УДК 629.764.062.2:517.977.14 **doi: 10.32620/aktt.2018.6.02**

В. В. АВДЄЄВ

Дніпровський національний університет ім. Олеся Гончара, Україна

СТАБІЛІЗАЦІЯ РУХУ РАКЕТИ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Предметом *вивчення в статті є забезпечення гарантованого запасу стійкості системи стабілізації (СС) руху ракети в умовах невизначеності коефіцієнтів моделі і відсутності їх стійких статистичних характеристик.* ***Метою*** *є розробка методики контролю ступеню стійкості СС при наявності обмежених відхилень коефіцієнтів рівнянь збуреного руху від номінальних величин і виборі закону регулювання виходячи із стандартних поліномів Баттерворта, де корені характеристичного поліному (ХП) розміщені на півколі вибраного радіусу.* ***Завдання:*** *формалізувати послідовність кроків контролю ступеню стійкості у множині невизначеності (МН) коефіцієнтів рівнянь при умові побудови закону регулювання для їх номінальних величин і врахування в ньому всіх координат вектору стану СС в межах прийнятої моделі. Використовуються* ***методи*** *теорії автоматичного регулювання та ітераційні процедури пошуку екстремуму функцій в багатовимірному просторі. Отримані такі* ***результати.*** *Розроблений алгоритм контролю гарантованого забезпечення заданого ступеню стійкості СС руху ракети, коли коефіцієнти її математичної моделі знаходяться в МН, тобто мають обмежені відхилення від номінальних значень. Елементом нового є побудова МН, яка формується таким чином, що при переході з її будь - якої вершини до сусідньої змінюється крайнє значення тільки одного коефіцієнта, що дає можливість прослідкувати його вплив на вибраний показник системи; а також запропонована функція, що приймає від'ємне значення в точці шестивимірного простору коефіцієнтів рівняння, де заданий ступінь стійкості не забезпечується. Використання цієї функції у порівнянні з розрахунком ітераційним шляхом коренів ХП приводить до суттєво менших витратах машинного часу. Таблиця вершин МН дозволяє також встановити сукупність похибок, при якій вибраний показник (в цій роботі ступінь стійкості СС на площині коренів ХП) приймає найменше значення.* ***Висновки.*** *Запропонований алгоритм може бути використаний для встановлення зв'язку між гарантованим ступенем стійкості і обмеженнями відхилень коефіцієнтів, коли їх стійкі статистичні характеристики відсутні або обсяг експериментальних даних недостатній.*

Ключові слова: *множина невизначеності; закон регулювання; ступінь стійкості.*

Вступ

Питанню забезпечення заданих характеристик системи управління при невизначеності її окремих параметрів присвячена значна кількість робіт, в яких переважно використовується імовірнісний підхід з використанням припущення про випадкову природу неконтрольованих збурень і достатній обсяг експериментальних даних для отримання стійких статистичних характеристик [1].

Так, наприклад, коли має місце обмежена невизначеність коефіцієнтів кореляційної функції відхилень від номінальних величин параметрів пристрою спостереження системи управління, в роботі [2] запропонований алгоритм розрахунку верхньої оцінки координат вектору помилок. Ефективність алгоритму підтверджена моделюванням процесу визначення поточного положення і швидкості рухомого об'єкту.

В навігаційній системі європейського малого супутника частина невизначених параметрів датчиків включена до вектору стану і з використанням фільтру Шмідта–Калмана знаходиться рекурсивним шляхом, при цьому є можливість отримати оцінку ефекту невизначеності решти параметрів [3].

Вимога забезпечення стійкості будь-якої системи, в тому числі і системи стабілізації (СС) руху ракети має найвищий пріоритет. Критерій «імовірність стійкості» запропонований для вибору методом варіацій основних параметрів СС на початковому етапі її розробки [4, 5]. Об'єктом дослідження є рух статично нестійкої ракети – носія в каналі рискання з врахуванням пружних деформацій корпусу та інерції виконавчого пристрою. Шляхом статистичного моделювання обсягом відповідно вибраній довірчій імовірності на площині двох коефіцієнтів закону регулювання будуються границі області стійкості, в якій вибирається рівновіддалена від них точка, що забезпечує найвищу імовірність стійкості.

Крім області на площині двох коефіцієнтів закону регулювання, запас стійкості може бути визначений на площинах коренів характеристичного поліному (ХП) – ступінь стійкості і амплітудно-фазової частотної характеристики розімкненої системи – запаси за амплітудою і за фазою [6]. Запропоновані чотири кількісних оцінок запасу стійкості на площині двох коефіцієнтів закону регулювання відносно обмежень зліва, справа, знизу і зверху, але, на відміну від робіт [4, 5], відхилення коефіцієнтів рівнянь руху від номінальних значень не прийняті до уваги.

Коли статистичні характеристики невизначених параметрів системи відсутні, для гарантованого забезпечення заданих вимог до вибраного показника беруться до уваги верхні значення відхилень і знаходиться їх сукупність, найбільш несприятлива з погляду цього показника. Верхні значення відхилень утворюють множину невизначеності (МН), розмірність і вершини якої залежать від кількості невизначених параметрів та їх крайніх величин. Зменшення розміру МН досягається проведенням послідовності експериментів [1].

Постановка задачі

Для СС руху ракети одним із основних показників є запас стійкості. Варіантом його кількісної оцінки може бути відстань від уявної осі комплексної площини до найближчого кореня ХП, яку прийнято називати ступенем стійкості.

Задача даної роботи – розробка алгоритму контролю забезпечення заданого ступеню стійкості СС при наявності відхилень параметрів ракети від номінальних значень.

В моделі СС беруться до уваги рух ракети в одній площині та інерція виконавчого пристрою. Коефіцієнти закону регулювання визначаються для номінальних величин шести параметрів МН виходячи із стандартних поліномів Баттерворта. Розміщення коренів ХП згідно Баттерворту рівномірно на півколі певного радіусу є доцільним з погляду частотної характеристики СС в інтервалі низьких частот, але залишається відкритим питання точності компенсації збурень і витрат енергії на перехідних процесах.

1. Рівняння руху

В околі певної точки траєкторії збурений рух ракети у площині рискання при дії вектору збурень $\mathbf{f}$ описується рівнянням:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{f}\,,\ \ \mathbf{x} = \left[\psi\ \dot{\psi}\ z\ \dot{z}\ \delta\ \dot{\delta}\right], \qquad (1)$$

де координатами вектору стану $\mathbf{x}$ є: кут рискання, його похідна за часом, зміщення центру мас перпендикулярно площині траєкторії, його похідна, кут повороту еквівалентного рульового органу та його похідна.

В закон регулювання лінійно входять всі координати вектору стану $\mathbf{x}$ з коефіцієнтами $k_\psi, k'_\psi,\ k_z, k'_z, k_\delta, k'_\delta$, при цьому:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ a_{\psi\psi} & 0 & 0 & 0 & a_{\psi\delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ a_{z\psi} & 0 & 0 & 0 & a_{z\delta} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \mu \cdot k_\psi & \mu \cdot k'_\psi & -\mu \cdot k_z & -\mu \cdot k'_z & \mu\delta & \mu \cdot v \end{bmatrix},$$

$$\mu = \frac{1}{T_{AC}^2}\,,\ \mu\delta = \mu \cdot (k_\delta - 1)\,,\ v = k'_\delta - \xi \cdot T_{AC}\,. \qquad (2)$$

В (2) позначено:

$a_{z\psi}, a_{\psi\delta}, a_{z\delta}, a_{\psi\psi}$ – коефіцієнти, які залежать від параметрів ракети і точки траєкторії;

T_{AC}, ξ – постійна часу і коефіцієнт демпфування виконавчого пристрою.

Розміщені на півколі радіусом ω_0 (параметр Баттерворта) корені

$$s_j = \omega_0 \cdot e^{i \cdot (\frac{17}{12}\pi - j \cdot \frac{\pi}{6})}\,;\ \ j = \overline{0,5};\quad i^2 = -1\,; \qquad (3)$$

дають ХП у вигляді:

$$Q(s) = s^6 + 3{,}8637 \cdot \omega_0 \cdot s^5 + 7{,}4641 \cdot \omega_0^2 \cdot s^4 +$$

$$+ 9{,}14162 \cdot \omega_0^3 \cdot s^3 + 7{,}4641 \cdot \omega_0^4 \cdot s^2 +$$

$$+ 3{,}8637 \cdot \omega_0^5 \cdot s + \omega_0^6\,. \qquad (4)$$

Відповідно (3) дійсна складова найближчого до уявної осі кореня ХП (4) – ступінь стійкості

$$\eta = -\omega_0 \cdot \cos(\frac{17\pi}{12}) = 0{,}259 \cdot \omega_0\,,$$

частоти коливальних складових у перехідному процесі: $0{,}259\omega_0;\ 0{,}707\omega_0;\ 0{,}966\omega_0$.

Залежність коефіцієнтів закону регулювання від параметру Баттерворта ω_0 визначається шляхом прирівнювання множників при відповідних степенях змінної комплексного типу s поліному (4) відповідним величинам, що слідують з матриці $\mathbf{a}$ (2):

$$Q(s) = \det(\mathbf{a} - s \cdot \mathbf{E_6}) = s^6 + \sum_{i=0}^{5} q_i \cdot s^i , \qquad (5)$$

де $\mathbf{E_6}$ - одинична матриця шостого порядку,

$$q_0 = \mu \cdot k_z \cdot (a_{\psi\delta} \cdot a_{z\psi} - a_{\psi\psi} \cdot a_{z\delta}) = \mu \cdot k_z \cdot g ,$$

$$q_1 = \mu \cdot k_z' \cdot g ,$$

$$q_2 = \mu\delta \cdot a_{\psi\psi} - \mu \cdot k_\psi \cdot a_{\psi\delta} + \mu \cdot k_z \cdot a_{z\delta} ,$$

$$q_3 = \mu \cdot v \cdot a_{\psi\psi} - \mu \cdot k_\psi' \cdot a_{\psi\delta} + \mu \cdot k_z' \cdot a_{z\delta} ,$$

$$q_4 = -\mu\delta - a_{\psi\psi} , \ q_5 = -\mu \cdot v .$$

Із (4), (5) зберігаючи в множниках поліному дві цифри після коми отримуємо коефіцієнти закону регулювання залежно від параметру Баттерворта ω_0 і тієї частини елементів матриці **a**, які входять в МН:

$$k_z = \frac{\omega_0^6}{\mu \cdot g} ;$$

$$k_z' = \frac{3,86\omega_0^5}{\mu \cdot g} ;$$

$$k_\psi = \frac{-a_{z\delta}\omega_0^6 + 7,46g\omega_0^2 \cdot (\omega_0^2 + a_{\psi\psi}) + ga_{\psi\psi}^2}{\mu \cdot |a_{\psi\delta}| \cdot g} ;$$

$$k_\psi' = \frac{\omega_0 \cdot (-3,86 \cdot a_{z\delta} \cdot \omega_0^4 + 9,13 \cdot g \cdot \omega_0^2 + 3,86g \cdot a_{\psi\psi})}{\mu \cdot |a_{\psi\delta}| \cdot g};$$

$$k_\delta = (-7,46\omega_0^2 + \mu - a_{\psi\psi}) / \mu ;$$

$$k_\delta' = (\mu \cdot \xi \cdot T_{ac} - 3,86\omega_0) / \mu . \qquad (6)$$

Таким чином у цьому розділі отримані співвідношення (6) між номінальними величинами тих елементами матиці **a**, що входять в МН:

$$a_{z\psi}, a_{\psi\delta}, a_{z\delta}, a_{\psi\psi}, T_{AC}, \xi ; \qquad (7)$$

параметром Баттерворта ω_0 і коефіцієнтами закону регулювання, які будуть використані для розрахунку залежності вибраного показника СС (в цій роботі ступеню стійкості η) від точки у шестивимірному просторі МН з координатами (7).

2. Ступінь стійкості в МН

На площині коренів ХП цей показник СС дорівнює найменшій величині їх дійсних частин. Аналогічно [6] його можна записати у вигляді:

$$\eta = \min(-\mathrm{Re}(s_i)), \ i = \overline{1,6} , \qquad (8)$$

де $\mathrm{Re}(s_i)$ – дійсна частина і-го кореня ХП (5).

Якщо хоч в одній точці МН результат (8) менше заданого ступеню стійкості η_g, то його гарантоване значення не забезпечується. Необхідний для визначення величини η (8) розрахунок коренів ХП шостого порядку виконується ітераційним шляхом, що негативно позначиться на ефективності алгоритму перевірки забезпечення в МН заданого ступеню стійкості. Щоб уникнути ітераційної складової алгоритму, може бути використана кінцева аналітична функція елементів (7), що входять МН:

$$\Delta f = \begin{cases} f = \prod_{i=1}^{6} \Delta_i , \text{ якщо } y = \sum_{i=1}^{6} (|\Delta_i| - \Delta_i) = 0, \\ -f, \text{ якщо } y>0, \end{cases} \qquad (9)$$

де Δ_i – і-й діагональний мінор визначника

$$\Delta = \begin{vmatrix} b_1 & b_3 & b_5 & 0 & 0 & 0 \\ b_0 & b_2 & b_4 & b_6 & 0 & 0 \\ 0 & b_1 & b_3 & b_5 & 0 & 0 \\ 0 & b_0 & b_2 & b_4 & b_6 & 0 \\ 0 & 0 & b_1 & b_3 & b_5 & 0 \\ 0 & 0 & b_0 & b_2 & b_4 & b_6 \end{vmatrix}, \qquad (10)$$

елементи якого є коефіцієнтами поліному

$$Qm(s_m) = \sum_{i=0}^{6} b_i \cdot s_m^{6-i} , \qquad (11)$$

що слідує з (5) при $s_m = s - \eta_g$.

Якщо хоч в одній точці МН функція (9) від'ємна, то забезпечення заданого ступеню стійкості η_g не є гарантованим.

З погляду витрат машинного часу на контроль забезпечення в МН заданого ступеню стійкості використання функції (9) має переваги перед альтернативним ітераційним шляхом розрахунку коренів ХП (5), вибору з них найближчого до уявної осі комплексної площини та його порівняння із заданим значенням. Такий підхід спирається на критерій стійкості Гурвіца, згідно якого корені поліному (11) знаходяться у лівій половині площини, уявна вісь якої була зміщена на η_g відносно площини коренів ХП (5), при умові додатного значення діагональних мінорів визначника (10).

Елементарні перетворення встановлюють зв'язок між коефіцієнтами поліномів (5) і (11):

$$b_0 = 1;\ b_1 = q_5 - 6\eta_g;\ b_2 = q_4 - 5q_5 \cdot \eta_g + 15\eta_g^2;$$

$$b_3 = q_3 - 4q_4 \cdot \eta_g + 10q_5 \cdot \eta_g^2 - 20\eta_g^3;$$

$$b_4 = q_2 - 3q_3 \cdot \eta_g + 6q_4 \cdot \eta_g^2 - 10q_5 \cdot \eta_g^3 + 15\eta_g^4;$$

$$b_5 = q_1 - 2q_2 \cdot \eta_g + 3q_3 \cdot \eta_g^2 - 4q_4 \cdot \eta_g^3 + 5q_5 \cdot \eta_g^4 - 6\eta_g^5;$$

$$b_6 = q_0 - q_1 \cdot \eta_g + q_2 \cdot \eta_g^2 - q_3 \cdot \eta_g^3 + q_4 \cdot \eta_g^4 - q_5 \cdot \eta_g^5 + \eta_g^6.$$

Шість коефіцієнтів (7), які описують ракету як об'єкт управління в СС і входять в матрицю **а**, відомі з відносною похибкою δa, від якої залежить умовний розмір шестивимірної МН, що має 64 вершини. З метою мати можливість визначати вплив кожного з цих коефіцієнтів на вибраний показник, вершини МН слід розташувати таким чином, щоб при переході від будь-якої з них до сусідньої змінювалося крайнє значення тільки одного коефіцієнта. Для цього вводиться 64×5 масив **ma**, вміст якого є аналогом відомого коду Грея із «нулів» та «одиниць», але «нулі» замінені на «мінус один»:

$$\mathbf{ma} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \\ 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 \\ 2 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & -1 & -1 & -1 & 1 & -1 \\ \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet \\ 63 & 1 & -1 & -1 & -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}. \qquad (11)$$

Коефіцієнт, який в переліку (7) займає j-те місце, на i-й вершині МН прийме значення

$$k_{ji} = k_{j0} \cdot (1 + \delta a \cdot ma_{ij} / 100),\ i = \overline{0,63};\ j = \overline{1,6}, \qquad (12)$$

де k_{j0} – номінальна величина j-го коефіцієнта.

Тобто відповідно до (12) і структури масиву (11) на вершині МН з номером «нуль» всі коефіцієнти (7) приймають найменші можливі значення. На наступній вершині з номером «один» коефіцієнт, що в переліку (7) записаний останнім – шостим, приймає найбільше можливе значення, тоді як решта коефіцієнтів залишаються незмінними. На вершині з номером «два» найбільше значення приймає коефіцієнт, який в переліку (7) записаний п'ятим, тоді як решта коефіцієнтів при переході до вершини «два» не змінилися. Аналогічний процес має місце при обході всіх вершин МН, яка є замкнутою. Тому при переході від вершини з найбільшим номером 63 до вершини з номером «нуль» змінює крайнє значення (від найбільшого до найменшого) тільки перший коефіцієнт в переліку (7), тоді як решта зберігають свої найменш можливі значення, тобто вершини «нуль» і «63» відрізняються тільки коефіцієнтом $a_{z\psi}$.

На вході алгоритму контролю забезпечення в МН заданого ступеню стійкості (умовна назва DST) такі величини:

- параметр Баттерворта ω_0;
- номінальні значення коефіцієнтів (7), що входять в МН;
- обмеження зверху відносної похибки коефіцієнтів (7) δa;
- обмеження знизу ступеню стійкості СС η_g;
- вибрані користувачем початкові точки пошуку в МН мінімуму функції (9).

На виході алгоритму DST:

- масив координат вершин МН і відповідних значень функцій (8, 9);
- масив початкових і кінцевих точок пошуку мінімуму функції (9) методом Левенберга і спряжених градієнтів;
- середнє значення функції (8) на вершинах МН.

Основні кроки алгоритму DST такі:

а) розрахунок коефіцієнтів закону регулювання (6) за схемою Баттерворта для номінальних величин (7), які входять в МН;

б) формування масиву координат вершин МН і відповідних значень функцій (8, 9);

в) якщо функція (9) менше нуля принаймні на одній з вершин, видається повідомлення про неможливість гарантованого забезпечення заданого значення ступеню стійкості СС при похибці δa;

г) якщо функція (9) більше нуля на всіх вершинах МН, формується масив початкових і кінцевих точок пошуку мінімуму функції (9) методом Левенберга і спряжених градієнтів;

д) якщо функція (9) менше нуля принаймні в одній з кінцевих точок пошуку, видається повідомлення про неможливість гарантованого забезпечення заданого значення ступеню стійкості СС при похибці коефіцієнтів (7) δa;

є) розрахунок середнього на вершинах МН ступеню стійкості СС, що є першим наближенням його імовірнісної оцінки.

Отримані для вхідних даних табл. 1 з використанням алгоритму DST залежності (рис. 1, 2) дають співвідношення між похибкою коефіцієнтів (7) рівнянь збуреного руху СС (1), гарантованим і середнім на вершинах МН ступенем стійкості.

Таблиця 1

Коефіцієнти моделі (1)

$a_{z\psi}$	$a_{\psi\delta}$	$a_{z\delta}$	$a_{\psi\psi}$	T_{AC}	ξ
м/с^2	с$^{-2}$	м/с^2	с$^{-2}$	с	-
-36,09	-0,295	-1,441	1,8113	0,75	0,2

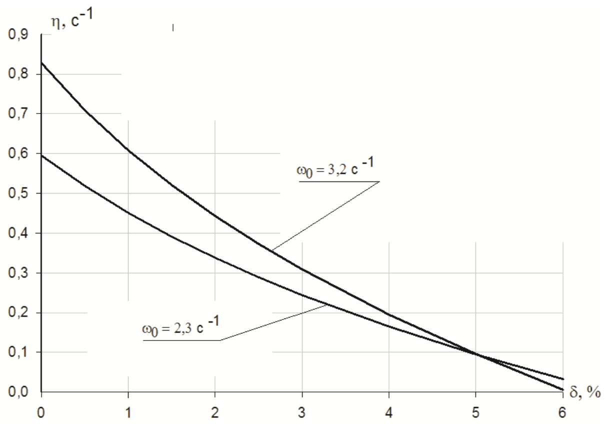

Рис. 1. Гарантований ступінь стійкості залежно від похибки коефіцієнтів моделі

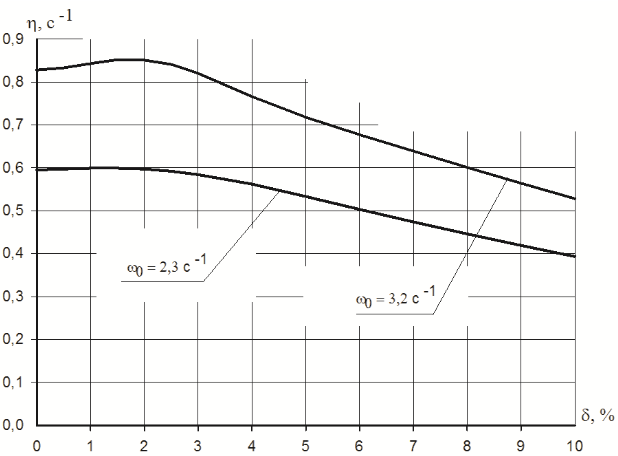

Рис. 2. Середній на вершинах МН ступінь стійкості залежно від похибки коефіцієнтів моделі

Заданий ступінь стійкості СС вважається гарантованим, коли функція (9) є додатною не тільки на всіх вершинах МН, а ще й в кінцевих точках пошуку її мінімуму виходячи із визначених вхідними даними початкових точок. Залежність функції (9) від номеру вершини МН (рис. 3) і побудова масиву **ma** (11) дають можливість встановити вплив похибки певного коефіцієнта з набору (7) на ступінь стійкості.

Висновки

1. Розроблений алгоритм контролю гарантованого забезпечення заданого ступеню стійкості СС руху ракети, коли коефіцієнти її математичної моделі знаходяться в МН, тобто мають обмежені відхилення від номінальних значень, та їх стійкі статистичні характеристики відсутні.

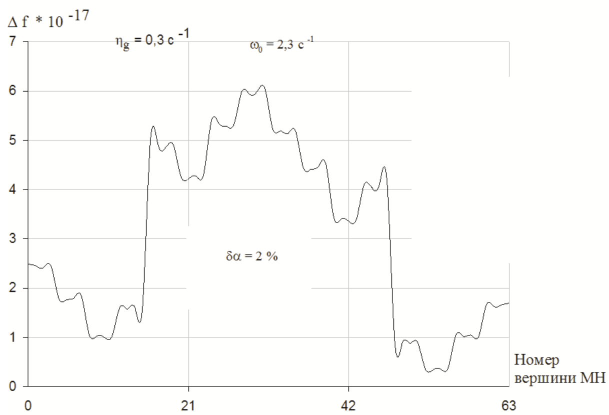

Рис. 3. Функція (9) на вершинах МН

МН коефіцієнтів побудована так, що при переході від її поточної вершини до сусідньої змінюється крайнє значення тільки одного із коефіцієнтів; це дає можливість визначати вплив його похибки на ступінь стійкості або інший показник СС.

Запропонована функція (9), що приймає від'ємне значення в точці шестивимірного простору коефіцієнтів рівняння (1), де заданий ступінь стійкості не забезпечується; переваги її використання у порівнянні з розрахунком ітераційним шляхом коренів ХП в суттєво менших витратах машинного часу.

2. Розроблений алгоритм дає можливість встановити залежність між похибкою коефіцієнтів моделі СС і гарантованим ступенем стійкості.

Наступний етап дослідження у врахуванні статистичних даних параметрів, від яких залежать коефіцієнти моделі руху.

Література

1. Кунцевич, В. М. Управление в условиях неопределенности: гарантированные результаты в задачах управления и идентификации [Текст] / В. М. Кунцевич. – К. : Наук. думка, 2006. – 264 с.

2. Langel, Steven E. Bounding Integrity Risk for Sequential State Estimators with Stochastic Modeling Uncertainty [Text] / Steven E. Langel, Samer M. Khanafseh, Boris S. Pervan // Journal of Guidance, Control, and Dynamics. – 2014. – Vol. 37, No. 1. – P. 36-46. https://doi.org/10.2514/1.62056.

3. Vandersteen, Jeroen. Robust Rocket Navigation with Sensor Uncertainties: Vega Launcher Application [Text] / Jeroen Vandersteen, Samir Bennani, Christophe Roux // Journal of Spacecraft and Rockets. – 2018. – Vol. 55, No. 1. – P. 153-166. https://doi.org/10.2514/1.A33884.

4. Савченко, А. Б. Определение эффективности метода вариаций для проектной оценки вероятности устойчивости ракет [Текст] / А. Б. Савченко, В. Г. Сухоребрый, А. А. Цветкова // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии : сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та «ХАИ». – 2013. – Вып. 59. – С. 219 – 227.

5. Сухоребрый, В. Г. Оптимизация параметров системы стабилизации ракет-носителей с помощью метода вариаций [Текст] / В. Г. Сухоребрый, А. А. Цветкова, А. Б. Шопина // Открытые информационные и компьютерные интегрированные технологии : сб. науч. тр. Нац. аэрокосм. ун-та «ХАИ». –2015. – № 68. – С. 5 – 12.

6. Авдеев, В. В. Запас устойчивости системы стабилизации вращательного движения ракеты [Текст] / В. В. Авдеев / Техническая механика. – 2016. – № 4. – С. 62 – 69.

References

1. Kuncevich, V. M. *Upravlenie v uslovijah neopredelennosti: garantirovannye rezul'taty v zadachah upravlenija i identifikacii* [Control under uncertainty: guaranteed results in control and identification tasks] Kyiv, Naukova dumka Publ., 2006. 264 p.

2. Langel, Steven E., Khanafseh, Samer M., Pervan, Boris S. Bounding Integrity Risk for Sequential State Estimators with Stochastic Modeling Uncertainty. *Journal of Guidance, Control, and Dynamics,* 2014, vol. 37, no. 1, pp. 36-46. https://doi.org/10.2514/1.62056.

3. Vandersteen, Jeroen., Bennani, Samir., Roux, Christophe. Robust Rocket Navigation with Sensor Uncertainties: Vega Launcher Application. *Journal of Spacecraft and Rockets,* 2018, vol. 55, no. 1, pp. 153-166. https://doi.org/10.2514/1.A33884.

4. Savchenko, A. B., Suhorebryj, V. G., Cvetkova, A. A. Opredelenie jeffektivnosti metoda variacij dlja proektnoj ocenki verojatnosti ustojchivosti raket [Determination of the effectiveness of the variation method for the design estimate of the probability of missile stability]. *Otkrytye informacionnye i komp'juternye integrirovannye tehnologii : sb. nauch. tr. Nac. ajerokosm. un-ta «KHAI»*, 2013, no. 59, pp. 219 – 227.

5. Suhorebryj, V. G., Cvetkova, A. A., Shopina, A. B. Optimizacija parametrov sistemy stabilizacii raket-nositelej s pomoshh'ju metoda variacij [Optimization of parameters of the launch vehicle stabilization system using the variation method]. *Otkrytye informacionnye i komp'juternye integrirovannye tehnologii*, 2015, no. 68, pp. 5 – 12.

6. Avdejev, V. V. Zapas ustoitchivosti systemy stabilizazii vrashtchatelnogo dvizgenia rakety [Margin of stability of the rotational motion of the rocket stabilization system]. *Technitcheskaja mechanika*, 2016, no. 4, pp. 62 – 69.

Поступила в редакцию 29.11.2018, рассмотрена на редколлегии 12.12.2018

СТАБИЛИЗАЦИЯ ДВИЖЕНИЯ РАКЕТЫ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

В. В. Авдеев

Предметом изучения в статье является обеспечение гарантированного запаса устойчивости системы стабилизации (СС) движения ракеты в условиях неопределенности коэффициентов модели и отсутствии их устойчивых статистических характеристик. **Цель** состоит в разработке методики контроля степени устойчивости СС при наличии ограниченных отклонений коэффициентов уравнений возмущенного движения от номинальных величин и выборе закона регулирования исходя из стандартных полиномов Баттерворта, где корни характеристического полинома (ХП) располагаются на полуокружности выбранного радиуса. **Задание:** формализовать последовательность шагов контроля степени устойчивости в множестве неопределенности (МН) коэффициентов уравнений при условии построения закона регулирования для их номинальных величин и учете в нем всех координат вектора состояния СС в пределах принятой модели. Используются **методы** теории автоматического регулирования и итерационные процедуры поиска экстремума функций в многомерном пространстве. Получены такие **результаты.** Разработан алгоритм контроля гарантированного обеспечения заданной степени устойчивости СС движения ракеты, когда коэффициенты ее математической модели находятся в МН, то есть имеют ограниченные отклонения от номинальных значений. Элементом новизны является построение МН, формируемого таким образом, что при переходе с любой его вершины к соседней изменяется крайнее значение только одного коэффициента, что даёт возможность проследить его влияние на выбранный показатель системы; а также предложена функция, принимающая отрицательное значение в точке шестимерного пространства коэффициентов уравнений, где заданная степень устойчивости не обеспечивается. Использование этой функции по сравнению с расчетом итерационным путем корней ХП приводит к существенно меньшим затратам машинного времени. Таблица вершин МН позволяет также установить совокупность ошибок, при которой выбранный показатель (в этой роботе степень устойчивости СС на плоскости корней ХП) принимает наименьшее значение. **Выводы.** Предложенный алгоритм может быть использован для установления связи между гарантированной степенью устойчивости и ограничениями отклонений коэффициентов, когда их устойчивые статистические характеристики отсутствуют или объем экспериментальных данных недостаточен.

Ключевые слова: множество неопределенности; закон регулирования; степень устойчивости.

STABILIZATION OF ROCKET MOTION UNDER UNCERTAINTY

V. V. Avdejev

The article deals with the support of the guaranteed stability factor of a stabilizing system (SS) for the rocket motion under uncertainty of coefficients in the mathematical model and absence of their stable statistical characteristics. The aim consists of development the verify methodology of SS stability degree by the presence of limited deviations of coefficients of the disturbance motion equations and choice of a control law on the basis of the standard Butterworth's polynomials where the roots of a characteristic polynomial (CP) are placed on a semicircle of the given radius. Goal: formalize the sequence of steps to control the stability degree in a set of uncertainty (SUn) coefficients of equations in conditions of control law construction for their nominal values and consider all coordinates of state vector within the limits of the accepted model. It is applied the methods of automatic control theory and iterative procedure of a function's extremum research in multidimensional space. The following results were obtained. It is developed the algorithm for verifying the guaranteed stability degree of SS for the rocket motion when the coefficients of its mathematical model are in SUn, i.e. they have limit deviations from the basic values. The element of novelty is Sun's construction that passing from any of its tops to a neighbor one, the extreme value changes in only one coefficient, that gives an opportunity to trace its influence on the selected system indicator. It was also offered a function which took on the negative value in the point of six-dimensional space of equations coefficients, where the given stability degree is not provided. The application of this function in comparison with the iterative calculation of CP roots leads to the substantially fewer expenses of machine time. The table of SUn' tops also allows to determine the constellation of errors in which the chosen indicator (the degree of SS stability on the space of CP roots) takes on the least value. Conclusions. The introduced algorithm can be applied for the correlation between the assured degree of stability and limitations of coefficient deviations when their steady statistical characteristics are absent or the volume of experimental data is insufficient.

Keywords: a set of uncertainty; control law; the degree of stability.

Авдєєв Вольт Васильович – д-р техн. наук, професор кафедри систем автоматизованого управління, Дніпровський національний університет ім. О. Гончара, Дніпро, Україна.

Avdejev Volt Vasy`l`ovy`ch – Doctor of Technical Science, Professor of Dept. of computer-aided systems in Oles Honchar Dnipropetrovsk National University, Ukraine, Dnipro, e-mail: voltavde@i.ua,
Scopus Author ID: 33156677, ORCID Author ID: 0000-0002-9986-7637.