

А. И. БЕЙ

*Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского “ХАИ”, Украина***ФИЛЬТРАЦИЯ СИГНАЛОВ НА БАЗЕ КУМУЛЯНТОВ**

Предметом изучения в статье являются вопросы комплексирования линейных и нелинейных методов для решения прикладных задач восстановления изображений. *Целью* является разработка алгоритма фильтрации сигналов и построение модели изображений. *Задачи:* выработать критерий для сигналов импульсной формы; на базе существующей математической модели формирования изображения разработать эффективный алгоритм решения. *Используемыми методами* являются: метод оптимальной фильтрации, математические модели оптимизации, метод независимого компонентного анализа. Получены следующие *результаты*. Согласно существующей модели формирования изображений сформулирована задача выбора оптимальной структуры алгоритма решения. При построении алгоритма рассмотрена возможность комплексирования линейных и нелинейных методов решения обратной задачи. Выработан критерий оптимизации для сигналов импульсной формы, используемый при подборе ядра оптимального фильтра. Для моделей искаженных изображений представлены результаты контрольных реставраций и оценена ошибка восстановления в зависимости от соотношения сигнал-шум. *Выводы.* Научная новизна полученных результатов состоит в следующем: усовершенствован метод оптимальной фильтрации на базе кумулянта второго порядка для сигналов импульсной формы, путем введения соответствующего критерия. Полученная оценка использована для формирования линейной модели наблюдения. Решение полученной системы линейных уравнений (СЛАУ) найдено в рамках анализа независимых компонент (АНК), основанного на базе кумулянта четвертого порядка. Построена модель искажённого изображения и приведены результаты восстановления. Показано, что для сигналов импульсной формы, возможно, применить критерий останова итерационного процесса на базе производных высокого порядка. Оценено качество фильтрации в норме L_2 в зависимости от соотношения сигнал-шум. Результаты моделирования показывают, что ошибка восстановления уменьшается при соотношениях более 10. Результаты исследований, выполненных в данной работе могут быть использованы при разработке и модернизации различных радиотехнических систем летательных аппаратов.

Ключевые слова: слепой метод; независимый компонентный анализ; восстановление изображений; компонентный базис; число компонент; число наблюдений; обратная матрица.

Введение

Для получения информации о природной среде все большее применение находят методы дистанционного зондирования Земли (ДДЗ). Изображения, сформированные этими системами, содержат важные данные для литологического исследования региона и обнаружения полезных ископаемых. Эти данные подвергают обработке и статистическому анализу для конкретных минералов на основе их спектральных свойств.

В работе [1] проведен анализ для Иранского вулканического пояса, в котором размещены многие известные месторождения меди. Для получения изображений в ближней инфракрасной (VNIR) и коротковолновой инфракрасной (SWIR) области использованы данные радиометрической системы зондирования ASTER. На базе известных методов принципиальных компонент (МПК) и независимого

компонентного анализа (АНК) были идентифицированы и выделены зоны (используя свойство поглощения излучения минералами) пирита и аргиллита из коренных магматических пород в спектральном диапазоне полос ASTER.

Существенно искажают эту информацию и затрудняют интерпретацию данных различные дестабилизирующие факторы (траекторные неустойчивости), возникающие при движении космического или летательного аппарата.

Для устранения этих искажений разработано множество методов. В работе [2] проводится анализ итерационного алгоритма Чана и Вонга, который использует разреженные градиенты, где на каждом шаге производится оценка функции размытия. Анализ показывает, что процедура нормализации ядра размытия является фундаментальным для сходимости алгоритма. Однако, авторы экспериментально установили, что алгоритм Чана и Вонга сходится к желаемому решению даже для

неискаженных изображений. Авторы предоставляют как анализ, так и результаты работы алгоритма восстановления по разрешению этой загадки.

В статье [3], авторы предлагают новый алгоритм слепого восстановления изображений, использующий ряд направленных низкочастотных фильтров с гауссовым окном с различной ориентацией по отношению к искаженному изображению. Производится оценивание точного преобразования Радона искажающего ядра для каждого отфильтрованного изображения. Наконец, искажающее ядро восстанавливают с использованием обратного преобразования Радона.

Целью данной работы является разработка алгоритма фильтрации на базе линейных и нелинейных методов восстановления; оценка качественных показателей восстановления полученного алгоритма.

1. Формулирование проблемы

Математическую модель искаженного радиолокационного изображения (РЛИ) возможно представить в виде аддитивной смеси случайных процессов, на фоне шума. Сформированное РЛИ представим в виде линейного интегрального уравнения [4, 5]

$$g(\xi, \eta) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x, y)h(\xi, \eta, x, y)dxdy + n(\xi, \eta), \quad (1)$$

где $f(x, y)$ – исходное изображение;

$g(\xi, \eta)$ – принятое изображение;

$h(\xi, \eta, x, y)$ – весовая функция системы формирования;

$n(\xi, \eta)$ – аддитивный шум системы формирования РЛИ.

Исходное изображение, представим в виде аддитивной смеси, состоящей из двух компонент

$$f(x, y) = f_1(x, y) + f_2(x, y), \quad (2)$$

где $f_1(x, y)$ – реализация импульсного сигнала;

$f_2(x, y)$ – произвольная реализация шума.

2. Решение проблемы

Некорректность обратной задачи, возможно, устранить, вводя ряд физически обоснованных

ограничений на область допустимых значений решения. Базовое ограничение – статистическая независимость процессов $f_1(x, y)$ и $f_2(x, y)$ восстанавливаемых данных.

С точки зрения метода анализа независимых компонент (АНК) – это процесс нахождения компонентного базиса $f_1(x, y)$ и $f_2(x, y)$ в котором сформировано наблюдение G . Математическую модель наблюдения, возможно, представить в виде

$$G = A \cdot F + N, \quad (3)$$

где F – ортогональный компонентный базис;

G – матричная смесь наблюдений;

A – оператор вращения;

N – двумерный массив аддитивного шума.

Принцип работы слепого метода сводится к поиску такой обратной матрицы A^{-1} , которая сформирует наиболее независимые компоненты

$$F = G \cdot A^{-1}. \quad (4)$$

$$G = \begin{bmatrix} \bar{g}_1(x) \\ \bar{g}_2(x) \end{bmatrix}; \quad F = \begin{bmatrix} \bar{f}_1(x) \\ \bar{f}_2(x) \end{bmatrix};$$

$$N = \begin{bmatrix} \bar{n}_1(x) \\ \bar{n}_2(x) \end{bmatrix}; \quad A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}.$$

Задачу восстановления, возможно, решить в рамках метода оптимальной фильтрации. Другими словами, необходимо комплексировать статистики как второго, так и четвертого порядка [6, 7].

В рамках метода максимального правдоподобия (МП) необходимо таким образом подобрать ядро оптимального фильтра, чтобы обеспечить наименьшее отклонение оценки $\hat{f}_1(x, y)$ от истинного двумерного массива $f_1(x, y)$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} (f_1(x, y) - \hat{f}_1(x, y))^2 = \min. \quad (5)$$

Согласно уравнению (3) одна из выборок $g_1(x, y)$, содержащаяся в матрице G представляет собой линейную суперпозицию случайных процессов

$$g_1(x, y) = a_{11} \cdot f_1(x, y) + a_{12} \cdot f_2(x, y) + n_1(x, y), \quad (6)$$

это выражение представим в виде линейного интегрального уравнения

$$g_1(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} f_1(\xi, \eta) h_1(\xi, \eta, x, y) d\xi d\eta, \quad (7)$$

искомую оценку, $f_1(x, y)$ восстановим, формируя обратный оператор $h_1^{-1}(\xi, \eta, x, y)$. В качестве ядра (7) выступает передаточная функция оптимального фильтра $h_1^{-1}(\xi, \eta, x, y) = h_b(\xi, \eta, x, y)$,

$$\hat{f}_1(x, y) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g_1(\xi, \eta) h_b(\xi, \eta, x, y) d\xi d\eta. \quad (8)$$

Для оценки пространственного положения объекта $f_1(x, y)$ представим уравнение правдоподобия в виде

$$\left. \frac{\partial \ln(P(g_1(x, y) | f_1(x, y)))}{\partial f_1(x, y)} \right|_{f_1(x, y) = \hat{f}_1(x, y)} = 0. \quad (9)$$

В качестве априорных данных для восстановления обратной матрицы A^{-1} в методе АНК используется статистическая информация второго порядка, которая содержится в ковариационной матрице наблюдений [8, 9].

Сформируем ковариационную матрицу \hat{W} . Например, для одного из сечений РЛИ – $g_1(x, y)$ в азимутальной плоскости ковариационная матрица может быть представлена как

$$\hat{W} = \hat{G}_1 \cdot \hat{G}_1^T, \quad (10)$$

$$\hat{G}_1 = \begin{pmatrix} \hat{g}_1(x) \\ \hat{f}_1(x) \end{pmatrix},$$

где \hat{G}_1 – сформированная матрица наблюдений.

Уравнение реставрации теперь можно представить в виде

$$P(g_1(x, y) | f_1(x, y)) = m \cdot \exp \left\{ - \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[g_1(x, y) - \sum_{j=1}^k a_{1j} \cdot \hat{f}_j(x, y) \right]^2 dx dy \right\}, \quad (11)$$

где m – константа.

В качестве порога для ограниченного класса восстанавливаемых сигналов используем выражение

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^n g_1(x, y)}{d(x, y)^n} \approx \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{d^n (a_{12} \cdot f_2(x, y) + n_1(x, y))}{d(x, y)^n}, \quad (12)$$

где n – порядок производной.

Процесс $f_1(x, y)$ – имеет импульсную структуру, следовательно, имеет конечное число производных, что отражено в уравнении (12).

3. Контрольные реставрации

Приведем пример восстановления для одного из сечений модели изображения. На рис. 1 представлены импульсные процессы, состоящие из случайных ступенек, подверженных искажению случайным шумом (рис. 2). Представим на рис. 3 линейную суперпозицию искомых компонент. Результат реставрации исходного компонентного базиса представим на рис. 4 и 5.

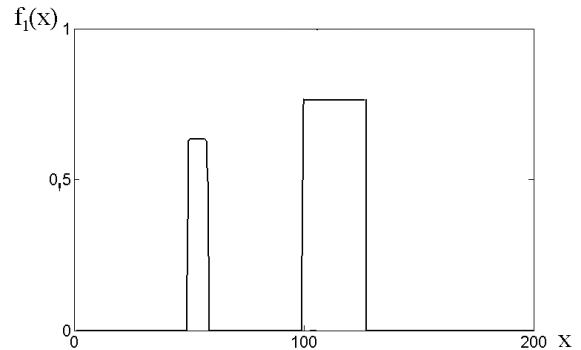


Рис. 1. Компонента $f_1(x)$, (объект)

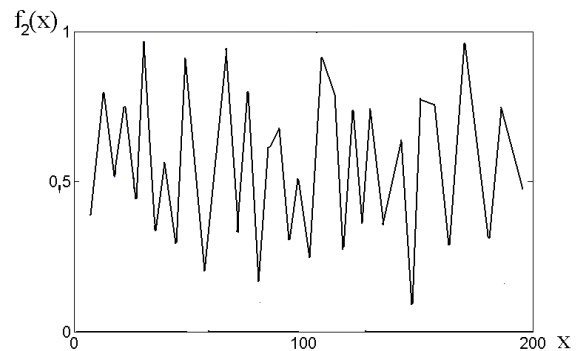
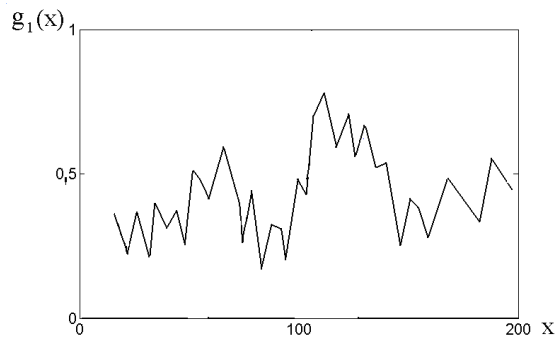
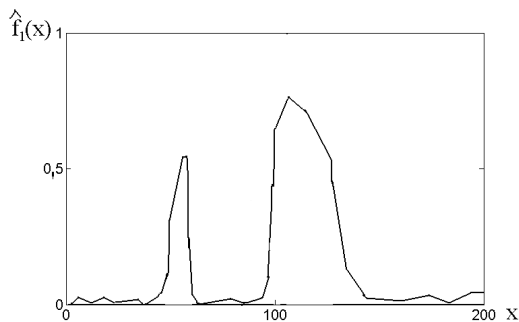
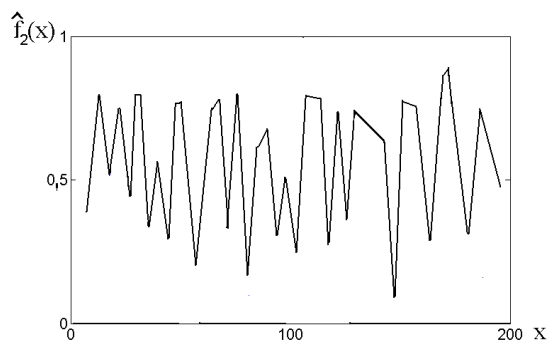


Рис. 2. Компонента $f_2(x)$, (шум)

Рис. 3. Векторная смесь компонент $g_1(x)$ Рис. 4. Оценка компоненты $\hat{f}_1(x)$ Рис. 5. Оценка компоненты $\hat{f}_2(x)$

На рис. 6 приведены качественные показатели восстановления в норме L2 от соотношения сигнал-шум.

Заключение

На базе существующих линейных и нелинейных методов восстановления предложен и разработан алгоритм, который использует статистики второго и четвертого порядка.

Результаты моделирования показывают, что рассмотренный алгоритм на базе предложенного порога для случая “слепого” восстановления сечений изображения позволяет устранять искажения. Полученные оценки удовлетворяют условию положительности решения, что представлено на

рис. 4 и 5. Качественные показатели работы алгоритма оценены в норме L2 (см. рис. 6). Мы видим, что для высоких соотношений сигнал-шум оценки обладают достоверностью.

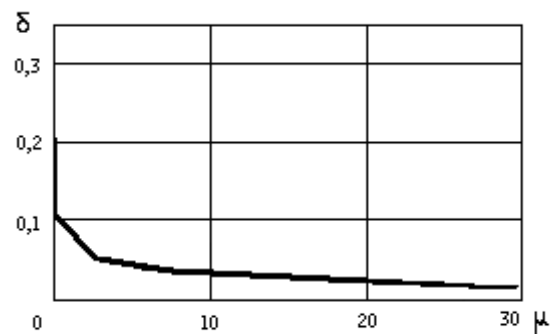


Рис. 6. Оценка качественных показателей восстановления в норме L2 от соотношения сигнал-шум

Предложенный алгоритм квазиоптимальной обработки сигналов, возможно, применять в системах РСА для восстановления модуля комплексного коэффициента рассеяния поверхности как функции пространственных координат. Операцию восстановления, возможно, производить и в частотной области для реальной и мнимой части принятого сигнала.

Литература

1. Mahmoudishadi, S. Comparing independent component analysis with principle component analysis in detecting alterations of porphyry copper deposit (case study: Ardestan area, central Iran) [Text] / S. Mahmoudishadi, A. Malian, F. Hosseinali // Tehran's Joint ISPRS Conferences of GI Research, SMPR and EOEC 2017, October 2017. – P. 161–166.
2. Perrone, D. Total variation blind deconvolution: the devil is in the details [Text] / D. Perrone, P. Favaro // IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 2014. – P. 1–8.
3. Handling noise in single image deblurring using directional filters [Text] / L. Zhong, S. Cho, D. Metaxas, S. Paris, J. Wang // IEEE Conference Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), June 2013. – P. 612–619.
4. Gonzales, R. C. Digital image processing [Text] / R. C. Gonzales, R. E. Woods. – Boston : MA Addison-Wesley, 2001. – 823 p.
5. Forsyth, D. Computer vision: a modern approach [Text] / D. Forsyth, J. Ponce. – Upper, Saddle, River, Nj, U, A: Prentice Hall, 2003. – 813 p.

6. De Lathauwer, L. *Fourth-order cumulant-based blind identification of under-determined mixtures [Text]* / L. De Lathauwer, J. Castaing, J. F. Cardoso // *IEEE Transactions on Signal Processing*. – 2007. – vol. 55, no. 6. – P. 2965–2973

7. Ferreol, A. *Fourth order blind identification of underdetermined mixtures of sources (FOBIUM) [Text]* / A. Ferreol, L. Albera, P. Chevalier // *IEEE Transactions On Signal Processing*. – 2005. – vol. 53. – P. 1254–1271

8. De Lathauwer, L. *Blind identification of underdetermined mixtures by simultaneous matrix diagonalization [Text]* / L. De Lathauwer, J. Castaing // *IEEE Transactions on Signal Processing*. – 2008. – vol. 56, no. 3. – P. 1096–1105

9. Davies, M. E. *Identifiability issues in noisy ICA [Text]* / M. E. Davies // *IEEE Signal Processing Letters*. – 2004. – vol. 11, no. 5. – P. 470–473

References

1. Mahmoudishadi, S., Malian, A., Hosseinali, F. Comparing independent component analysis with principle component analysis in detecting alterations of porphyry copper deposit (case study: Ardestan area, central Iran). *Tehran's Joint ISPRS Conferences of GI Research, SMPR and EOEC*, 2017, pp. 161–166.

2. Perrone, D., Favaro, P. Total variation blind deconvolution: the devil is in the details, *The IEEE Conference on Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR)*, 2014, pp. 1–8.

3. Zhong, L., Cho, S., Metaxas, D., Paris, S., Wang, J. Handling noise in single image deblurring using directional filters, *Computer Vision and Pattern Recognition (CVPR), 2013 IEEE Conference*, 2013, pp. 612–619.

4. Gonzales, R. C., Woods, R. E. *Digital image processing*, MA Addison-Wesley, Boston, 2001. 823 p.

5. Forsyth, D., Ponce, J. *Computer vision: a modern approach*, Prentice Hall, Upper, Saddle, River, Nj, U, A, 2003. 813 p.

6. De Lathauwer, L., Castaing, J., Cardoso, J. F. Fourth-order cumulant-based blind identification of under-determined mixtures, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2007, vol. 55, no. 6, pp. 2965–2973.

7. Ferreol, A., Albera, L., Chevalier, P. Fourth order blind identification of underdetermined mixtures of sources (FOBIUM), *IEEE Transactions On Signal Processing*, 2005, vol. 53, pp. 1254–1271.

8. De Lathauwer, L., Castaing, J. Blind identification of underdetermined mixtures by simultaneous matrix diagonalization, *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2008, vol. 56, no. 3, pp. 1096–1105.

9. Davies, M. E. Identifiability issues in noisy ICA, *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, vol. 11, no. 5, pp. 470–473.

Поступила в редакцію 14.09.2018, рассмотрена на редколлегии 3.10.2018

ФІЛЬТРАЦІЯ СИГНАЛІВ НА БАЗІ КУМУЛЯНТІВ

О. І. Бей

Предметом вивчення в статті є питання комплексування лінійних та нелінійних методів для вирішення прикладних задач відновлення зображень. **Ціллю** роботи є розробка алгоритму фільтрації сигналів і побудова моделі зображення. **Задачі:** розробити критерій для сигналів імпульсної форми; на базі існуючої математичної моделі формування зображення розробити ефективний алгоритм рішення. Використовуваними **методами** являються: метод оптимальної фільтрації, математичні моделі оптимізації, метод незалежного компонентного аналізу. Отримані наступні **результати**. Згідно існуючої моделі формування зображень сформульована задача вибору оптимальної структури алгоритму рішення. При побудові алгоритму розглянута можливість комплексування лінійних та нелінійних методів вирішення зворотної задачі. Розроблено критерій оптимізації для сигналів імпульсної форми, використаний при підборі ядра оптимального фільтра. Для моделей спотворених зображень наведені результати контрольних реставрацій та оцінена помилка відновлення в залежності від відношення сигнал-шум. **Висновки.** Наукова новизна отриманих результатів складається з: удосконалено метод оптимальної фільтрації на базі кумулянта другого порядку для сигналів імпульсної форми, шляхом застосування відповідного критерія. Отримана оцінка застосована для формування лінійної моделі спостереження. Вирішення отриманої системи лінійних рівнянь (СЛАУ) знайдено в рамках аналізу незалежних компонент (АНК), на базі кумулянта четвертого порядку. Побудована модель спотвореного зображення та наведені результати відновлення. Показано, що для сигналів імпульсної форми, можливо застосувати критерій зупинки ітераційного процесу на базі

похідної високого порядку. Оцінено якість фільтрації в нормі L2 в залежності від відношення сигнал-шум. Результати моделювання показують, що помилка реставрації зменшується при відношеннях більше 10. Результати досліджень, які виконані в цій роботі можуть бути використані при розробці та модернізації різноманітних радіотехнічних систем літальних апаратів.

Ключові слова: сліпий метод; незалежний компонентний аналіз; відновлення зображень; компонентний базис; число компонент; число спостережень; обернена матриця.

FILTERING SIGNALS ON THE BASE OF CUMULANTS

A. I. Bey

The **subject** of study is the integration of linear and nonlinear methods for the solution of image restoration applications. The **aim** is the development of signal filtering algorithm and image model building. The **tasks** are to develop a criterion for impulse form signals; to develop an effective solving algorithm. The applied **methods** are optimal filtering method, mathematical models of optimization, the method of independent component analysis. The results are the following: the problem of choosing the optimal structure of the algorithm is formulated, complexing of linear and nonlinear methods for solving the inverse problem is considered, the criterion of optimization for signals of the impulse form, the optimization criterion for pulse signals is selected. The criterion is applied to select the filter kernel. The results of control restorations for distorted images are presented. The recovery error is estimated as a function of the signal-to-noise ratio. **Conclusions.** The following new results are obtained: the method of optimal filtering based on a cumulant of the second order for pulsed signals has been improved by introducing an appropriate criterion. The obtained estimate is used to form a linear model of observation. The solution of the obtained system of linear equations (SLE) is found in the framework of the analysis of independent components (ICA), based on the fourth-order cumulant. A model of the distorted image is constructed and the results of the reconstruction are given. It is shown that for impulse waveforms, it is possible to apply the stopping criterion of the iterative process on the basis of higher-order derivatives. The quality of filtration in the norm of L2 is estimated depending on the signal-to-noise ratio. The simulation results show that the recovery error decreases at ratios more than 10. The results of the studies performed in this paper can be used in the development and modernization of various radio engineering systems of aircraft.

Keywords: blind method; independent component analysis; image restoration; component basis; number of components; number of observations; inverse matrix.

Бей Александр Иванович – аспирант кафедры аэрокосмических радиоэлектронных систем, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина, e-mail: BeyAI@gmail.com.

Bey Aleksandr Ivanovich – PhD student of the Chair of Aerospace Radio-Electronic Systems, National Aerospace University "Kharkiv Aviation Institute", Kharkov, Ukraine, e-mail: BeyAI@gmail.com.