### УДК 629.734.4

## С. В. ФИЛИПКОВСКИЙ<sup>1</sup>, Л. А. ФИЛИПКОВСКАЯ<sup>2</sup>

## <sup>1</sup> Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет, Украина <sup>2</sup> Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

## УСТОЙЧИВОСТЬ КОЛЕБАНИЙ РОТОРА С ДВУМЯ ДИСКАМИ И ДИСБАЛАНСАМИ В РАЗНЫХ ПЛОСКОСТЯХ НА ШАРИКОПОДШИПНИКАХ В ВИБРИРУЮЩЕМ ПЛАНЕРЕ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА

Разработана расчётная модель ротора с двумя дисками, закреплёнными на консольных концах вала. Дисбалансы дисков находятся во взаимно перпендикулярных плоскостях, пересекающихся по оси вала. Колебания возбуждаются одновременным действием дисбаланса ротора и вибрации опор. Исследованы устойчивые и неустойчивые режимы колебаний, когда частота вращения ротора находится в диапазоне частот вибрации опор. Анализ нелинейных колебаний ротора показал, что кроме основного резонанса на низких частотах возникают суперрезонансные колебания. На неустойчивых режимах наблюдаются седло-узловые бифуркации, приводящие к биениям.

*Ключевые слова:* ротор, дисбаланс, радиально-упорный шарикоподшипник, нелинейные колебания, резонанс, бифуркация.

### Введение

В летательных аппаратах вращающиеся роторы находят применение в приборах с гироскопами, агрегатах систем управления с электродвигателями, генераторах, турбохолодильниках, турбонасосных агрегатах и силовых установках. В шарикоподшипниках этих роторов нелинейность упругих характеристик обусловлена как нелинейностью контактных напряжений, так и закрытием и раскрытием зазоров между шариками и канавками качения. Нелинейные модели роторов на подшипниках качения были разработаны в 60-е – 70-е годы прошлого века Л. З. Новиковым, А. С. Кельзоном, К. М. Рагульскисом, Д. В. Хрониным и другими учёными [1 – 4]. Однако, теоретические исследования и подтверждающие их эксперименты были проведены для роторов энергетических машин, в которых нелинейные колебания возбуждались дисбалансом диска, несовершенствами подшипников, приобретёнными при эксплуатации дефектами подшипников, дефектами установки ротора в агрегате и параметрическим возбуждением осевой силой. Для роторов, колебания которых возбуждаются дисбалансом или несовершенствами муфт и подшипников, характерно то, что частота возмущающего воздействия равна или кратна частоте вращения ротора.

Гироскопические приборы, турбохолодильники и другие устройства с вращающимися роторами, которые выполняют важные функции, потребляют мощность малую по сравнению с мощностью двигателей. Из-за малой мощности амплитуды колебаний этих роторов малы, поэтому динамические процессы в них, как правило, рассчитывались на основе линейных моделей. Установившиеся колебания этих устройств вызываются как источниками вибраций внутри самого агрегата, например, неуравновешенностью вращающихся роторов, так и кинематическими воздействиями со стороны опор и узлов крепления агрегатов в транспортном средстве. Амплитуды этих кинематических воздействий превышают амплитуды колебаний, вызванных дисбалансом вращающегося ротора. Наложение колебаний, вызванных вращением ротора и вибрацией опор, приводит к новым неисследованным динамическим процессам.

Ротор должен быть защищены от ударов, которые могут возникнуть в результате раскрытия и закрытия зазоров между шариками и канавками качения подшипников при поперечной вибрации корпуса. Такие роторы устанавливают на радиальноупорных шарикоподшипниках с предварительным осевым натягом. Уравнения для определения нелинейной жёсткости подшипников с предварительным натягом выведены в [1], однако для выполненных в этой статье исследований они линеаризованы.

В работах [5 – 7] исследованы колебания ротора на радиально-упорных шарикоподшипниках с предварительным натягом при разных углах между линией действия контактных сил и осью подшипника и получены зависимости резонансных частот от угла контакта, обнаружены суперрезонансные режимы и потеря устойчивости при совместном действии дисбаланса и вибрации опор. В этих статьях рассмотрены колебания ротора с одним диском, расположенным несимметрично относительно опор.

В турбохолодильниках и турбонасосных агрегатах на двух концах вала закреплены турбина и вентилятор или центробежный насос, их дисбалансы могут находиться в разных плоскостях относительно оси вала. Нелинейные колебания ротора, когда ось вала и эксцентриситеты обоих дисков находятся в одной плоскости, исследованы в работе [7]. Целью настоящей работы является исследование нелинейных колебаний ротора с двумя дисками на шарикоподшипниках с предварительным натягом, вызванные одновременным действием дисбалансов обоих дисков и вибрации опор, когда дисбалансы дисков находятся в разных плоскостях, пересекающихся по оси вала.

### 1. Постановка задачи

Расчётная схема ротора показана на рис. 1. Два диска закреплены на концах короткого вала с внешних сторон от подшипников. В роторах рассматриваемых приборов и агрегатов жёсткость вала велика по сравнению с жёсткостью шарикоподшипников, поэтому вал можно считать недеформируемым твёрдым телом, а упругие деформации при колебаниях появляются в подшипниках [4].



Рис. 1. Расчётная схема ротора

Начало координат находится в центре опоры *A*, ось *z* направлена вдоль оси вала. Центры масс дисков находятся в двух взаимно перпендикулярных плоскостях, пересекающихся по оси вала. В положении на рис. 1 центр масс первого диска смещён относительно оси вращения на величину эксцентриситета a<sub>1</sub> в плоскости zAx, а второго диска – на величину эксцентриситета  $a_2$  в плоскости уАz. Координаты центров масс дисков по оси z обозначены  $\zeta_1$ и  $\zeta_2$ .

Уравнения колебаний получены путём применения уравнений Лагранжа II-го рода в работе [8]. Они записываются матричном виде следующим образом

$$\mathbf{M} \cdot \ddot{\mathbf{X}} + \mathbf{G} \cdot \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{C} \cdot \dot{\mathbf{X}} + \mathbf{K}(\mathbf{X}) = \mathbf{Q}(t), \qquad (2)$$

где М – матрица масс;

G – гироскопическая матрица;

С – матрица демпфирования;

K(X) – вектор, компонентами которого являются нелинейные функции упругих сил в подшипниках (1);

Х – вектор обобщённых координат;

 $\mathbf{Q}(t)$  – вектор правой части.

Колебания возбуждаются совместным действием сил дисбалансов двух дисков и вибрации опор, поэтому

$$\mathbf{Q}(t) = \mathbf{Q}_{\mathrm{D1}}(\Omega, t) + \mathbf{Q}_{\mathrm{D2}}(\Omega, t) + \mathbf{Q}_{\mathrm{\Pi}}(\omega, t),$$

где  $\mathbf{Q}_{D1}(\Omega, t)$  и  $\mathbf{Q}_{D2}(\Omega, t)$  – векторы сил обусловленных дисбалансами первого и второго дисков,

 $\Omega$  – угловая скорость вращения ротора,

 ${f Q}_{\Pi}(\omega,t)$  – вектор сил кинематического воздействия со стороны опор,

ω – круговая частота вибрации опор.

Первый и второй векторы правой части

$$\begin{split} \mathbf{Q}_{D1}(\Omega,t) &= m_0 a_1 \Omega^2 \times \\ &\times \begin{bmatrix} \bar{l}_{11} \cos \Omega t & \bar{l}_{12} \sin \Omega t & \bar{l}_{11} \cos \Omega t & \bar{l}_{21} \sin \Omega t & 0 \end{bmatrix}^T, \\ \mathbf{Q}_{D2}(\Omega,t) &= m_0 a_2 \Omega^2 \times \\ &\times \begin{bmatrix} \bar{l}_{21} \sin \Omega t & \bar{l}_{22} \cos \Omega t & \bar{l}_{21} \sin \Omega t & \bar{l}_{22} \cos \Omega t & 0 \end{bmatrix}^T, \\ r \mathcal{A} e & \bar{l}_{11} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\zeta_{D1}}{l} \end{pmatrix}, \quad \bar{l}_{12} = \frac{\zeta_{D1}}{l}, \quad \bar{l}_{21} = \begin{pmatrix} 1 - \frac{\zeta_{D2}}{l} \end{pmatrix}, \\ \bar{l}_{22} = \frac{\zeta_{D2}}{l}, \end{split}$$

а1 и а2 – эксцентриситеты,

 $\zeta_{D1}$   $\zeta_{D2}$  – координаты дисков на валу,

1 – расстояние между опорами вала

получаем в результате преобразования уравнений Лагранжа. Третий вектор следует записать следующим образом [9]

$$\mathbf{Q}_{\Pi}(\boldsymbol{\omega}, t) = -\mathbf{M} \cdot \mathbf{A}_{\Pi}(\boldsymbol{\omega}, t),$$

где М – матрица масс,

 $A_{\Pi}(\omega, t)$  – вектор виброускорений опор.

77

$$\mathbf{A}_{\Pi}(\boldsymbol{\omega}, t) = \begin{bmatrix} A_{\Pi x} & A_{\Pi y} & A_{\Pi x} & A_{\Pi y} & A_{\Pi z} \end{bmatrix}^{T} \sin \boldsymbol{\omega} t ,$$

где  $A_{\Pi x}$ ,...,  $A_{\Pi z}$  – амплитуды виброускорений опор.

### 2. Построение амплитудно-частотной характеристики ротора

Амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) строим в виде зависимости полуразмаха колебаний от частоты вибрации опор  $\omega$ , частоту вращения вала  $\Omega$  считаем фиксированной. Безразмерные параметры задаём следующим образом:  $x_A = x_1/z_0$ ,  $y_A = y_1/z_0$ ,  $x_B = x_2/z_0$ ,  $y_B = y_2/z_0$ ,  $z_A = z/z_0$ ,  $\overline{\omega} = \omega/\omega_1$ ,  $\tau = t \cdot \omega_1$ , где  $\omega_1$  – основная резонансная частота поперечных колебаний ротора, когда жёсткость подшипников линеаризована. Запишем уравнение (1) в виде:

$$\ddot{\mathbf{U}} = \mathbf{f} \big( \mathbf{U}, \dot{\mathbf{U}}, \tau \big), \tag{2}$$

где **f** – векторная функция,

 $U = \begin{bmatrix} x_A & y_A & x_B & y_B & z \end{bmatrix}^T$  — вектор безразмерных обобщённых координат. АЧХ строим методом продолжения по параметру, уравнения которого получены в статье [8].

Параметры ротора таковы: L = 0,192 м – длина вала; l = 0,073 м – расстояние между опорами;  $\zeta_1$  = -0,026 м – координата первого диска;  $\zeta_2$  = 0,104 м – координата второго диска; d = 0,015 м – диаметр вала; m<sub>1</sub> = 0,551 кг, I<sub>1x</sub> = 0,00075 кг·м<sup>2</sup>, I<sub>1z</sub> = 0,00136 кг·м<sup>2</sup> – масса и центральные моменты инерции первого диска; m<sub>2</sub> = 0,431 кг, I<sub>2x</sub> = 0,00050 кг·м<sup>2</sup>, I<sub>2z</sub> = 0,00099 кг·м<sup>2</sup> – масса и центральные моменты инерции второго диска.

Размеры радиально-упорных подшипников средней серии по ГОСТ 831-75 таковы:  $\alpha = 15^{\circ}$  – угол контакта;  $R_2 = 15,312$  мм – радиус внешней канавки качения;  $R_1 = 9,750$  мм – радиус внутренней канавки качения;  $R_K = 2,868$  мм – радиус поперечного сечения канавок качения;  $d_B = 5,556$  мм - диаметр шарика. Остальные параметры:  $N_B = 7$  – количество шариков;  $E = 2,1\cdot10^{11}$  Па – модуль упругости;  $\mu = 0,3$  – коэффициент Пуассона.

На опоры ротора действует виброускорение с амплитудами  $A_{\Pi x} = 0$ ,  $A_{\Pi y} = 2g$ . Эксцентриситеты дисков имеют следующие значения:  $a_1 = 0,016$  мм;  $a_2 = 0,015$  мм. Частота вращения ротора –  $f_{\Omega} = \Omega / 2\pi = 770$  Гц.

При совместном действии дисбалансов дисков и вибрации опор проявляются резонансы всех форм колебаний ротора, а также суперрезонансы с кратными частотами. АЧХ ротора показана на рис. 2. Резонансы  $\omega_5$ ,  $\omega_5/2$ ,  $\omega_5/4$  и  $\omega_5/5$  соответствуют форме колебаний, когда цапфы вала находятся с

противоположных сторон от оси симметрии подшипников и в процессе колебаний вал совершает прямую прецессию. Их частоты относятся как целые числа – 1, 1/2, 1/4 и 1/5. Резонанс  $\omega_4$  соответствует форме колебаний, когда цапфы вала находятся с противоположных сторон от оси симметрии подшипников и в процессе колебаний вал совершает обратную прецессию.



Рис. 2. Амплитудно-частотная характеристика

Резонансы  $\omega_3$  и  $\omega_3/2$  соответствуют форме колебаний, когда цапфы вала находятся с одной стороны от оси симметрии подшипников и в процессе колебаний вал совершает прямую прецессию. Их частоты относятся как 1 и 1/2.

# 3. Анализ устойчивых режимов колебаний

Траектории центров цапф на основных резонансах каждой формы колебаний близки к окружностям, как показано на рис. 3 при колебаниях на резонансе, который обозначен на рис. 2  $\omega_5$ .



Рис. 3. Траектория цапфы вала на резонансе ω<sub>5</sub>

На резонансе  $\omega_3$  траектория более сложная, как показано на рис. 4, потому, что здесь на основной резонанс накладываются суперрезонансы  $\omega_5/3$  и  $\omega_4/2$ .



Рис. 4. Траектория цапфы вала на резонансе ω<sub>3</sub>

Для кратных частот за каждый цикл колебаний цапфа описывает столько круговых петель, во сколько раз частота ниже основной частоты для этой формы, как показано на рис. 5 при колебаниях на резонансе, который обозначен на рис. 2  $\omega_5/5$ .



Рис. 5. Траектория цапфы вала на резонансе  $\omega_5/5$ 

В отличие от модели ротора, когда эксцентриситеты обоих дисков находились в одной плоскости [7] появились заметные суперрезонансы колебаний с обратной прецессией вала ( $\omega_4/3$  на рис. 2).

# 4. Анализ неустойчивых режимов колебаний

На левых ветвях резонансных пиков наблюдаются неустойчивые режимы колебаний, где наблюдается седло-узловая бифуркация периодических решений уравнения (2). В промежутках между резонансными пиками наблюдаются короткие интервалы, где наблюдается бифуркация двумерного тора [10] решений того же уравнения.

Для анализа динамики ротора на неустойчивых режимах построены переходные колебательные процессы обобщённых координат. На левых ветвях резонансных пиков наблюдаются колебания с убывающим размахом, как показано на рис. 6, где представлен график зависимости координаты  $y_B$  от времени в зоне неустойчивости на резонансе  $\omega_5$ . На рис. 7 показано отображение Пуанкаре для этого режима.



Рис. 6. Зависимость координаты у<sub>в</sub> от времени в зоне неустойчивости на левой ветви резонанса ω<sub>5</sub>



Рис. 7. Отображения Пуанкаре движений центров цапф в зоне неустойчивости на левой ветви резонанса ω<sub>5</sub>

#### Выводы

АЧХ имеет мягкую характеристику. Резонансы, соответствующие форме колебаний, когда цапфы вала находятся с противоположных сторон от оси симметрии подшипников, имеют наибольший размах. Резонансы, соответствующие форме колебаний, когда цапфы вала находятся с одной стороны от оси симметрии подшипников и в процессе колебаний вал совершает прямую прецессию – меньший размах. При этом и на левых и правых ветвях АЧХ имеются неустойчивые режимы разного типа. Исследования переходных процессов и отображений Пуанкаре для этих режимов показывают, что эти колебания непериодические с ограниченными размахами.

Анализ нелинейных колебаний ротора на радиально-упорных шарикоподшипниках с предварительным натягом с двумя дисками на консольных концах показал, что при совместном действии дисбаланса и вибрации опор возбуждаются все формы колебаний ротора. При этом колебания возникают не только на основных резонансных частотах, но и на низших частотах, относящихся как целые числа. На частотах выше основных резонансных частот не наблюдается субрезонансных и неустойчивых режимов колебаний

### Литература

1. Новиков, Л. 3. Определение собственных частот колебаний электродвигателя, связанных с нелинейной упругостью подшипников [Текст] Л. 3. Новиков // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. – 1961. – № 6. – С. 84–91.

2. Кельзон, А. С. Динамика роторов в упругих опорах [Текст] / А. С. Кельзон, Ю. П. Циманский, В. И. Яковлев. – М. : Наука, 1982. – 280 с.

3. Рагульскис, К. М. Вибрации подшипников [Текст] / К. М. Рагульскис, А. Ю. Юркаускас, В. В. Аступенас. – Вильнюс : Минтис, 1974. – 392 с.

4. Хронин, Д. В. Теория и расчет колебаний в двигателях летательных аппаратов [Текст] / Д. В. Хронин. – М. : Машиностроение, 1970. – 412 с.

5. Filipkovskii, S. V. Nonlinear Free Vibrations of Multi-Disk Rotors on Ball Bearings [Text] / S. V. Filipkovskii, K. V. Avramov // Strength of Materials. – 2013. – Vol. 45(3). – P. 316–323.

6. Filipkovskii, S. V. Stability and bifurcations of vibrations of a rotor with axially preloaded ball bearings [Text] / S. V. Filipkovskii // Strength of Materials. – 2017. – Vol. 49(2). – P. 272–279.

7. Филипковский, С.В. Нелинейные колебания ротора турбохолодильника самолёта [Текст] / С. В. Филипковский // Авиационно-космическая техника и технология. – 2015. – № 5(122). – С. 54–60.

8. Филипковский, С. В. Нелинейные колебания ротора на радиально-упорных шарикоподшипниках [Текст] / С. В. Филипковский, А. С. Беломытцев // Вестник Харьк. нац. автомобильно-дорожного унта. – 2014. – Вып. 64. – С. 66–73.

9. Timoshenko, S. P. Vibration Problems in Engineering [Text] / S. P. Timoshenko, D. H. Young, W. Weaver. – N.Y. : John Wiley & Sons, 1974. – 521 p.

10. Анищенко, В. С. Сложные колебания в простых системах [Текст] / В. С. Анищенко. – М. : Наука, 1990. – 312 с.

### References

1. Novikov, L. Z. Opredelenie sobstvennyh chastot kolebanij jelektrodvigatelja, svjazannyh s nelinejnoj uprugosť ju podshipnikov [Determination of natural frequencies of oscillations of the electric motor, connected with nonlinear elasticity of bearings]. *Izv. AN* SSSR. Mehanika i mashinostroenie, 1961, no. 6, pp. 84–91.

2. Kel'zon, A. S., Cimanskij, Ju. P., Jakovlev, V. I. *Dinamika rotorov v uprugih oporah* [Dynamics of rotors in elastic supports]. Moscow, Nauka Publ., 1982. 280 p.

3. Ragul'skis, K. M., Jurkauskas, A. Ju., Astupenas, V. V. *Vibracii podshipnikov* [Vibration of bearings]. Vil'njus, Mintis Publ., 1974. 392 p.

4. Hronin, D. V. *Teorija i raschet kolebanij v dvigateljah letatel'nyh apparatov* [Theory and calculation of oscillation of aircraft engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1970. 412 p.

5. Filipkovskii, S. V., Avramov, K. V. Nonlinear Free Vibrations of Multi-Disk Rotors on Ball Bearings. *Strength of Materials*, 2013, vol. 45, no. 3, pp. 316–323.

6. Filipkovskii, S. V. Stability and bifurcations of vibrations of a rotor with axially preloaded ball bearings. *Strength of Materials*, 2017, vol. 49, no. 2, pp. 272–279.

7. Filipkovskij, S. V. Nelinejnye kolebanija rotora turboholodil'nika samoljota [Nonlinear oscillations of the airplane cooling turbine rotor]. *Aviacijno-kosmicna tehnika i tehnologia - Aerospace technic and technology*, 2015, no. 5 (122), pp. 54–60.

8. Filipkovskij, S. V., Belomytcev, A. S. Nelinejnye kolebanija rotora na radial'no-upornyh sharikopodshipnikah [Nonlinear oscillations of the rotor on angular contact ball bearings]. *Vestnik Har'k. nac. avtomobil'no-dorozhnogo un-ta*, 2014, no. 64, pp. 66–73.

9. Timoshenko, S. P., Young, D. H., Weaver, W. *Vibration Problems in Engineering*. N.Y., John Wiley & Sons Publ., 1974. 521 p.

10. Anishhenko, V. S. *Slozhnye kolebanija v prostyh sistemah* [Complicated oscillations in simple systems]. Moscow, Nauka Publ., 1990. 312 p.

Поступила в редакцию 31.05.2018 рассмотрена на редколлегии 25.07.2018

### СТІЙКІСТЬ КОЛИВАНЬ РОТОРА З ДВОМА ДИСКАМИ І ДИСБАЛАНСАМИ В РІЗНИХ ПЛОЩИНАХ НА ШАРИКОПІДШИПНИКАХ У ВІБРУЮЧОМУ ПЛАНЕРІ ЛІТАЛЬНОГО АПАРАТУ

### С. В. Філіпковський, Л. О. Філіпковська

Розроблено розрахункову модель ротора з двома дисками, закріпленими на консольних кінцях вала. Дисбаланси дисків знаходяться у взаємно перпендикулярних площинах, що перетинаються по осі вала. Коливання збуджуються одночасною дією дисбалансу ротора і вібрації опор. Досліджено стійкі і нестійкі режими коливань, коли частота обертання ротора знаходиться в діапазоні частот вібрації опор. Аналіз нелінійних коливань ротора показав, що крім основного резонансу на низьких частотах виникають суперрезонансні коливання. На нестійких режимах спостерігаються сідло-вузлові біфуркації, що призводять до биття.

Ключові слова: ротор, дисбаланс, радіально-упорний шарикопідшипник, нелінійні коливання, резонанс, біфуркація.

### STABILITY OF OSCILLATIONS OF A ROTOR WITH TWO DISKS AND IMBALANCES IN DIFFERENT PLANES ON BALL BEARINGS IN A VIBRATING AIRFRAME OF AN AIRCRAFT

### S. V. Filipkovsky, L. A. Filipkovskaja

In cooling turbines and turbo-pumps, a turbine and a fan or a centrifugal pump are fixed on the two ends of the shaft. Their imbalances can be in different planes relative to the shaft axis. A design model of the rotor with two discs fixed to the cantilever ends of the shaft on axial preloaded angular contact ball bearings is developed. The rigidity of the shaft is large compared to the rigidity of ball bearings, so the shaft can be considered as a non-deformable body, and elastic deformations of the vibrating rotor-bearing system realize only in the bearings. Disc imbalances are in mutually perpendicular planes intersecting along the axis of the shaft. The oscillations are excited by the joint action of the imbalance of the rotor and the vibration of the supports. Steady and unstable modes of oscillations are investigated, when the rotor speed is in the vibration frequency range of the supports.

The frequency response is built in the form of the dependence of the amplitude of oscillations on the vibration frequency of the supports when the frequency of the shaft rotation is fixed. The frequency response is soft. Resonance oscillations in the mode when shaft spindles are located on the opposite side from the axis of bearings and the shaft makes a direct precession, have the highest frequency and the biggest peak-to-peak displacements. Resonance oscillations in the mode when shaft spindles are located on the same side from the axis of bearings and the shaft makes a direct precession, have the middle frequency and rather small peak-to-peak displacements. At the same time, there are unstable modes of various types on the left and right branches of the frequency response peaks. Studies of transient processes and Poincare maps for these regimes show that these oscillations led to beats with a limited peak-to-peak displacements. Analysis of the nonlinear oscillations of the rotor on axial preloaded angular contact ball-bearing with two disks at the cantilevered ends showed that under the joint action of unbalance and vibration of supports, all modes of oscillations of the rotor are excited. As a result of application of the developed model it was established that with a joint action of imbalance and vibration of supports the oscillations in all modes are excited, both on the base resonance frequencies and on the super-resonance frequencies related as integers. There are no sub-resonance and unstable oscillations at frequencies above the main resonance frequency.

Keywords: rotor, unbalance, angular contact ball bearing, nonlinear oscillations, resonance, bifurcation.

Филипковский Сергей Владимирович – канд. техн. наук, ст. науч. сотр., доц. Каф. теоретической механики и гидравлики, Харьковский нац. автомобильно-дорожный ун-т, Харьков, Украина, e-mail: svfil@inbox.ru.

Филипковская Лариса Алексеевна – канд. техн. наук, доц., доц. каф. экономики и маркетинга, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина, e-mail: la\_fil@mail.ru

**Filipkovsky Sergey Vladimirovich** – PhD, Associate professor of Dept. of Theoretical Mechanics and Hydraulics, Kharkov, Ukraine, e-mail: svfil@inbox.ru

Filipkovskaja Larisa Alekseevna – PhD, Associate professor of Dept. of Economics and Marketing, Kharkov, Ukraine, e-mail: la\_fil@mail.ru