдса початку переходу від числа Маха

і відповідають певному значенню  $Re_1$ , були апроксимовані відповідними квадратичними залежностями  $Re_{tr} = f(M_e)$ . Розрахункові значення числа Рейнольдса переходу  $Re_{tr}$  знаходилися шляхом лінійної інтерполяції по одиничному числу Рейнольдса  $Re_1$  в межах двох сусідніх кривих.

Число Рейнольдса на зовнішній границі прикордонного шару

$$Re_{x,e} = \frac{u_e \cdot \rho_e \cdot X_e}{\mu_e}, \quad (44)$$

де  $u_e, \rho_e, \mu_e, X_e$  – швидкість, густина та коефіцієнти динамічної в'язкості повітря на зовнішній границі прикордонного шару,  $X_e$  – поздовжня координата елементарної ділянки поверхні снаряда.

При відомих в кожній розрахунковій точці траєкторії параметрах потоку на зовнішній границі прикордонного шару і числі Рейнольдса початку переходу  $Re_{tr}$  обчислення коефіцієнту тертя і температури поверхні в межах кожної елементарної ділянки поверхні снаряда відбувалося в залежності від виявленого шляхом порівняння  $Re_{x,e}$  і  $Re_{tr}$  режиму течії.

Якщо  $Re_{x,e} \leq Re_{tr}$ , то обчислення локального коефіцієнту тертя  $C_f/2$  проводилося з використанням залежностей (15), (16), а коефіцієнту тепловіддачі – по залежностям (28) для ламінарної течії, диференційне рівняння балансу тепла для тонкої стінки використовувалося у формі (32). Якщо  $Re_{x,e} > Re_{tr}$ , що означало втрату стійкості ламінарного прикордонного шару і перехід до турбулентного режиму течії, то для виявлення зони переходу проводилося обчислення коефіцієнту перемешаючої течії  $\gamma$  з використанням залежності (20).

При  $0 \leq \gamma \leq 1,0$  обчислення локального коефіцієнту тертя  $C_f/2$  проводилося з використанням залежностей (34), а диференційне рівняння балансу тепла використовувалося у формі (31). При  $\gamma = 1,0$  потік на обтічній поверхні турбулентний і обчислення локального коефіцієнту тертя  $C_f/2$  здійснювалося по залежностям (1)÷(3), диференційне рівняння балансу тепла мало форму (33). Диференційне рівняння балансу тепла, як і система рівнянь польоту снаряда, розв'язувалося чисельно методом Рунге-Кутта в межах кожної елементарної ділянки поверхні снаряда на кожному кроці інтегрування за часом.

Результати обчислень параметрів потоку на зовнішній границі прикордонного шару, значень локального коефіцієнту тертя та характерних температур

при польоті снаряда по розрахунковій траєкторії заносилися у відповідні масиви і надалі представлялися графічно. Зокрема, на рис. 5-6 наведені розрахункові залежності статичного тиску  $P_e$  і температури  $T_e$  на зовнішній границі прикордонного шару.

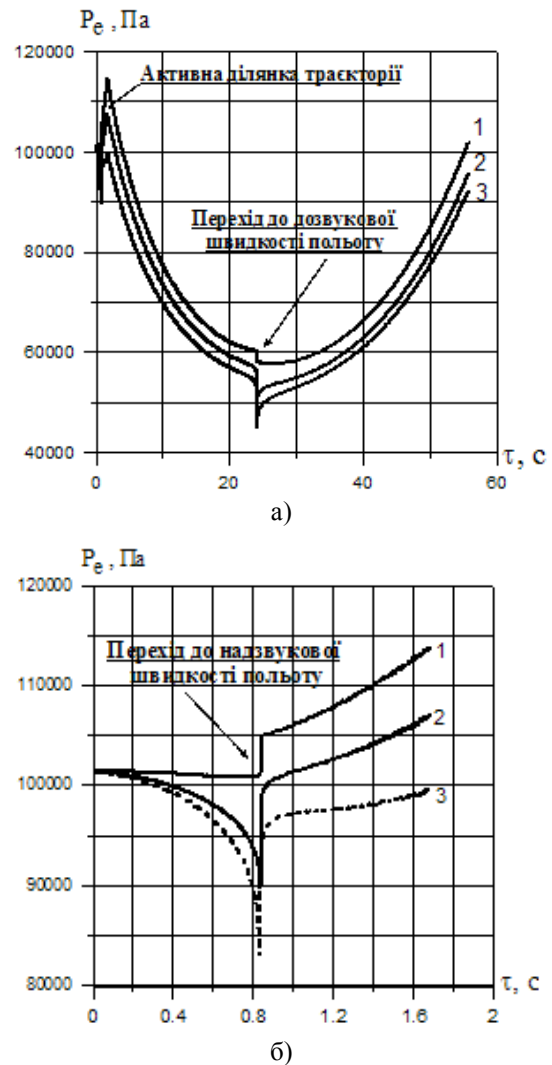


Рис. 5. Розрахункові залежності статичного тиску  $P_e$  на зовнішній границі прикордонного шару від часу  $\tau$  польоту снаряда (1- $X=240$  мм; 2-  $X=340$  мм; 3-  $X=440$  мм) : а) – в межах всієї траєкторії; б) – в межах активної ділянки траєкторії

Розриви на розрахункових графіках статичного тиску  $P_e$  і температури  $T_e$  пояснюються переходом від дозвукової до надзвукової швидкості польоту на активній ділянці траєкторії і від надзвукової до дозвукової швидкості на пасивній ділянці при розрахункових значеннях чисел Маха польоту  $M_\infty < 0$  і  $M_\infty > 0$ . З математичної точки зору вони є розривами в рішенні лінеаризованого диференційного рівняння (4) для потенціалу збурення швидкості потоку  $\phi'$  при дозвукових і надзвукових швидкостях. Але з

фізичної точки зору ці стрибки пояснюються порушенням безперервності параметрів потоку (швидкості, тиску, щільності, температури) на стрибку ущільнення в трансзвуковій зоні швидкості польоту і можуть вважатися прийнятними з ряду причин.

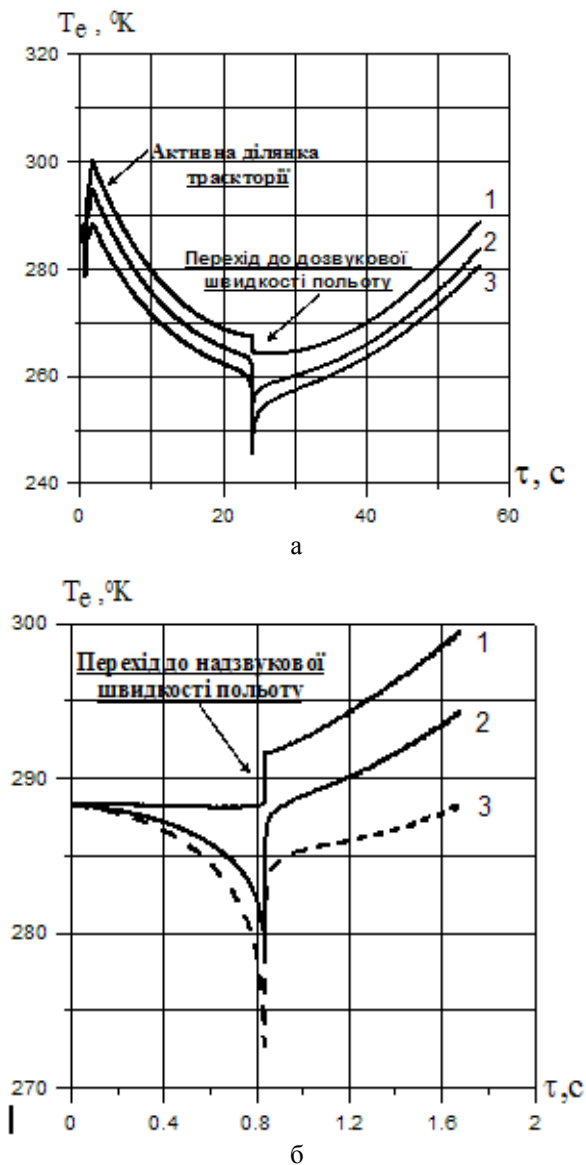


Рис. 6. Розрахункові залежності температури  $T_e$  на зовнішній границі прикордонного шару від часу  $\tau$  польоту снаряда (1- $X=240$  мм; 2-  $X=340$  мм; 3-  $X=440$  мм) : а – в межах всієї траєкторії; б – в межах активної ділянки траєкторії

По-перше, розриви, як і на стрибку ущільнення, спрямовані в напрямку збільшення значень тиску і температури при переході від дозвукової до надзвукової швидкості польоту і навпаки в напрямку зменшення при переході від надзвукової до дозвукової швидкості польоту. По-друге, порядок відносних змін величин тиску і температури на розривах

( $5 \div 10\%$ , див. рис. 5 та 6) має порядок розрахункових значень подібних відносних змін на стрибках ущільнення в трансзвуковій зоні швидкості польоту ( $M_\infty=1,1 \div 1,2$ ), наведених, наприклад, в [38]. Потрете, розрахункові значення тиску  $P_e$  на зовнішній границі прикордонного шару, обчислені за лінеаризованою теорією, використовуються не для знаходження сили опору тиску, а для врахування існуючого на відміну від плоскої пластини градієнту тиску на обтічній поверхні тіла обертання при розрахунках його опору тертя і аеродинамічного нагріву.

На рис. 7 наводяться розрахункові залежності коефіцієнту перемежаємості  $\gamma$  від часу польоту для трьох точок по довжині снаряда. З графіків видно, що в точці з координатою  $X=0,340$  м на протязі значної частини часу польоту снаряда по траєкторії відбуваються процеси реламінаризації та ламінарно-турбулентного переходу прикордонного шару. На рис. 8 надаються розрахункові залежності температури стінки  $T_w$  від часу польоту для тих самих точок. Найбільших значень температура  $T_w$  досягає в відміченій вище точці з координатою  $X = 0,340$  м.

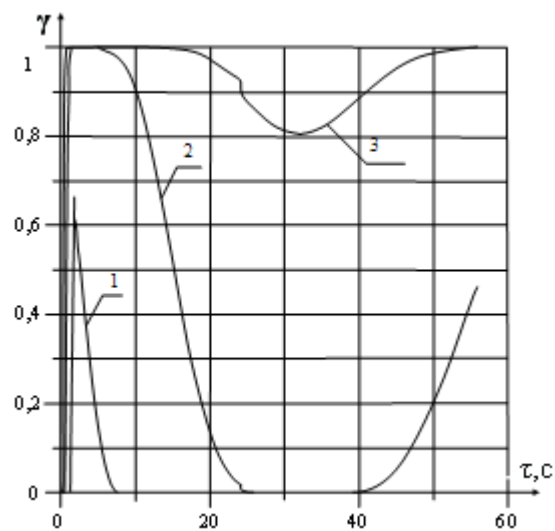


Рис. 7. Розрахункові залежності коефіцієнту перемежаємості  $\gamma$  від часу польоту снаряда по траєкторії (1- $X=240$  мм; 2-  $X=340$  мм; 3-  $X=440$  мм)

Важливо порівняти отримані розрахункові значення температури стінки снаряда з експериментальними значеннями температури стінки льотного аерофізичного комплексу «Облако», який має схожі геометричні параметри головної частини та льотні параметри ( $M_\infty \leq 2,0$ ,  $Re_{L,\infty} \leq 2 \times 10^7$ ,  $a \leq 40g$ ) і висоту польоту до  $H=4$  км в умовах працюючого двигуна РДТТ.



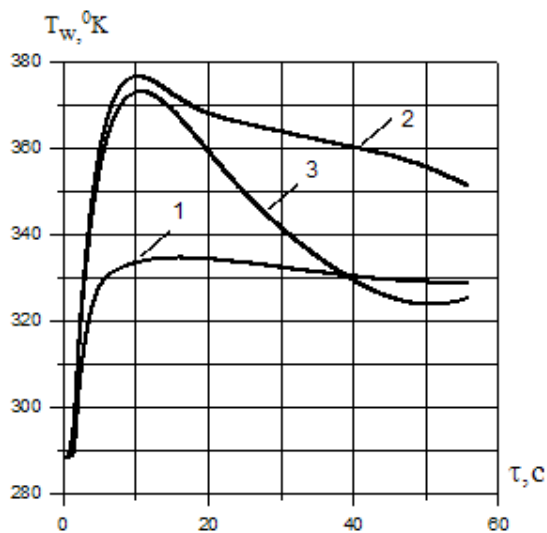


Рис. 8. Розрахункові залежності температури стінки  $T_w$  від часу  $\tau$  польоту (1- $X=240$  мм; 2-  $X=340$  мм; 3-  $X=440$  мм )

На рис. 9 приведено дані по температурі стінки комплексу «Облако» в точці з координатою  $X=0,4$  м при товщині стінки  $\delta_w=1$  мм, матеріал стінки сталь 1X18H9T. Порівняння цих даних з розрахунковою температурою стінки снаряда в точці 3, що має координату  $X=0,44$  м (див. рис. 8) при товщині стінки  $\delta_w=2$ мм, матеріал стінки сталь 1X18H9T, показує, що при однаковій зі снарядом початковій температурі стінки  $T_w=15^\circ\text{C}$  ( $288\text{ }^\circ\text{K}$ ) максимуми температури стінки комплексу «Облако» і снаряда приходяться приблизно на один і той же час польоту  $\tau \approx 10$  с.

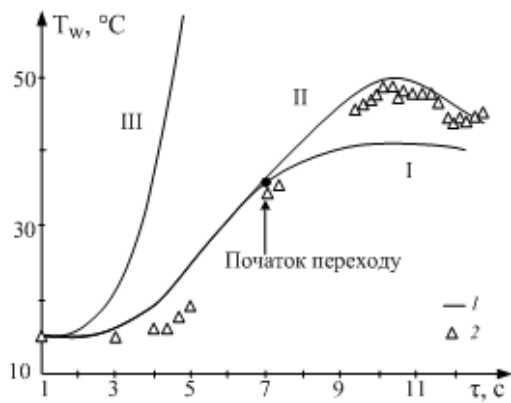


Рис. 9. Порівняння розрахункових і льотних даних по температурі стінки головної частини аерофізичного комплексу «Облако»: I – ламінарний прикордонний шар, II – перехідний режим в прикордонному шарі, III – турбулентний прикордонний шар ( $X = 0,4$  м;  $\delta_w = 1$  мм; матеріал 1X18H9T, 1 – розрахунок, 2 – льотний експеримент)

Збільшення температури стінки снаряда в порівнянні з температурою стінки комплексу «Облако» пояснюється тим, що снаряд при розрахунковому польоті знаходився в більш щільних шарах атмосфери ніж «Облако». В свою чергу це пов'язано з тим, що старт снаряда моделювався з жорстких направляючих при куті нахилу  $\Theta=30^\circ$ , а кут нахилу направляючих комплексу «Облако» складав  $\Theta \approx 70^\circ$ . Крім цього розрахункова максимальна висота польоту снаряда  $H=2950$  м, що значно менше ніж у комплексу «Облако» ( $H \approx 4000$  м).

Якщо звернутися до робіт, присвячених втраті стійкості надзвуковим ламінарним прикордонним шаром [14, 24, 39, 40], та порівняти їх результати з розрахунковими даними по температурному фактору  $\psi = T_w / T_e$ , отриманими в даній роботі, то можна дати оцінку дестабілізуючого впливу аеродинамічного нагріву на можливість ламінарно-турбулентного переходу і реламінаризації на поверхні снаряда.

Зокрема, на рис. 10 наводяться розрахункові криві стабілізації прикордонного шару С. А. Гапонова і А. А. Маслова [39], позначені римськими цифрами I і II, які відокремлюють розрахункову зону повної стабілізації прикордонного шару праворуч від кривих I і II від зони можливої втрати стійкості ламінарним прикордонним шаром ліворуч від кривих I і II, і відповідають умовам по числах Маха  $M_e$  на зовнішній границі прикордонного шару та по температурному фактору  $\psi = T_w / T_e$  на обтічній поверхні. Також на рис. 10 показано у вигляді заштрихованої плями позначену цифрою 5 розрахункову зону, яка включає в себе зону досліджень ламінарно-турбулентного переходу на головній частині льотного аерофізичного комплексу «Облако» [6].

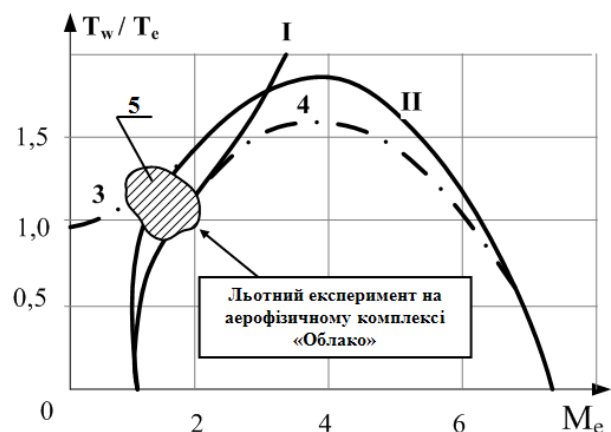


Рис. 10. Криві стабілізації надзвукового ламінарного прикордонного шару [39]

На рис. 11 представлено отримані в даній роботі розрахункові криві залежності відношення

температур  $T_w/T_e$  від числа Маха  $M_e$  на зовнішній границі прикордонного шару для трьох точок по довжині снаряда з нанесеними кривими стабілізації прикордонного шару по Гапонову-Маслову з рис. 10 [39], які позначені на рис. 11 римськими цифрами. Переважна частина розрахункових кривих залежностей відношення температур  $T_w/T_e$  від числа Маха  $M_e$  на рис. 11 знаходиться ліворуч від кривих повної стабілізації та на границі з ними, тобто в зоні можливої втрати стійкості ламінарного прикордонного шару при реалізованих в польоті числах Маха. Цей результат корелює з результатами обчислення залежностей коефіцієнту перемешуваності  $\gamma$  від числа Маха  $M_e$  на зовнішній границі прикордонного шару для тих самих трьох точок по довжині снаряда, наведеними на рис. 12.

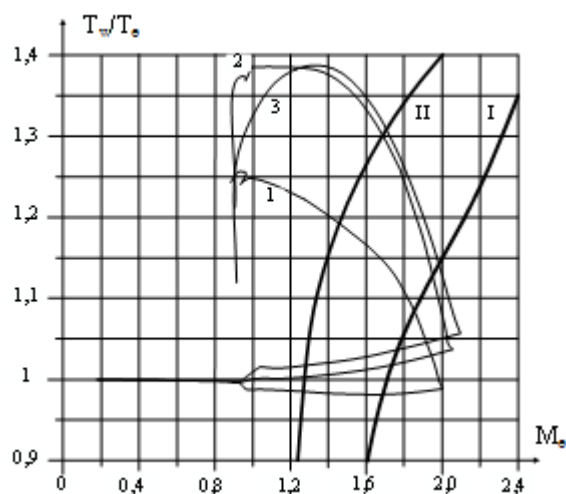


Рис. 11. Розрахункові залежності відношення температур  $\psi = T_w / T_e$  від числа Маха  $M_e$  на зовнішній границі прикордонного шару (1- $X=240$  мм; 2-  $X=340$  мм; 3-  $X=440$  мм)

З порівняльного аналізу даних на рис. 11 та 12 видно, що зона чисел Маха  $M_e$  на зовнішній границі прикордонного шару, де існують значні зміни значень коефіцієнту перемешуваності  $\gamma$ , що відповідають перехідному і розвинутому турбулентному режиму течії в прикордонному шарі, в більшості знаходиться за межами розрахункової зони повної стабілізації та на її границі.

Проведеними розрахунками встановлено наявність реверса ламінарно-турбулентного переходу на обтічній поверхні снаряда при русі його по траєкторії (див. рис. 12). Зокрема, з кривою 2 сімейства кривих на рис. 12,а та на рис. 12,б видно, що по мірі зростання числа  $M_e$ , пов'язаного зі зростанням швидкості польоту снаряда на активній ділянці траєкторії, в точці обтічної поверхні з поздовжньою координатою  $X=0,340$  м спочатку формується ламінар-

ний прикордонний шар. Потім при  $M_e \approx 0,7$  починається перехід до турбулентного режиму течії, який завершується при  $M_e \approx 1,5$ .

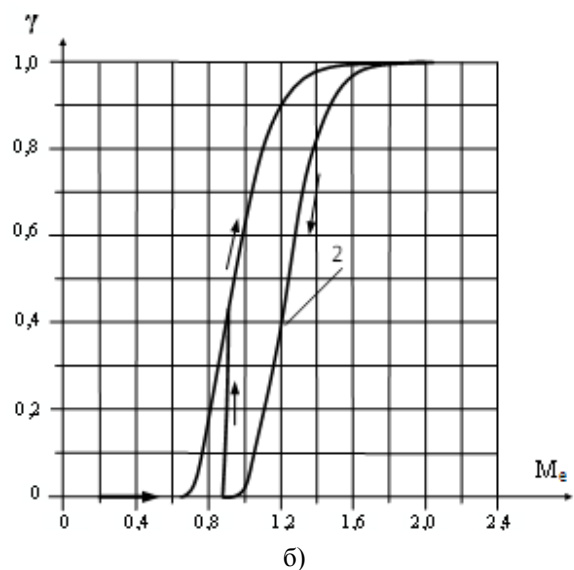
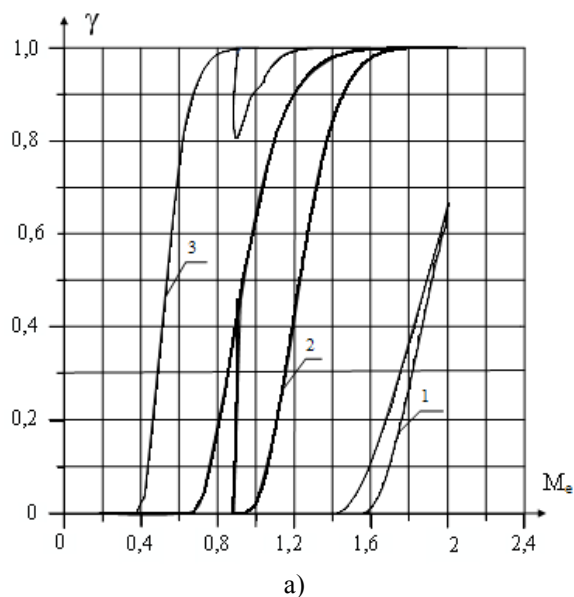


Рис. 12. Розрахункові залежності коефіцієнту перемешуваності  $\gamma$  від числа Маха  $M_e$  на зовнішній границі прикордонного шару при польоті снаряда по траєкторії: а) – 1- $X=240$  мм, 2-  $X=340$  мм, 3-  $X=440$  мм; б) 2-  $X=340$  мм

При подальшому зростанні числа  $M_e$ , пов'язаного зі зростанням швидкості польоту снаряда на активній ділянці траєкторії і підйомом снаряда на більшу висоту, турбулентний режим зберігається до значень  $M_e \approx 2,1$ . Після цього число Маха  $M_e$  починає зменшуватись, що пояснюється падінням швидкості снаряда на висхідній ділянці траєкторії в зв'язку з завершенням активної ділянки і збільшенням щільності повітря на спадній ділянці траєкторії.

При падінні числа Маха  $M_e$  в межах  $M_e \approx 2,1 \div 1,8$  в точці обтічної поверхні з поздовжньою координатою  $X=0,340$  м зберігається турбулентний прикордонний шар, при подальшому зменшенні  $M_e$  починається реламінаризація турбулентного прикордонного шару, яка завершується при  $M_e \approx 0,9$  ламінаризацією (див. рис. 7, крива 2; див. рис. 12,б, крива 2). В подальшому, починаючи з 40-ї секунди польоту, число Маха  $M_e$  на зовнішній границі прикордонного шару починає зростати за рахунок зростання швидкості польоту снаряда на завершальній ділянці траєкторії. Це призводить до появи реверса ламінарно-турбулентного переходу, тобто його повторного виникнення (рис. 12,б, крива 2).

Слід вказати на часові інтервали згаданих станів прикордонного шару на прикладі точки обтічної поверхні снаряда з поздовжньою координатою  $X=0,340$  м (див. рис. 7). Початковий ламінарний прикордонний шар зберігається на протязі перших 0,45 с активної ділянки траєкторії польоту. Перехідний стан продовжується від 0,45 с і до 1,5 с польоту. Турбулентний стан настає після 1,5 с і продовжується до 4,5 с польоту. Стан реламінаризації займає біля 20 секунд і завершується на 25-й секунді польоту ламінаризацією. Реверс ламінарно-турбулентного переходу настає після 40-ї секунди польоту (див. рис. 7, крива 2; див. рис. 12,б, крива 2) і продовжується до  $\tau \approx 55,8$  с кінця польоту. Експериментальні дані по реверсу переходу приведені в [39].

На рис. 13 наводяться розрахункові значення локального коефіцієнту тертя  $C_f$  по довжині поверхні снаряда для різних чисел Маха  $M_\infty$ , обчислені при розрахунковому польоті снаряда по траєкторії з урахуванням існуючих ефектів неізотермічності, стисливості, ламінарно-турбулентного переходу і реламінаризації в прикордонному шарі на обтічній поверхні снаряда.

З метою перевірки результатів розрахунку локального коефіцієнту тертя  $C_f$  проведено їх чисельний аналіз. Для цього було визначено розрахунковий розподіл чисел Рейнольдса  $Re_{e,x}$  (рис. 14) і чисел Маха  $M_e$  (рис. 15) на зовнішній границі прикордонного шару при числі Маха  $M_\infty=1,8$  (точне розрахункове значення  $M_\infty=1,805$ ) і одиничному числі Рейнольдса  $Re_1=4,05 \cdot 10^7$  зустрічного потоку. Розрахункове значення числа Рейнольдса на початку ламінарно-турбулентного переходу, визначене по даних льотного експерименту (див. рис. 2), склало  $Re_{tr}=1,03 \cdot 10^7$ . Розрахункове значення числа Маха, при якому прикордонний шар повністю переходить до турбулентного стану ( $Re_e > Re_{кр}$ ), становило

$M_e=1,76$  (рис. 16) в точці з поздовжньою координатою  $X_e=0,328$  м.

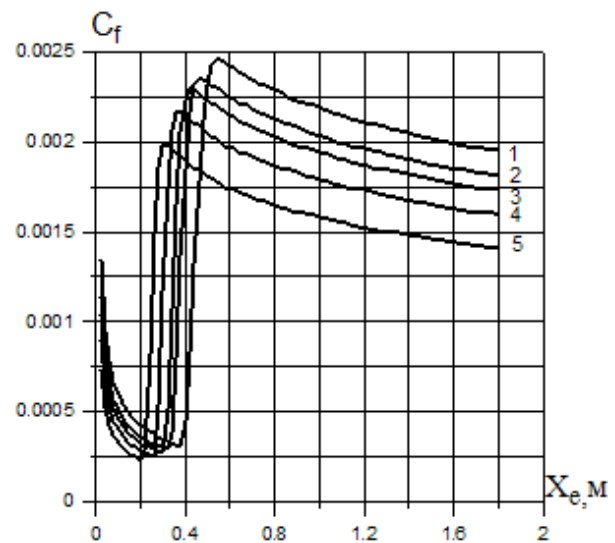


Рис. 13. Розрахункові залежності локального коефіцієнту тертя  $C_f$  по довжині поверхні снаряда для різних польотних чисел Маха  $M_\infty$  (1- $M_\infty=0,5$ ; 2- $M_\infty=0,7$ ; 3- $M_\infty=0,9$ ; 4-  $M_\infty=1,2$ ; 5-  $M_\infty=1,8$ )

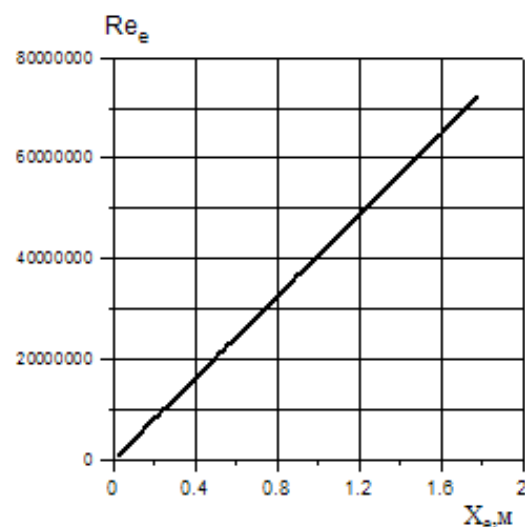


Рис. 14. Розподіл по довжині снаряда розрахункових значень числа Рейнольдса  $Re_e$  на зовнішній границі прикордонного шару при  $M_\infty=1,8$  (точне розрахункове значення  $M_\infty=1,807$ )

На рис. 17 представлено розрахункові значення відносного закону тертя  $\Psi = (\Psi_M \cdot \Psi_t)_{Re}^{**}$  [4] в точках поверхні снаряда, для яких  $Re_e > Re_{кр}$ , в залежності від числа Маха  $M_e$  на зовнішній границі прикордонного шару.  $\Psi_M$  і  $\Psi_t$  – відносні закони опору тертя, що враховують відповідно стисливість та неізотермічність в прикордонному шарі [4] і обчислюються за залежністю (2). Крива 1 отримана з



урахуванням виключно стисливості ( $\Psi_t = 1,0$ ) і відповідає граничній формулі (4.1.4) в [4] для ізотермічного прикордонного шару.

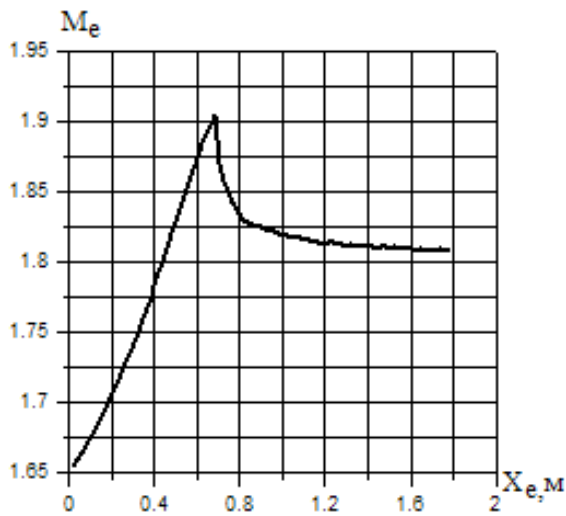


Рис. 15. Розподіл по довжині снаряда розрахункових значень числа Маха на зовнішній границі прикордонного шару  $M_e$  при  $M_\infty=1,8$  (точно розрахункове значення  $M_\infty=1,805$ )

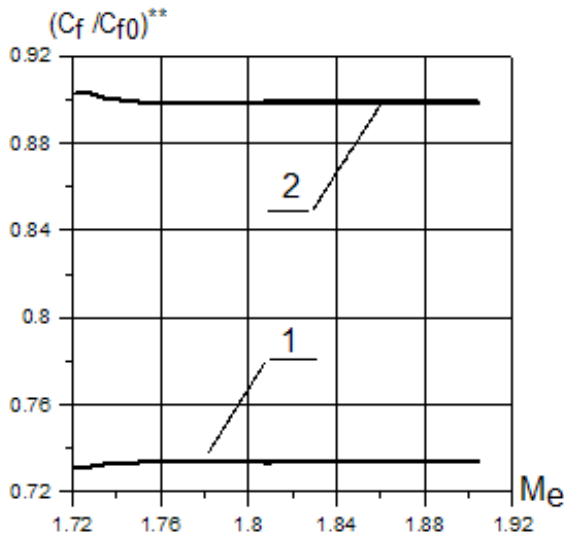


Рис. 16. Розрахункові залежності відносного закону тертя  $\Psi = (C_f/C_{f0})_{Re^{**}}$  від числа Маха  $M_e$  на зовнішній границі прикордонного шару при  $M_\infty=1,8$ : 1- квазіізотермічний турбулентний прикордонний шар ( $\Psi_t = 1,0$ ); 2- неізотермічний турбулентний прикордонний шар ( $\Psi_t \neq 1,0$ )

Розрахункова крива 2 визначає відносний закон тертя для стискаемого неізотермічного прикордонного шару, що існує на обтічній поверхні снаряда. При обчисленні залежностей 1 і 2 враховано

зв'язок між відносними законами тертя, визначеними по числах Рейнольдса від поздовжньої координати і по числах Рейнольдса від товщини втрати імпульсу у вигляді [4]:

$$\Psi = (\Psi_M \cdot \Psi_t)_{Re_x}^{m+1} \quad \text{або} \quad \Psi = (C_f/C_{f0})_{Re_x}^{m+1} \quad (46)$$

де  $m = 2n/(n+1)$ ,  $n = 1/7$ .

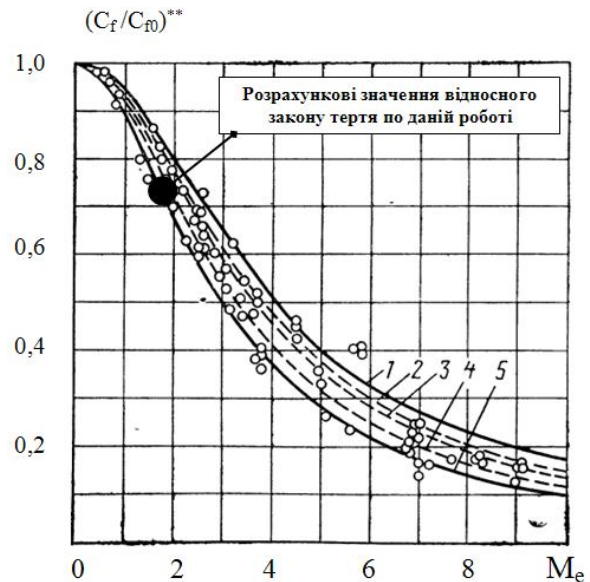


Рис. 17. Вплив стискаємості повітря на відносний закон тертя турбулентного квазіізотермічного прикордонного шару [4]: 1 –  $Re^{**}=10^3$ ; 2 –  $Re^{**}=4 \cdot 10^3$ ; 3 –  $Re^{**}=1,4 \cdot 10^4$ ; 4 –  $Re^{**}=10^6$ ; 5 –  $Re^{**}=\infty$ ; точками представлено експериментальні дані

Розрахункові значення відносного закону тертя для стискаемого і умовно ізотермічного прикордонного шару, обчислені за залежністю (46) при  $\Psi_t = 1,0$  і представлені кривою 1, були співставлені (див. рис. 17) з відносним законом тертя для стискаемого квазіізотермічного прикордонного шару на теплоізолюваній поверхні [4, ф. 4.1.4, рис. 7.2]. Місце отриманих розрахункових значень на рис. 17 показано у вигляді чорної плями і свідчить про добре співпадання відносного закону тертя на обтічній поверхні снаряда з експериментальними даними [4].

Знайдені значення подвоєнного локального коефіцієнту тертя  $C_f$  можуть бути використані для обчислення сумарної поздовжньої сили тертя, що діє на тіло обертання при польоті (рис. 18):

$$F_{тр} = \int_{(S_{бок})} \tau_0 \cdot \cos \beta \cdot dS_{бок} = C_{xf} \cdot q \cdot S_{mid} \quad (45)$$

де  $\tau_0$  – дотичне напруження на поверхні тіла,  $q = (\rho_\infty \cdot V_\infty^2)/2$  – швидкісний напір зустрічного потоку,  $\beta$  – кут між дотичною до поверхні снаряда і його віссю,  $S_{mid}, r_{mid}$  – площа та радіус міделевого перетину тіла обертання. В такому разі коефіцієнт аеродинамічної поздовжньої сили опору тертя тіла обертання

$$C_{xf} = 1/S_{mid} \cdot \int_{S_{бок}} C_f \cdot \cos \beta \cdot dS_{бок} \quad (46)$$

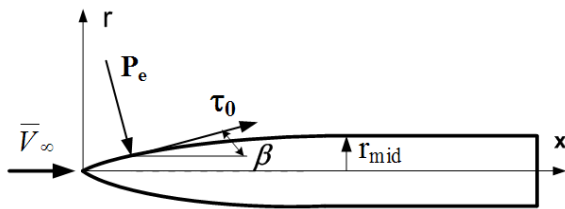


Рис. 18. Складові тиску і дотичного напруження на поверхні тіла обертання

Так, як  $dS_{бок} = 2\pi r \cdot dl = 2\pi r \cdot \frac{dx}{\cos \beta}$ , то

$$C_{xf} = \frac{2}{r_{mid}^2} \int_0^L C_f \cdot r \cdot dx \quad (47)$$

На рис. 19 графічно представлена розрахункова залежність коефіцієнту опору тертя снаряда  $C_{xf}$  від числа Маха  $M_\infty$ , отримана при розрахунковому польоті снаряда в межах активної ділянки траєкторії.

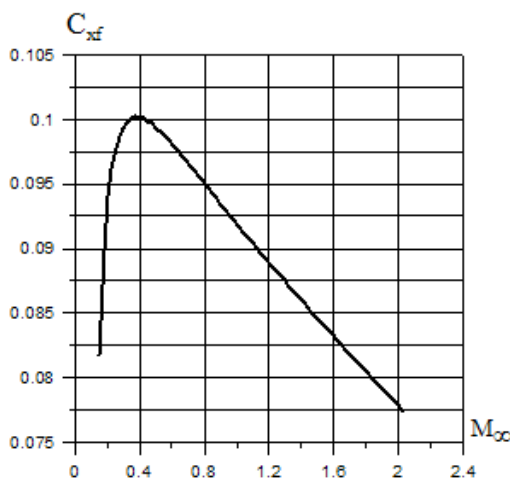


Рис. 19. Залежність коефіцієнту опору тертя снаряда  $C_{xf}$  від числа Маха  $M_\infty$  польоту

Отримані в даній роботі результати свідчать про можливість комплексного застосування теорії турбулентних плям Емонса при розрахунках теплообміну та тертя на поверхні надзвукових осесиметричних об'єктів типу реактивного некерованого снаряда в діапазоні до-, транс- і надзвукових швидкостей польоту при наявності неізотермічності, стисливості, ламінарно-турбулентного переходу та реламінаризації від моменту старту і до приземлення з використанням асимптотичної теорії пристінного турбулентного шару С. С. Кутателадзе і А. І. Леонтьєва в поєднанні з результатами лінеаризованої теорії обтікання тіл обертання та даних по числах Рейнольдса початку ламінарно-турбулентного переходу, отриманих в результаті льотних експериментів [17, 41].

### Висновки

1. Розроблено комплексний метод розрахунку аеродинамічного тертя і нагріву на поверхнях осесиметричних тіл обертання типу реактивного некерованого снаряда в польоті по траєкторії від моменту старту і до приземлення в межах до-, транс- і надзвукових швидкостей польоту, що відповідають числам Маха  $M_\infty \leq 3,0$ , з урахуванням ефектів неізотермічності, стисливості, ламінарно-турбулентного переходу та реламінаризації.

2. Розроблений метод засновано на використанні асимптотичної теорії турбулентного прикордонного шару С. С. Кутателадзе і А. І. Леонтьєва, співвідношень для ламінарного прикордонного шару та кривих стійкості ламінарного прикордонного шару в поєднанні з результатами лінеаризованої теорії обтікання тіл обертання, теорії турбулентних плям Емонса перехідного прикордонного шару та даних по числах Рейнольдса початку ламінарно-турбулентного переходу і реламінаризації, отриманих в результаті льотних експериментів [6, 15 ÷ 17, 41].

3. Лінеаризована теорія розрахунків обтікання порівняно тонких тіл обертання може бути використана для обчислення параметрів на зовнішній границі прикордонного шару осесиметричних тіл обертання типу реактивного некерованого снаряда в межах до-, транс- і надзвукових швидкостей польоту з метою врахування поздовжнього градієнту тиску при розрахунках опору тертя і аеродинамічного нагріву.

4. На підставі проведених розрахунків параметрів потоку на обтічній поверхні снаряда при польоті по траєкторії від моменту старту і до приземлення в межах до-, транс- і надзвукових швидкостей польоту з використанням граничних чисел ламінар-

но-турбулентного переходу, отриманих в льотних експериментах, встановлено, що обтікання значної частини поверхні снаряда відбувається в умовах ламінарно-турбулентного переходу і реламінаризації, які займають суттєву частку загального часу польоту. Встановлено наявність реверса ламінарно-турбулентного переходу (див. рис. 11) після 40-ї секунди польоту снаряда.

5. Аналіз розрахункових значень температури на поверхні головної частини реактивного снаряда при польоті по розрахунковій траєкторії показав, що за відносно короткий проміжок часу відбувається аеродинамічний нагрів поверхні, який суттєво впливає на аеродинамічний опір тертя шляхом неізотермічності в пристінному прикордонному шарі.

6. Як підтверджено розрахунками температури поверхні головної частини снаряда на траєкторії його польоту при наявності металеві стінки обтічної поверхні товщиною  $\delta \cong 1 \div 4$  мм, виготовленої з нержавіючої сталі, для розрахунку температури стінки можливо використовувати модель тонкої стінки, що описується одним нелінійним диференціальним рівнянням балансу тепла на стінці при значенні критерія Біо  $Bi \leq 10^{-2}$ , що відповідає льотним даним і розрахункам [6, 15, 21, 29, 34].

7. Приведений в даній статті комплексний метод розрахунку опору тертя і теплообміну до-, транс- і надзвукових об'єктів в умовах польоту по траєкторії при числах Маха  $M_\infty = 3,0$ , Рейнольдса  $Re_{L,\infty} \leq 10^7$  є подальшим розвитком наукового напрямку авторів, представленою в їх роботах [6, 15, 21, 29, 34], а також [41÷45] і [46÷49].

## Література

1. Авдеевский, В. С. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической технике [Текст] / В. С. Авдеевский, Б. М. Галицкий, Г. А. Глебов. – М. : Машиностроение, 1975. – 362 с.
2. Кутателадзе, С. С. Основы теории теплообмена [Текст] / С. С. Кутателадзе. – М. : Атомиздат. – 1979. – 416 с.
3. Теория теплообмена [Текст] / А. И. Леонтьев и др. – М. : Высшая школа. – 1979. – 495 с.
4. Кутателадзе, С. С. Теплообмен и трение в турбулентном пограничном слое [Текст] / С. С. Кутателадзе, А. И. Леонтьев. – М. : Энергия, 1985. – 319 с.
5. Краснов, Н. Ф. Аэродинамика. Часть II. Методы аэродинамического расчета [Текст] / Н. Ф. Краснов. – М. : Высшая школа. – 1980. – 416 с.
6. Леонтьев, А. И. Ламинарно-турбулентный переход в сверхзвуковых пограничных слоях на летном осесимметричном аэрофизическом комплексе и на модели в сверхзвуковой трубе при наличии теплообмена и отсоса воздуха [Текст] / А. И. Леонтьев, А. М. Павлюченко // Теплофизика высоких температур. – 2008. – Т. 46, № 4. – С. 596-622.
7. Павлюченко, А. М. Численный метод обработки летного теплового эксперимента на метеоракете типа "Облако" с учетом теории турбулентных пятен Эммонса [Текст] / А. М. Павлюченко, Е. М. Максимова // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. – 1983. – Вып. 2, № 8. – С. 27-35.
8. Решетко, Э. Устойчивость ламинарного пограничного слоя и его переход в турбулентный [Текст] / Э. Решетко // Вихревые движения жидкости – М. : Мир. – 1979. – 11 с.
9. Кендолл, Дж. М. Экспериментальное исследование процесса перехода к турбулентному режиму в сверхзвуковом и гиперзвуковом пограничных слоях [Текст] / Дж. М. Кендолл // Ракетная техника и космонавтика. – 1975. – Т. 13, № 3. – С. 47.
10. Emmons, H. W. The Laminar-Turbulent Transition in a Boundary Layer [Text] / H. W. Emmons // Part I. Journal of the Aeronautical Science. – 1951. – V. 18, № 6. – P. 490.
11. Emmons, H. W. The Laminar-Turbulent Transition in a Boundary Layer / H. W. Emmons, A. E. Bryson // Proc. Ist. U. S. Nat. Conf. Theor. and Appl. Mech. Amer. Soc. Mech. Eng. – № 4 – 1951. – P. 859.
12. Chen, K. K. Extension of Emmons Spot Theory to flow on Blunt Bodies [Text] / K. K. Chen, N. A. Thyson // AIAA Journ. – 1971. – V. 9, № 5. – P. 821.
13. Elder, I. An Experimental Investigation of Turbulent Spots and Breakdown to Turbulence [Text] / I. Elder // Journal Fluid Mech. – 1960. – V. 9. – С. 253.
14. Шлихтинг, Г. Возникновение турбулентности [Текст] / Г. Шлихтинг. – М. : Изд. иностр. литературы. – 1962. – 201 с.
15. Леонтьев, А. И. К обобщению модели турбулентных пятен Эммонса для области ламинарно-турбулентного перехода при наличии тепло-и массообмена в летных и наземных условиях [Текст] / А. И. Леонтьев, А. М., Павлюченко // Теплофизика и аэромеханика. – 1997. – Т. 4, № 4. – С. 353.
16. Bercowitz, A. M. Boundary Layer Transition Flight Test Observations [Text] / A. M. Bercowitz, C. L. Kyrriss, A. Martelluci // AIAA Paper 77-125. – 1977. – P. 41.
17. Beckwith, I. E. A Survey of NASA Langley studies on high-speed transition and the quiet tunnel [Text] / I. E. Beckwith, M. H. Bertram // NASA-TM-X-2566. – 1972. – P. 67.
18. Курбацкий, А. Ф. Моделирование нелокального переноса импульса и тепла [Текст] / А. Ф. Курбацкий. – Новосибирск : Изд-во «Наука», 1988. – 240 с.

19. Пейт, С. Р. Влияние излучения аэродинамического шума на переход в сверхзвуковых и гиперзвуковых аэродинамических трубах [Текст] / С. Р. Пейт, С. Дж. Шюлер // Ракетная техника и космонавтика. – 1969. – Т. 7, № 3. – С. 80.
20. Narasimha, R. Transitional intermittency in boundary layer subjected to pressure gradient [Text] / R. Narasimha, K. J. Devasia, G. Guriani, M. A. Badri Narayanan // Report 84 FM2. – Bangalore, India. – 1984. – 16 p.
21. Максимова, Е. М. Сравнение расчетных и летных данных по теплообмену для осесимметричных тел, движущихся по траектории при  $M_\infty \leq 5,0$  [Текст] / Е. М. Максимова, А. М. Павлюченко // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. – 1982. – Вып. 3, № 13. – С. 40-53.
22. Черный, Г. Г. Газовая динамика [Текст] / Г. Г. Черный. – М.: Наука. Гл. Ред.. физ.-мат. лит. – 1988. – 424 с.
23. Гапонов, С. А. Эффективность инвариантного градиентного критерия устойчивости для натуральных условий обтекания осесимметричных тел в зонах начала перехода и реламинизации [Текст] / С. А. Гапонов, А. М. Павлюченко, А. Н. Попков // ПМТФ. – 1999. – Т. 40. – №1. – С. 89-100.
24. Van Driest, E. R. Calculation the Stability of the Laminar Boundary Layer in Compressible Fluid on a Flat Plate with Heat Transfer [Text] / E. R. Van Driest // Journ. Aero. Sci. – 1952. – V. 19. – P. 71.
25. Шлихтинг, Г. Теория пограничного слоя [Текст] / Г. Шлихтинг. – М.: Наука. – 1969. – 742 с.
26. Струминский, В. В. Экспериментальное исследование перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный при сверхзвуковых скоростях / В. В. Струминский, А. М. Харитонов, В. В. Черных [Текст] // Изв. АН СССР. МЖГ. – 1972. – №2. – С. 30.
27. Штейнхер, Дж. Замечания о масштабных эффектах [Текст] / Дж. Штейнхер // Переводы ОНТИ ЦАГИ. – № 543. – 1980. – С. 23.
28. Блэкуэлл, Дж. Масштабные эффекты на сверхкритических профилях [Текст] / Дж. Блэкуэлл // Переводы ОНТИ ЦАГИ. – № 572. – 1980. – С. 24.
29. Леонтьев, А. И. К проблеме реламинизации сверхзвуковых турбулентных пограничных слоев на осесимметричных телах в летных условиях при наличии теплообмена [Текст] / А. И. Леонтьев, А. М. Павлюченко // Теплофизика высоких температур. – 2004. – Т. 42, № 5. – С. 725 – 739.
30. Гендерсон, А. Переход ламинарного пограничного слоя в турбулентный [Текст] / А. Гендерсон // Современные проблемы газовой динамики. – М.: Мир, 1971. – 88 с.
31. Снодграсс, Р. Б. Полетные испытания по определению аэродинамического нагрева и точки перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный на носовой конической части ракеты “Викинг-10” [Текст] / Р. Б. Снодграсс // Вопросы ракетной техники. – 1957. – № 1. – С. 28-39.
32. Laufer, J. Aerodynamic noise in supersonic wind tunnels [Text] / J. Laufer // Journal of the Aeronautical Science. – 1961. – vol. 28, № 2. – P. 25-29.
33. Яненко, Н. Н. Инвариантные критерии устойчивости течений сжимаемой жидкости [Текст] / Н. Н. Яненко, С. А. Гапонов // Докл. АН СССР. – 1981. – Т. 259, № 5. – С. 1056-1059.
34. Павлюченко, А. М. Вопросы перехода и ламинаризации в сверхзвуковых пограничных слоях в летных условиях [Текст] / А. М. Павлюченко, Е. М. Максимова // Препринт № 2-85. – Новосибирск: Ин-т теор. и прикл. механики СО РАН, 1985. – 32 с.
35. Potter, J. L. Boundary layer transition supersonic cones in aerobalistic range [Text] / J. L. Potter // AIAA Journal. – 1975. – № 3. – P. 15-19.
36. Краснов, Н. Ф. Аэродинамика. Часть I. Основы теории. Аэродинамика профиля и крыла [Текст] / Н. Ф. Краснов. – М.: Высшая школа, 1978. – 416 с.
37. Абрамович, Г. Н. Прикладная газовая динамика [Текст] / Г. Н. Абрамович. – М.: Наука, 1976. – 888 с.
38. Фабрикант, Н. Я. Аэродинамика [Текст] / Н. Я. Фабрикант. – М.: Наука, 1964. – 814 с.
39. Гапонов, С. А. Развитие возмущений в сжимаемых потоках [Текст] / С. А. Гапонов, А. А. Маслов. – Новосибирск: Наука, 1980. – 142 с.
40. Гапонов, С. А. Численное решение задачи о полной стабилизации сверхзвукового пограничного слоя [Текст] / С. А. Гапонов, А. А. Маслов // Прикладная механика и техническая физика. – Изд.-во СО АН СССР, 1972. – № 2. – С. 39-43.
41. Laminar-Turbulent Transition, Relaminarization, Separated Flows, Interaction of Transition and Separation on Rocket Cones Two Types in a Trajectory Flight at  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ ,  $M_\infty \leq 4,5$ ,  $a \leq 32g$  [Text] / A. M. Pavluchenko, O. A. Bragin, A. A. Tyutin, A. N. Popkov // Proc. of Int. Conf. Meth. Aerophys. Research. Pt. III. Novosibirsk: Inst. of Theor. and Appl. Mechanics. Siberian Branch of the Russia Academy of Sci. – 1998. – P. 213.
42. Pavluchenko, A. M. Heat Transfer and Skin Friction of Axisymmetric Objects Under Real Conditions for  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$   $M_\infty \leq 5,0$ . [Text] / A. M. Pavluchenko // Heat Transfer. Soviet Research. – 1993. – V. 25, no. 3. – P. 329.
43. Павлюченко, А. М. Теплообмен на метеорокете типа “Облако” при наличии отрыва пограничного слоя [Текст] / А. М. Павлюченко, А. А. Тютин, А. В. Кораблев // Изв. СО АН СССР. Сер. техн. наук. – 1984. – Вып. I, № 4. – С. 52.

44. Leontjev, A. I. *Gradient Criteria of Transition, Relaminarization and Friction Drag in Supersonic Boundary Layers in Flying Objects at Heat Transfer [Text]* / A. I. Leontjev, A. M. Pavluchenko // *Proc. of the 10-th Int. Heat Transfer Conf. Brighton.* – 1994. – V. 3. – P. 41.

45. Павлюченко, А. М. До проблеми розрахунку теплообміну і опору тертя надзвукових осесиметричних об'єктів в умовах працюючих двигунів РДТП за наявності в пристінному прикордонному шарі ламінарно-турбулентного переходу, ефекту стисливості і неізотермічності [Текст] / А. М. Павлюченко, О. М. Шийко // *Системи озброєння і військова техніка.* – Харків : ХУПС, 2013. – № 4(36). – С. 107–121.

46. Павлюченко, А. М. Теоретичне обґрунтування газодинамічної формули Ньютона і перевірка її в льотних умовах обтікання головних частин деяких аерофізичних комплексів для чисел Маха  $M_\infty \leq 5.0$  та Рейнольдса  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$  при наявності стисливості, неізотермічності, ламінарно-турбулентного переходу і реламінаризації в пристінному пограничному шарі [Текст] / А. М. Павлюченко, О. М. Шийко // *Авиационно-космическая техника и технология.* – 2015. – № 2(119). – С. 25 - 44.

47. Павлюченко, А. М. Методы диагностики и результаты измерений характеристик транс-, сверх-, и гиперзвуковых комплексов различных типов в лётных условиях [Текст] / А. М. Павлюченко, А. Н. Шийко // *Авиационно-космическая техника и технология.* – 2016. – № 3. – С. 68-91.

48. Павлюченко, А. М. Результаты исследования распределения статического давления на головной части ракетного аэрофизического комплекса типа М-100 на основе численного метода расчета и летного эксперимента для чисел Маха полета  $1.4 \leq M_\infty \leq 4.2$ , Рейнольдса  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ , ускорения  $a \leq 32g$  в условиях аэродинамического нагрева [Текст] / А. М. Павлюченко, А. Н. Шийко, А. В. Скорик // *Авиационно-космическая техника и технология.* – 2017. – № 3 (138). – С. 19-49.

49. Павлюченко, А. М. До розрахунку аеродинамічного опору тертя і теплообміну при ламінарно-турбулентному переході в прикордонному шарі / А. М. Павлюченко, О. М. Шийко // *Компрессорное и энергетическое машиностроение.* – 2017. – № 1(47). – С. 10-14.

50. Таблицы стрельбы осколочно-фугасными реактивными снарядами М-210Ф [Текст]. – М. : Военное издательство министерства обороны СССР, 1975. – 96 с.

51. Gosse, R. *Studi of boundary-layeer transition on hypersonic international flight research experimentation 5 [Text]* / R. Gosse, R. Kimmer, H. B. Johnson //

*Journal of Spacecraft and Rockets.* – 2014. – V. 51, № 1. – P. 151-162.

52. Hamilton, H. H. *Approximate Method for Computing Convective Heating on Hypersonic Vehicles Using Unstructured Grids [Text]* / H. H. Hamilton, K. J. Weilmuenster, F. R. DeJarnette // *Journal of Spacecraft and Rockets.* – 2014. – V. 51, № 4. – P. 1288-1305.

53. *Boundary-Layer Transition Experiment During Reentry of HIFiRE-1 [Text]* / S. A. Stanfield, R. L. Kimmel, D. Adamczak, T. J. Juliano // *Journal of Spacecraft and Rockets.* – 2015. – V. 52, № 3. – P. 637-649.

54. Jewell, J. S. *Correlation of HIFiRE-5a Flight Date With Computed Pressure and Heat Transfer [Text]* / J. S. Jewell, J. H. Miller, R. L. Kimmel // *Journal of Spacecraft and Rockets.* – 2017. – V. 54, № 5. – P. 1142-1152.

## References

1. Avduevskiy, V. S., Galitseyskiy, B. M., Glebov, G. A. *Osnovy teploperedachi v aviatsionnoy i raketno-kosmicheskoy tekhnike* [Heat transfer bases in aviation and the missile and space equipment]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1975. 362 p.

2. Kutateladze, S. S. *Osnovy teorii teploobmena* [Bases of the theory of heat exchange]. Moscow, Atomizdat Publ., 1979. 416 p.

3. Leont'ev, A. I. *Teoriya teploobmena* [Theory of a heatmass exchange]. Moscow, Vysshaya shkola Publ., 1979. 495 p.

4. Kutateladze, S. S., Leont'ev, A. I. *Teploobmen i trenie v turbulentnom pogranchnom sloe* [Heatmass exchange and friction in turbulent boundary layer]. Moscow, Energiya Publ., 1985. 319 p.

5. Krasnov, N. F. *Aerodinamika. Chast' II. Metody aerodinamicheskogo rascheta* [Aerodynamics. Part II. Methods of aerodynamic calculation]. Moscow, Visshaya shkola Publ., 1980. 416 p.

6. Leont'ev, A. I., Pavlyuchenko, A. M. *Laminarno-turbulentnyy perekhod v sverkhzvukovykh pogranchnykh sloyakh na letnom osesimmetrichnom aérofizicheskom komplekse i na modeli v sverkhzvukovoy trube pri nalichii teploobmena i otsosa vozdukha* [Laminar and turbulent transition in supersonic boundary layer on a flight axisymmetric aerophysical complex and on model in a supersonic pipe in the presence of heat exchange and a suction of air]. *Teplofizika vysokikh temperature*, 2008, vol. 46, no. 4, pp. 596-622.

7. Pavlyuchenko, A. M. *Chislennyj metod obrabotki letnogo teplovogo eksperimeta na meteorakete tipa "Oblako" s uchetom teorii turbulentnyx pyaten E'mmonsa* [Numerical method of processing of a flight thermal experiment on the meteorocket of type "Cloud" taking into account the theory of turbulent spots of

Emmons]. *Izv. SO AN SSSR. Ser. texn. Nauk*, 1983, vol. 2, no. 8, pp. 27–35.

8. Reshetko, E. Ustojchivost' laminarnogo pogrannichnogo sloya i ego perexod v turbulentnyj [Stability of a laminar interface and its transition to turbulent]. *Vixrevye dvizheniya zhidkosti*, Moscow, Mir Publ., 1979. 11 p.

9. Kendoll, Dzh. M. Eksperimental'noe issledovanie protsessa perekhoda k turbulentnomu techeniyu v sverkhzvukovom i giperzvukovom pogrannichnykh sloyakh [Pilot study of process of transition to turbulent flow in supersonic and hypersonic boundary layers]. *Raketnaya tekhnika i kosmonavtika*, 1975, vol. 13, no. 3, pp. 47–60.

10. Emmons, H. W. The Laminar-Turbulent Transition in a Boundary Layer. *Part I. Journal of the Aeronautical Science*, 1951, vol. 18, no. 6, pp. 490.

11. Emmons, H. W., Bryson, A. E. The Laminar-Turbulent Transition in a Boundary Layer. *Proc. Ist. U. S. Nat. Conf. Theor. and Appl. Mech. Amer. Soc. Mech. Eng.*, №4, 1951, pp. 859.

12. Chen, K. K., Thyson, N. A. Extension of Emmons Spot Theory to flow on Blunt Bodies. *AIAA Journ*, 1971, vol. 9, no. 5, pp. 821.

13. Elder, I. An Experimental Investigation of Turbulent Spots and Breakdown to Turbulence. *Journal Fluid Mech.*, 1960, vol. 9, pp. 253.

14. Shlixing, G. *Vozniknovenie turbulentnosti* [Turbulence emergence]. Moscow, Izd-vo inostrannoj literatury Publ., 1962. 201 p.

15. Leont'ev, A. I., Pavlyuchenko, A. M. K obobshcheniyu modeli tur-bulentnyx pyaten E'mmons dlya oblasti laminarno-turbulentnogo perexoda pri nalichii teplo- i mas-soobmena v letnyx i nazemnyx usloviyax [Generalization of the Emmons turbulent spot model for the laminar-turbulent transition region in the presence of heat and mass transfer in flight and terrestrial conditions]. *Teplofizika i aeromexanika*. 1997, vol. 4, no. 4, pp. 353–367.

16. Bercowitz, A. M., Kyrriss, C. L., Martelluci, A. Boundary layer transition flight test observations. *AIAA Paper 77-125*, 1977, pp. 41 -50.

17. Beckwith, I. E., Bertram, M. H. A Survey of NASA Langley studies on high-speed transition and the quiet tunnel. *NASA-TM-X-2566*, 1972, pp. 67-76.

18. Kurbackij, A. F. *Modelirovanie nelokal'nogo perenosa impul'sa i tepla* [Modeling of notlocal transfer of an impulse and heat]. Novosibirsk, Nauka Publ, 1988. 240 p.

19. Pejt, S. R., Shjuler, S. Dzh. Vliyanie izlucheniya aerodinamicheskogo shuma na perekhod v sverkhzvukovykh i giperzvukovykh aerodinamicheskikh trubakh [Influence of radiation of aerodynamic noise on transition in supersonic and hypersonic

wind tunnels]. *Raketnaya tekhnika i kosmonavtika*, 1969, vol. 7, no. 3, pp. 80–91.

20. Narasimha, R., Devasia, K. J., Guruani, G., Badri Narayanan, M. A. Transitional intermittency in boundary layer subjected to pressure gradient. *Report 84 FM2*, Bangalore, India, 1984. 16 p.

21. Maksimova, E. M., Pavlyuchenko, A. M. Sravnenie raschetnykh i letnykh dannykh po teploobmenu dlya osesimmetrichnykh tel, dvizhushchikhsya po traektorii pri  $M_\infty \leq 5,0$  [Comparison of settlement and flight data on heat exchange for the axisymmetric bodies moving on a trajectory at  $M_\infty \leq 5,0$ ]. *Izv. SO AN SSSR: Ser. tekhn. Nauk*, 1982, vol. 3, no.13, pp. 40-52.

22. Chernyj, G. G. *Gazovaya dinamika* [Gas dynamics]. Moscow, Nauka. Gl. Red. fiz.-mat. lit. Publ., 1988. 424 p.

23. Gaponov, S. A., Pavlyuchenko, A. M., Popkov, A. N. E'ffektivnost' invariant-nogo gradientnogo kriteriya ustojchivosti dlya na-turnyx uslovij obtekaniya osesimmetrichnyx tel v zonax nachala perexoda i relaminarizacii [Efficiency of invariant gradient criterion of stability for natural conditions of flow of axisymmetric bodies in zones of the beginning of transition and a relaminarization]. *PMTF*, 1999, vol. 40, no. 1, pp. 89-100.

24. Van Driest, E. R. Calculation the Stability of the Laminar Boundary Layer in Compressible Fluid on a Flat Plate with Heat Transfer. *Journ. Aero. Sci.*, 1952, vol. 19, pp. 71.

25. Shlixing, G. *Teoriya pogrannichnogo sloya* [Boundary layer theory]. Moskou, Nauka Publ., 1969. 742 p.

26. Struminskij, V. V., Xaritonov, A. M., Chernyx, V. V. E'ksperimental'noe issledovanie perexoda laminarnogo pogrannichnogo sloya v turbulentnyj pri sverxzvukovyx skorostyax. [Pilot research of transition of a laminar interface in turbulent at supersonic speeds]. *Izv. AN SSSR. MZhG*, 1972, no. 2, pp. 30–34.

27. Shtejnser, Dzh. Zamechaniya o mashtabnyx e'ffektax [Remarks on large-scale effects] *Perevody ONTI CAGI*, no. 543, 1980, pp. 23.

28. Ble'kue'll, Dzh. Masshtabnye e'ffekty na sverxkriticheskix profilyax [Large-scale effects on supercritical profiles]. *Perevody ONTI CAGI*, no. 572, 1980, pp. 24.

29. Leont'ev, A. I., Pavljuchenko, A. M. K probleme relaminarizatsii sverkhzvukovykh turbulentnykh pogrannichnykh sloev na osesimmetrichnykh telakh v letnykh usloviyakh pri nalichii teploobmena [To a problem of a relaminarization of supersonic turbulent interfaces on axisymmetric bodies in flight conditions in the presence of heat exchange]. *Teplofizika vysokikh temperatur*, 2004, vol. 42, no. 5, pp. 725-739.

30. Genderson, A. Perexod laminarnogo pogrannichnogo sloya v turbulentnyj [Transition of a laminar interface to turbulent]. *Sovremennye problemy gazovoj dinamiki*, Moscow, Mir Publ., 1971. 88 p.
31. Snodgrass, R. B. Poletnye ispytaniya po opredeleniyu aerodinamicheskogo nagreva i toчки perekhoda laminarnogo pogrannichnogo sloya v turbulentnyy na nosovoy konicheskoy chasti rakety «Viking-10» [Flight tests by definition of aerodynamic heating and a point of transition of a laminar boundary layer in turbulent on nasal conic part of the Viking-10 rocket]. *Voprosy raketnoy tekhniki*, 1957, no. 1, pp. 28-39.
32. Laufer, J. Aerodynamic noise in supersonic wind tunnels. *Journal of Aeronaut Sci*, 1961, vol. 28, no. 2, pp. 25-29.
33. Yanenko, N. N., Gaponov, S. A. Invariantnye kriterii ustojchivosti techenij szhimaemoj zhidkosti [Invariant criteria of stability of currents of the compressed liquid]. *Dokl. AN SSSR*, 1981, vol. 259, no. 5, pp. 1056-1059.
34. Pavlyuchenko, A. M., Maksimova, E. M. Voprosy perexoda i laminarizacii v sverxzvukovyx pogrannichnix sloyax v letnyx usloviyax [Questions of transition and laminarization in supersonic interfaces in flight conditions]. *Preprint № 2-85*, Novosibirsk: Int-teor. i prikl. mexaniki SO RAN, 1985, 32 p.
35. Potter, J. L. Boundary layer transition super-sonic cones in aerobalistic range. *AIAA Journal*, 1975, no. 3, pp. 15-19.
36. Krasnov, N. F. *Aerodinamika. Chast' I. Osnovy teorii. Aerodinamika profilya i kryla* [Aerodynamics. Part I. Theory bases. Aerodynamics of a profile and wing]. Moscow, Visshaya shkola, 1978, 416 p.
37. Abramovich, G. N. *Prikladnaya gazovaya dinamika* [Applied gas dynamics]. Moscow, Nauka Publ., 1976, 888 p.
38. Fabrikant, N. Ya. *Ae'rodinamika* [Aerodynamics]. Moscow, Nauka Papl., 1964, 814 p.
39. Gaponov, S. A., Maslov A. A. *Razvitie voz-mushhenij v szhimaemyx potokax* [Development of indignations in the compressed streams]. Novosibirsk, Nauka Publ., 1980, 142 p.
40. Gaponov, S. A., Maslov, A. A. Chislennoe re-shenie zadachi o polnoj stabilizacii sverxzvukovogo pogrannichnogo sloya [Numerical solution of a task on full stabilization of a supersonic boundary layer]. *Prikladnaya mexanika i texnicheskaya fizika*, Izd.-vo SO AN SSSR, 1972, no. 2, pp.39-43.
41. Pavlyuchenko, A. M. Laminar – turbulent transition, relaminarization, separated flows, interaction of transition and separation on rocket cones two types in trajectory flight at  $Re_{L,\infty} < 10^8$ ,  $M_\infty \leq 4,5$ ,  $\alpha < 32^\circ$ . *Proc. of Int. Conf. on the Meth. Aerophys. Research. Pt. III*. Novosibirsk: Inst. of Theor. and Appl. Mechanics, Siberian Branch of the Russia Academy of Sci., Novosibirsk, 1998, pp. 213-230.
42. Pavluchenko, A. M. Heat Transfer and Skin Friction of Axisymmetric Objects Under Real Conditions for  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ ,  $M_\infty \leq 5,0$ . *Heat Transfer. Soviet Research*, 1993, vol. 25, no. 3, P. 329.
43. Pavlyuchenko, A. M., Tyutin, A. A., Korablev, A. V. Teploobmen na meteorakete tipa «Oblako» pri nalichii otryva pogrannichnogo sloya [Heat exchange on the "Cloud" meteorocket in the presence of boundary layer separation]. *Izv. SO AN SSSR: Ser. Tekhn. Nauk*, 1984, vol. 1, no. 4, pp. 52-60.
44. Leontjev, A. I., Pavluchenko, A. M. Gradient Criteria of Transition, Relaminarization and Friction Drag in Supersonic Boundary Layers in Flying Objects at Heat Transfer. *Proc. of the 10-th Int. Heat Transfer Conf. Brighton*, 1994, vol. 3, pp. 41.
45. Pavlyuchenko, A. M., Shijko, A. N. Do problemi rozrakhunku teploobminu i oporu tertya nadzvukovykh osesimetricnykh ob'ektiv v umovakh pratsyuyuchikh dviguniv RDTP za nayavnosti v pristinnomu prikordonnomu shari laminarno-turbulentnogo perekhodu, efektu stislivosti i neizotermichnosti [To a problem of calculation of heat exchange and resistance of friction of supersonic axisymmetric objects in the conditions of the working JESF (jet engine of solid fuel) engines in the presence in a boundary layer of laminar and turbulent transition, effect of compressibility and heating]. *Sistemi ozbroennya i viys'kova tekhnika*, 2013, vol. 4 (36), pp. 107-120.
46. Pavlyuchenko, A. M., Shijko, A. N. Teoretichne obgruntuvannya gazodinamichnoї formuli N'yutona i perevirka її v l'otnikh umovakh obtikannya golovnykh chastin ryadu aerofizichnykh kompleksiv dlya chisel Makha  $M_\infty \leq 5,0$  ta Reynol'dsa  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$  [Theoretical justification of a gasdynamic formula of Newton and her check in flight conditions at a flow of head parts of a number of aerodynamic complexes for numbers Max  $M_\infty \leq 5,0$  and Reynolds  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ ]. *Aviatsionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya*, 2015, no. 2 (119), pp. 25-44.
47. Pavlyuchenko, A. M., Shijko, A. N. Metody diagnostiki i rezul'taty izmerenij xarakteristik trans-, sverx-, i giperzvukovykh kompleksov razlichnyx tipov v lyotnyx usloviyax [Methods of diagnostics and results of measurements of characteristics a trance, - over, - and hypersonic complexes of various types in flight conditions]. *Aviatsionno-kosmicheskaya texnika i tekhnologiya*, 2016, no. 3, pp. 68-91.
48. Pavlyuchenko, A. M., Shijko, A. N., Skorik, A.V. Rezul'taty issledovaniya raspredeleniya staticheskogo davleniya na golovnoj chasti raketnogo ae'rofizicheskogo kompleksa tipa M-100 na osnove



chislennogo metoda rascheta i letnogo e'ksperimenta dlya chisel Mаха poleta  $1.4 \leq M_\infty \leq 4.2$ , Rejnol'dsa  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ , uskoreniya  $a \leq 32g$  v usloviyax ae'rodynamiceskogo nagreva [Results of a research of distribution of static pressure on a head part of a missile M-100 aero physical system on the basis of a numerical method of calculation and a flight experiment for numbers of the Move of flight  $1.4 \leq M_\infty \leq 4.2$ , Reynolds of  $Re_{L,\infty} \leq 10^8$ , accelerations of  $a \leq 32g$  in the conditions of aerodynamic heating]. *Aviacionno-kosmicheskaya tekhnika i tekhnologiya*, 2017, no. 3, pp. 19-49.

49. Pavlyuchenko, A. M., Shijko O. M. Do roz-raxunku aerodinamichnogo oporu tertya i teploobminu pri laminarno-turbulentnomu perexodi v prikordonnomu shari [To calculation of aerodynamic resistance of friction and heat exchange upon laminar and turbulent transition in the boundary layer]. *Kompressorное i energeticheskoe mashinostroenie*, 2017, no. 1(47), pp. 10-14.

50. *Tablicy strel'by oskolochno-fugasnymi reaktivnymi snaryadami M-21OF* [Tables of firing by fragmen-

tal and demolition rockets of M-21OF]. Moskow, Voennoe izdatel'stvo ministerstva, USSR, 1975. 96 p.

51. Gosse, R., Kimmer, R., Johnson, H. B. Studi of boundary-layeer transition on hypersonic international flight research experimentation 5. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2014, vol. 51, no. 1, pp. 151-162.

52. Hamilton, H. H., Weilmuenster, K. J., DeJarnette, F. R. Approximate Method for Computing Convective Heating on Hypersonic Vehicles Using Unstructured Grids. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2014, vol. 51, no. 4, pp. 1288-1305.

53. Stanfield, S. A., Kimmel, R. L., Adamczak, D., Juliano, T. J. Boundary-Layer Transition Experiment During Reentry of HIFiRE-1. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2015, vol. 52, no. 3, pp. 637-649.

54. Jewell, J. S., Miller, J. H., Kimmel, R. L. Correlation of HIFiRE-5a Flight Date With Computed Pressure and Heat Tranfer. *Journal of Spacecraft and Rockets*, 2017, vol. 54, no. 5, pp. 1142-1152.

Поступила в редакцию 27.12.2017, рассмотрена на редколлегии 14.02.2018

## КОМПЛЕКСНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА СОПРОТИВЛЕНИЯ ТРЕНИЯ И ТЕПЛООБМЕНА НА ПОВЕРХНОСТИ ЛЕТНЫХ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ОБЪЕКТОВ ПРИ ПОЛЕТЕ ПО ТРАЕКТОРИИ С НАЛИЧИЕМ В ПРИСТЕНОЧНОМ ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НЕИЗОТЕРМИЧНОСТИ, СЖИМАЕМОСТИ, ЛАМИНАРНО-ТУРБУЛЕНТНОГО ПЕРЕХОДА И РЕЛАМИНАРИЗАЦИИ

*А. М. Павлюченко, А. Н. Шийко*

Разработан комплексный метод расчета сопротивления трения и аэродинамического нагрева на поверхностях летных осесимметричных тел вращения типа реактивного неуправляемого снаряда. Метод позволяет проводить расчеты от момента старта и до приземления в пределах до-, транс- и сверхзвуковых скоростей полета. Диапазон скоростей соответствует числам Маха  $M_\infty \leq 3,0$ . При расчетах учитываются эффекты неизотермичности, сжимаемости, ламинарно-турбулентного перехода и реламинаризации, которые происходят на обтекаемых поверхностях при полете по траектории. Метод основан на использовании асимптотической теории пристеночного турбулентного пограничного слоя С. С. Кутателадзе и А. И. Леонтьева в сочетании с результатами линеаризованной теории обтекания тел вращения, теории турбулентных пятен Еммонса переходного пограничного слоя и данных по числам Рейнольдса начала ламинарно-турбулентного перехода, полученных по результатам летных экспериментов. Использование линеаризованной теории обтекания для вычисления параметров на внешней границе пограничного слоя в пределах до-, транс- и сверхзвуковых скоростей полета позволяет создать «быстрый» алгоритм расчета сопротивления трения и аэродинамического нагрева с учетом продольного градиента давления, существующего на обтекаемых поверхностях осесимметричных тел вращения. Приводятся численные результаты расчетов параметров невязкого течения на границе пограничного слоя по линеаризованной теории, температуры нагрева поверхности снаряда и сопротивления трения от момента старта и до приземления.

**Ключевые слова:** аэродинамическое сопротивление трения, аэродинамический нагрев, ламинарный и турбулентный пограничный слой, числа Рейнольдса, числа Маха, ламинарно-турбулентный переход, реламинаризация, неизотермичность, сжимаемость, турбулентные пятна Еммонса, коэффициент перемежаемости, асимптотическая теория турбулентного пограничного слоя, летный эксперимент, температура стенки, давление, коэффициент сопротивления трения.



**COMPLEX METHOD FOR CALCULATING THE FRICTION RESISTANCE AND THERMAL REFRACTION ON THE SURFACE OF FLIGHT AXISYMMETRIC OBJECTS ON FLIGHT BY TRAJECTORY WITH AVAILABILITY IN THE WALL BOUNDARY LAYER NON-ISOTHERMAL, COMPRESSIVE, LAMINAR-TURBULENT TRANSITION AND RELAMINARIZATION**

*A. M. Pavlyuchenko, O. M. Shyiko*

The complex method of calculation of aerodynamic resistance of friction and heating on the surface of flight axisymmetric bodies of rotation like a jet uncontrollable shell is developed. The method allows to carry out calculations from the moment of start to landing in limits to-, a trans- and supersonic speeds of flight. Range of speeds corresponds to  $M_{\infty} \leq 3,0$  Mach numbers. When calculating the phenomena of a non-isothermicity, compressibility, laminar-turbulent transition and a relaminarization which occur on streamline surfaces when flying on a trajectory are considered. The method is based on use of the asymptotic theory of a wall turbulent boundary layer of S. S. Kutateladze and A. I. Leontyeva in combination with results of the linearized theory of flow of bodies of rotation, the theory of turbulent spots of Emmons of a transitional boundary layer and data on Reynolds numbers of the beginning of laminar-turbulent transition received by results of flight experiments. On the basis of the carried-out calculations of parameters of a stream on a streamline surface of a shell when flying on a trajectory from the moment of start to landing in limits to-, a trans- and supersonic speeds of flight with use of the boundary numbers of laminar-turbulent transition received in flight experiments it is established that flow of a considerable part of a surface of a shell happens in the conditions of laminar-turbulent transition and a relaminarization which occupy an essential part of the general time of flight. Existence of a reverse of laminar-turbulent transition is established by a settlement way. The analysis of values of temperature on a surface of a head part of a rocket when flying on a settlement trajectory has shown that for rather short period there is an aerodynamic heating of a surface which significantly influences the aerodynamic resistance of friction by a non-isothermicity in a wall boundary layer. The conclusion is drawn that the linearized theory of calculations of flow of rather thin bodies of rotation can be used for calculation of parameters on external border of boundary layer of axisymmetric bodies of rotation like a jet uncontrollable shell in limits to-, a trans- and supersonic speeds of flight for the purpose of account longitudinal to pressure gradient when calculating friction and heating. Use of the linearized theory of flow for calculation of parameters on external border of boundary layer in limits to-, a trans- and supersonic speeds of flight allows to create a "fast" algorithm of calculation of resistance of friction and heating taking into account a longitudinal gradient of pressure existing on the streamline surfaces of axisymmetric bodies of rotation. Numerical results of calculations of parameters of a nonviscous current on external border of boundary layer for the linearized theory, coefficient of a intermittency, temperature of heating of a surface of a shell and resistance of friction from the start moment before landing are given.

**Keywords:** aerodynamic resistance, aerodynamic heating, boundary layer, Reynolds numbers, Mach numbers, laminar-turbulent transition, non-isothermal, compressibility, turbulent Emmons's spots, coefficient of a intermittency, asymptotic theory of the turbulent boundary layer, flight experiment, wall temperature, coefficient of friction resistance.

**Павлюченко Анатолій Михайлович** – д-р техн. наук, проф., академік Російської Академії природничих наук, проф. каф. «Охорона праці та фізика», Сумський національний аграрний університет, Суми, Україна.

**Шийко Олександр Миколайович** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри «Технічний сервіс», Сумський національний аграрний університет, Суми, Україна, e-mail: ashyiko@ukr.net.

**Pavlyuchenko Anatoly Mikhaylovich** – Doctor of Engineering, Professor, the Academician of the Russian Academy of Natural Sciences, Professor of «Occupational Safety and Physics» Department of the Sumy National Agricultural University, Sumy, Ukraine.

**Shyiko Oleksandr Mikolayovich** – PhD, the Associate Professor to Department of «Technical Service» of the Sumy National Agricultural University, Sumy, Ukraine, e-mail: shyikoa@ukr.net.