

УДК 621.452.3.026.2:536.633

doi: 10.32620/akt.2019.1.01

М. В. АМБРОЖЕВИЧ, М. А. ШЕВЧЕНКО

Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Украина

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ИСТИННОЙ УДЕЛЬНОЙ ИЗОБАРНОЙ ТЕПЛОЁМКОСТИ КОМПОНЕНТ ВОЗДУХА И ПРОДУКТОВ СГОРАНИЯ С УЧЁТОМ ВЛИЯНИЯ ТЕМПЕРАТУРЫ И ДАВЛЕНИЯ И ЭФФЕКТА ТЕРМИЧЕСКОЙ ДИССОЦИАЦИИ

Предложены функциональные зависимости для нахождения истинной удельной изобарной теплоёмкости c_p основных компонент воздуха и продуктов сгорания углеводородных топлив (азота, кислорода, углекислого газа, водяного пара, аргона) как функции температуры и давления в широком диапазоне температур и давлений с учетом эффекта термической диссоциации на основе обработки экспериментальных данных, полученных другими авторами. Функции представляют собой сложные полиномиальные зависимости, тем не менее, удобные для практических термогазодинамических расчетов типа «подставляем в формулу температуру и давление и получаем теплоёмкость газа c_p ». Степень диссоциации любого газа, согласно правилу Дюгема для полной вариантности закрытой термодинамической системы, однозначно определяется двумя его параметрами, в данном случае, его температурой и давлением, таким образом, величина истинной теплоёмкости диссоциированного газа также детерминирована для заданных T и p . Данное обстоятельство позволило авторам статьи, имея табличные данные $c_p = f(T, p)$, при получении аналитических выражений избежать громоздких расчетов, связанных с решением системы уравнений химической кинетики с привлечением констант химического равновесия, которые, в свою очередь, также являются эмпирическими величинами. В работе предложена методика преобразования двумерных массивов, представляющих собой эмпирические значения истинных удельных изобарных теплоёмкостей компонент воздуха и продуктов сгорания газотурбинных двигателей, в функцию двух переменных, сводящаяся к нахождению уравнения сплайн-поверхности, проходящей через массив заданных точек. Также представлены различные варианты аналитических зависимостей истинной удельной изобарной теплоёмкости для вышеперечисленных веществ, полученные на основе предложенной методики в зависимости от диапазона температур и давлений: удаление от критической точки позволяет существенно упростить эти зависимости. Произведена верификация полученных зависимостей для различных диапазонов температур и давлений, проанализированы относительные погрешности c_p .

Ключевые слова: истинная удельная изобарная теплоёмкость; продукты сгорания ГТД; термическая диссоциация; влияние давления; преобразование двумерных массивов в аналитическую функцию двух переменных

Введение

В математических моделях газотурбинных двигателей (ГТД) [1 - 5] определяющим параметром рабочего тела является его удельная изобарная теплоёмкость c_p . В кинетической теории доказывается, что c_p идеального газа не зависит от температуры и давления, и равна $\frac{5}{2}R$ для одноатомного газа и $\frac{7}{2}R$ для двухатомного, если колебательным и вращательным движением внутри его молекул можно пренебречь. В действительности c_p газов с ростом температуры и давления возрастает. Исторически экспериментальные работы по определению теплоёмкости различных веществ начались задолго до

кинетической теории газов, еще во времена теории теплорода (и активно продолжают по настоящее время). Результаты этих экспериментов, естественно, имели вид таблиц, которые, также естественно, пытались привести к аналитическому виду. В первой половине XX века в условиях отсутствия какой-либо вычислительной техники для различных газов при невысоком, близком к атмосферному, давлении в интервале температур 300...1500 К широкое распространение получили полиномиальные выражения вида [6]

$$c_p = \alpha + \beta T + \gamma T^2 \quad \text{или} \quad c_p = a + bT - cT^{-2},$$

коэффициенты которых находились методом наименьших квадратов. Появление вычислительной техники позволило повысить степень аппроксимирующих полиномов до 6-й и выше [7, 8], однако

зависимостью c_p от давления традиционно пренебрегали, мотивируя это тем, что влияние давления на тепловой эффект реакции на порядок ниже, чем температуры [9 - 11].

1. Постановка проблемы, анализ публикаций, цель работы

При современном уровне развития ГТД, когда суммарная степень повышения давления в компрессоре составляет $\pi_{k\Sigma}^* = 40 \dots 50$ и сохраняется тенденция её повышения, пренебрегать влиянием давления становится недопустимо [12].

Одновременно с ростом $\pi_{k\Sigma}^*$ повышается и температура газов перед турбиной, что неизбежно приводит к эффекту термической диссоциации в продуктах сгорания ГТД [13]. Исследования по влиянию эффекта термической диссоциации на параметры рабочего процесса перспективных ГТД показывают, что его игнорирование приводит к заметным вычислительным погрешностям [14 - 17].

В последние десятилетия появились математические модели [14, 17, 18], позволяющие рассчитывать изобарную теплоемкость продуктов сгорания как функцию температуры и давления с учетом эффекта термической диссоциации. Эти расчеты трудоемки, т.к. требуют решения системы уравнений химической кинетики с привлечением констант равновесия реакций, что не всегда практично при выполнении оценочных расчетов и написании программных алгоритмов.

С другой стороны накопленный для различных газов экспериментальный материал зависимости c_p от температуры и давления дал возможность работы с таблицами-массивами [19], интерполируя в онлайн режиме значение c_p между узлами по формуле Тейлора для функции двух переменных [20]. Такой способ определения $c_p = f(T; p)$ требует хранения массивов и наличия специальных подпрограмм, работающих с ним, что не всегда удобно.

С точки зрения пользователя удобнее всего работать с аналитическими зависимостями типа «подставил – получил», пусть даже громоздкими, но универсальными для языковой среды программирования.

Целью данной работы является получение аналитических зависимостей для истинной удельной изобарной теплоемкости компонент воздуха и продуктов сгорания как функции температуры и давления с учетом эффекта термической диссоциации, позволяющих избегать как работы с таблицами и двумерными массивами данных, так и решения систем уравнений химической кинетики.

2. Методика получения аппроксимационных полиномов

В качестве исходных данных были взяты табличные величины истинных удельных теплоемкостей основных компонент воздуха и продуктов сгорания [21, 22], образующие двумерные массивы данных. Графически зависимость теплоёмкости от температуры и давления $c_p = f(T; p)$ представляет собой поверхность. В качестве примера представлены c_p азота и углекислого газа (рис. 1 и 2).

Далее приводится описание методики, позволяющей получить аналитическое выражение для $c_p = f(T; p)$, и математически сводящейся к нахождению вида функции двух переменных для двумерного массива данных.

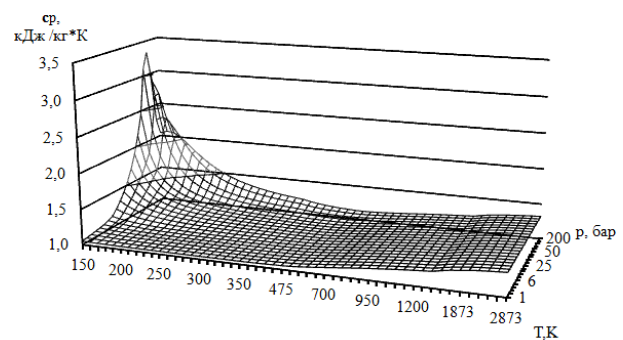


Рис. 1. Зависимость удельной изобарной теплоемкости азота от температуры и давления

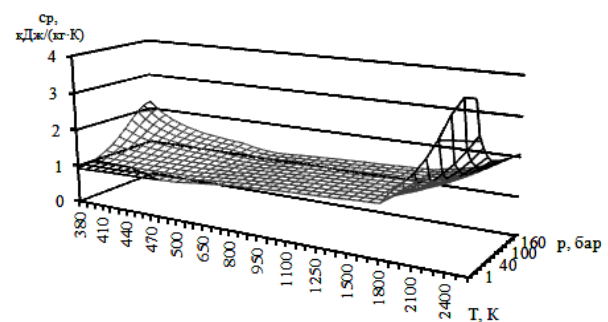


Рис. 2. Зависимость удельной изобарной теплоемкости углекислого газа от температуры и давления

Шаг 1. Фиксируя один из двух параметров, например, давление p , преобразуем исходный массив данных размером $(I_T \times m_p)$ в m_p -семейство одномерных кривых, в данном случае, изобар, каждая из которых проходит через I_T точек. В качестве аппроксимирующей кривой можно использовать полином 6-й степени

$$c_p(T) \Big|_{p=\text{const}} = \sum_{i=0}^6 a_i T^i.$$

Шаг 2. Теперь совокупность каждого из семи полученных коэффициентов a_i представляет собой одномерный массив размером m_p , который может быть описан, к примеру, полиномом 4-ой степени, или какой-либо иной зависимостью, но уже от другого, ранее зафиксированного параметра, в данном примере, давления (способ I):

$$a_i = \sum_{j=0}^4 b_j p^j.$$

Задача нахождения $c_p = f(T; p)$ упрощается до одного шага в том случае, если теплоемкость линейно зависит от давления. В этом случае вместо поиска функциональных зависимостей для двух коэффициентов можно найти зависимость тангенса угла наклона прямой $\left(\frac{\partial c_p}{\partial p} \right)_T$ от температуры, взяв за базовое значение теплоёмкости при давлении 1 бар $c_p(T)_{p_0=1 \text{ бар}}$, другими словами, использовать уравнение прямой, проходящей через заданную точку с известным тангенсом угла наклона.

Такой подход (способ II) позволяет уменьшить количество искоемых коэффициентов до одного, но при этом также снижается «рабочий» диапазон зависимости $c_p = f(T; p)$, т.к. «линейность» $c_p = f(p)$ наблюдается только вдали от критического состояния вещества. При приближении к критической точке и, вообще, линии насыщения, c_p любого вещества резко возрастает в силу того, что фазовый переход протекает изобарно-изотермически ($c_p \rightarrow \infty$).

Для азота, аргона и кислорода критическая точка находится в области низких температур (соответственно, $T_{кр} = 126,2 \text{ К}; 150,7 \text{ К}; 154,6 \text{ К}$), в то время как для углекислого газа и паров воды критические температуры значительно выше: $T_{кр} = 304,2 \text{ К}; 647,3 \text{ К}$, что создаёт трудности в процессе аппроксимации.

Термическая диссоциация газа приводит к росту c_p . Для всех газов степень диссоциации растет с ростом температуры и уменьшается с ростом давления. В равновесном состоянии степень диссоциации газа однозначно определяется его температурой и давлением, что позволило в данной работе уйти от вычисления степени диссоциации в каждой точке, напрямую используя эмпирические значения истинных изобарных теплоёмкостей диссоциированных газов, приведенных в [11].

В данной работе для описания $c_p = f(T; p)$ помимо линейных и полиномиальных, использовались рациональные и др. функции.

Рабочий диапазон. Для низкокипящих газов (N_2, O_2, Ar) выражения для c_p получены в диапазоне температур от 150 до 2600 К и давлений от 0,1 до 200 бар. Нижние границы по температуре и давлению позволяют описывать c_p воздуха на верхней границе тропосферы на высоте порядка 10 км, для высококипящих газов (CO_2, H_2O) нижняя граница рабочего диапазона сдвигается в сторону более высоких температур – 400 К для CO_2 и 700 К для H_2O .

3. Результаты аппроксимаций

3.1. Истинная удельная изобарная теплоёмкость азота

Для азота в диапазоне давлений $p = 0,1 \dots 200$ бар и температур $T = 150 \dots 2870$ К получены полиномиальные зависимости 4-го порядка для семейства изотерм $c_p \Big|_{T=\text{const}} = f(p)$

$$c_p \Big|_{T=\text{const}} = \sum_{j=0}^4 X_j p^j, \quad (1)$$

где $\{X_j\}$ - коэффициенты, зависящие только от T .

Коэффициент X_0 описывается полиномом 6-го порядка и имеет вид

$$X_0 = \sum_{i=0}^6 a_i T^i. \quad (2)$$

Коэффициенты a_i полинома (2) для N_2 представлены в таблице 1.

Таблица 1

Коэффициенты a_i полинома (2) $X_0(T)$ для N_2

Коэффициенты	Значение
a_0	1,17485346 E+00
a_1	-1,00362980 E-03
a_2	2,41548607 E-06
a_3	-2,26418817 E-09
a_4	1,07944740 E-12
a_5	-2,58998975 E-16
a_6	2,47848087 E-20

Остальные коэффициенты $\{X_j\}$, $j = 1, 2, 3, 4$ полинома (1) описываются рациональной функцией («Rational Model») вида

$$X_j = \frac{a_j + b_j T}{1 + c_j T + d_j T^2}. \quad (3)$$

Коэффициенты a_j, b_j, c_j, d_j уравнения (3) представлены в таблице 2.

Таблица 2

Коэффициенты a_j, b_j, c_j, d_j уравнения (3), описывающие $\{X_j\}, j = 1, 2, 3, 4$ уравнения (1) для N_2

j	X_1	X_2	X_3	X_4
a_j	-1,135383459 E-03	3,455484448 E-05	-3,091140829 E-07	7,634837423 E-10
b_j	6,421029505 E-06	-1,225542135 E-07	1,116149284 E-09	-2,920723149 E-12
c_j	-1,144002151 E-02	-1,311713799 E-02	-1,323947412 E-02	-1,326425980 E-02
d_j	3,327677283 E-05	4,365761243 E-05	4,436704709 E-05	4,444797637 E-05

Погрешность аппроксимации Δc_p , рассчитываемая по формуле

$$\Delta c_p = \frac{c_{p\text{табл}} - c_{p\text{расч}}}{c_{p\text{табл}}} \cdot 100 \%, \quad (4)$$

представлена на рис. 3.

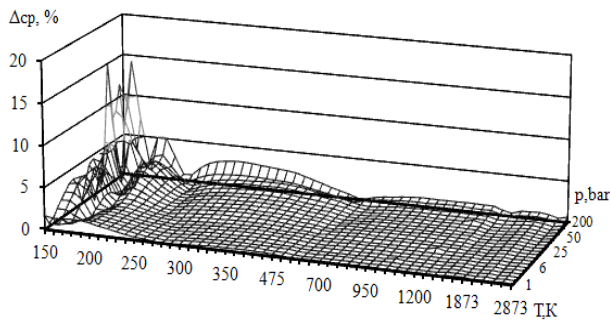


Рис. 3. Погрешность аппроксимации Δc_p для N_2 в диапазоне $p=0,1 \dots 200$ бар и $T=150 \dots 2870$ К; способ аппроксимации I

Из рисунка 3 видно, что во всем рабочем диапазоне давлений $p=0,1 \dots 200$ бар и температур $T=210 \dots 2600$ К погрешность не превышает 3 %.

Погрешность достигает своего максимума $\Delta c_{p\text{max}} = 15 \%$ вблизи критической точки N_2 ($p_{\text{кр}}=34,0$ бар, $T_{\text{кр}}=126,2$ К) в области $p=50 \dots 200$ бар и $T=150 \dots 170$ К.

В силу низкой $T_{\text{кр}}$ для азота рабочий диапазон N_2 по температурам далек от критической точки, можно использовать линейную зависимость c_p от давления (способ аппроксимации II) для диапазона $p=0,1 \dots 200$ бар и $T=210 \dots 2870$ К, в то время как зависимость от температуры описывается полином 6-й степени:

$$c_p(T;p) = \left(1 + \frac{\alpha}{T^\beta} (p-1) \right) \cdot c_p(T)_{p=1}, \quad (5)$$

где $\alpha = 1434,2; \beta = 2,421$ для азота, $c_p(T)_{p=1}$ – полином 6-й степени, описывающий истинную удельную изобарную теплоемкость N_2 при давлении $p = 1$ бар, коэффициенты которого приведены в таблице 3

$$c_p(T)_{p=1} = \sum_{i=0}^6 e_i T^i. \quad (6)$$

Таблица 3

Коэффициенты e_i полинома (6) для N_2

Коэффициенты	Значение
e_0	1,14552 E00
e_1	-7,80728 E-04
e_2	1,87175 E-06
e_3	-1,66208 E-09
e_4	7,46404 E-13
e_5	-1,69530 E-16
e_6	1,55002 E-20

Давление в выражениях (1), (5) и далее подставляется в барах.

Погрешность аппроксимации Δc_p , рассчитываемая по формуле (4), представлена на рис. 4.

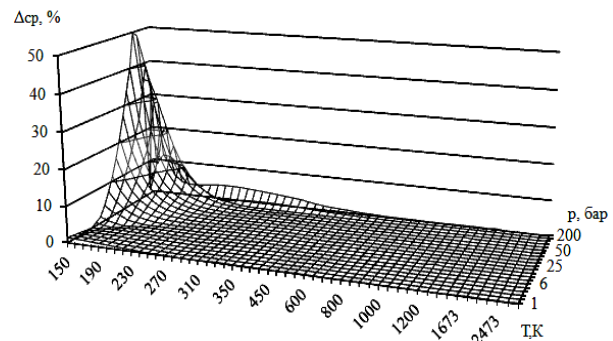


Рис. 4. Погрешность аппроксимации Δc_p для N_2 в диапазоне $p=0,1 \dots 200$ бар и $T=150 \dots 2870$ К; способ аппроксимации II

Из рисунка 4 видно, что во всем рабочем диапазоне давлений $p=0,1 \dots 200$ бар и температур $T=210 \dots 2600$ К погрешность Δc_p не превышает 8 %, а для диапазона температур $T=230 \dots 2873$ К $\Delta c_p \leq 4 \%$.

Погрешность аппроксимации достигает максимальных значений ($\Delta c_{p\text{max}} = 30 \dots 50 \%$) в области $p=60 \dots 150$ бар при $T=150 \dots 170$ К.

3.2. Истинная удельная изобарная теплоёмкость кислорода

По физическим свойствам кислород близок к азоту, что позволяет использовать те же функцио-

нальные зависимости $c_p = f(T; p)$, только с другими коэффициентами (см. п. 3.1).

Для удельной изобарной теплоемкости O_2 применена зависимость (1) в диапазоне давлений $p=0,1 \dots 200$ бар и температур $T=210 \dots 2870$ К.

Коэффициент X_0 имеет вид полинома 6-й степени (2), коэффициенты a_i которого представлены в таблице 4.

Таблица 4

Коэффициенты a_i полинома X_0 (2) для O_2

Коэффициенты	Значение
a_0	0,98385150 E-00
a_1	-7,6146563 E-04
a_2	2,5764693 E-06
a_3	-2,9214980 E-09
a_4	1,5918665 E-12
a_5	-4,1981774 E-16
a_6	4,3001536 E-20

Коэффициент X_1 описывается уравнением (3) («Rational Model»), его коэффициенты a_i, b_i, c_i, d_i представлены в таблице 5.

Коэффициенты X_2, X_3, X_4 описываются моделью логистической регрессии («Logistic Power») вида

$$X_1 = \frac{a_i}{1 + \left(\frac{T}{b_i}\right)^{c_i}} \quad (7)$$

Значения коэффициентов a_i, b_i, c_i , аппроксимирующие зависимости $\{X_i\}$ от T для O_2 уравнения (7), представлены в таблице 5.

Погрешность аппроксимации Δc_p , рассчитываемая по формуле (4) представлена на рис. 5.

Из рис. 5 видно, что при $p=0,1 \dots 60$ бар и $T=210 \dots 2870$ К, $\Delta c_p \leq 1\%$. При $p=60 \dots 200$ бар и $T=210 \dots 260$ К $\Delta c_p = 3 \dots 10\%$ ($\Delta c_p = 29\%$ при $p=200$ бар и $T=210$ К). При $p=150 \dots 200$ бар и $T=330 \dots 1300$ К, $\Delta c_p = 2 \dots 5\%$.

Вторым способом для O_2 в диапазоне $p=1 \dots 200$ бар и $T=210 \dots 2870$ К получена аппроксимационная зависимость вида (5), для которой

$\alpha = 1418; \beta = 2,412$, $c_p(T)_{p=1}$ – полином 6-й степени, так же описывающий истинную удельную изобарную теплоемкость O_2 при давлении $p = 1$ бар по формуле (6), коэффициенты которого представлены в таблице 6.

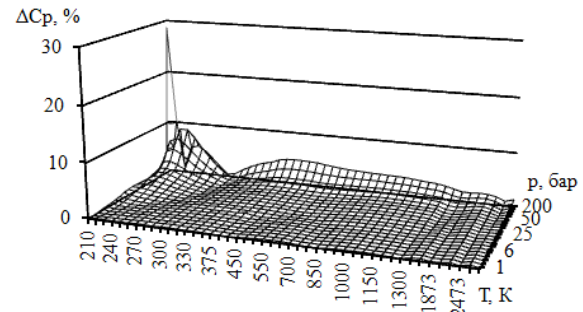
Рис. 5. Погрешность аппроксимации Δc_p для O_2 в диапазоне $p=0,1 \dots 200$ бар, $T=210 \dots 2870$ К; способ аппроксимации I

Таблица 6

Коэффициенты a_i полинома (6) для O_2

Коэффициенты	Значение
a_0	9,41626 E-01
a_1	-4,90884 E-04
a_2	1,99973 E-06
a_3	-2,37238 E-09
a_4	1,34346 E-12
a_5	-3,70413 E-16
a_6	3,99917 E-20

Для этого случая погрешность аппроксимации Δc_p , рассчитываемая по формуле (4), представлена на рис. 6.

Из рис. 6 видно, что при давлениях $p=1 \dots 200$ бар и температурах $T=270 \dots 2873$ К $\Delta c_p \leq 7\%$.

Использование зависимости (8) (линейная зависимость теплоёмкости от давления) в диапазоне $T=210 \dots 250$ К нецелесообразно, поскольку при давлениях $p=50 \dots 200$ бар погрешность $\Delta c_p \geq 10\%$, достигая максимума $\Delta c_{p_{max}} = 32\%$ при давлении $p=200$ бар.

Таблица 5

Коэффициенты a_i, b_j, c_j, d_j уравнений (3) и (7), описывающие $\{X_i\}$ уравнения (1) для O_2

	X_1	X_2	X_3	X_4
a	-1,291908919 E-03	4,126191429 E-03	-1,849044766 E-05	3,039810629 E-08
b	6,546916559 E-06	1,741495121 E+02	1,820887581 E+02	1,859865111 E+02
c	-1,099372734 E-02	2,282177425 E+01	3,328776385 E+01	5,430684431 E+01
d	3,033247349 E-05			

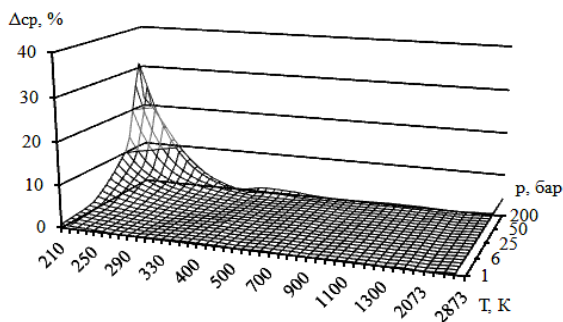


Рис. 6. Погрешность аппроксимации Δc_p для O_2 , в диапазоне $p=1 \dots 200$ бар и $T=210 \dots 2870$ К; способ аппроксимации II

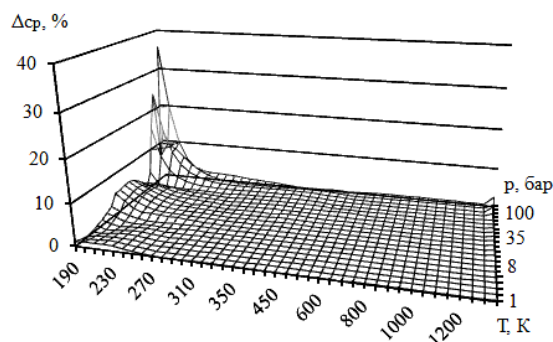


Рис. 7. Погрешность аппроксимации Δc_p для Ar, в диапазоне $p=1 \dots 200$ бар и $T=190 \dots 1300$ К способ I

3.3. Истинная удельная изобарная теплоёмкость аргона

Аргон – одноатомный газ, для давления 1 бар и выше учет диссоциации необходим при температурах выше 5000 К [11]. Поэтому, для аргона в диапазоне давлений $p=1 \dots 200$ бар и температур $T=190 \dots 1300$ К приемлема линейная зависимость удельной изобарной теплоемкости от давления. Вдоль изотерм можно записать

$$c_p|_{T=\text{const}} = X_0 + X_1 \cdot p. \quad (8)$$

Коэффициент $X_0=f(T)$ описывается моделью «Dr Hill-Zerobackground» в виде

$$X_0 = a_0 + \frac{b_0 \cdot T^{c_0}}{d_0^{c_0} + T^{c_0}}. \quad (9)$$

Коэффициент $X_1 = f(T)$ аппроксимируется рациональной моделью (3).

Коэффициенты a_i, b_i, c_i, d_i уравнений (3) и (9), аппроксимирующие коэффициенты X_0 и X_1 уравнения (8) для Ar, представлены в таблице 7.

Таблица 7

Коэффициенты a_i, b_i, c_i, d_i уравнений (3) и (9), описывающие X_0 и X_1 уравнения (10) для Ar

Коэффициенты	X_0	X_1
a	5,113875538E-01	1,353311125E-3
b	9,485408907E-03	9,334704224E-7
c	1,967119450E+01	-1,302768049E-2
d	2,472614084E+02	4,732546902E-5

Погрешность аппроксимации Δc_p для аргона представлена на рис. 7.

Из рис. 7 видно, что практически на всем рабочем диапазоне $\Delta c_p < 2\%$, и только в области низких температур от 190 до 200 К и высоких давлений $p=80 \dots 200$ бар наблюдаются «всплески» погрешности, достигающей максимума $\Delta c_{p_{\text{max}}} = 38\%$ при $p = 200$ бар и $T = 210$ К.

Иначе коэффициенты X_0 и X_1 уравнения (8) можно записать полиномами 6-й степени вида (2), полиномиальные коэффициенты которых a_i представлены в таблице 8.

Таблица 8

Коэффициенты полинома (2) для X_0 и X_1 уравнения (8) для Ar

Коэффициенты	X_0	X_1
a_0	3,8552028131E-1	3,86799652E-2
a_1	1,2621680194E-3	-3,39272814E-4
a_2	-4,6085746669E-6	1,2108595E-6
a_3	8,4972243889E-9	-2,21920621 E-9
a_4	-8,4024021453 E-12	2,19770021 E-12
a_5	4,2499200354 E-15	-1,11699435 E-15
a_6	-8,634491379 E-19	2,28349314 E-19

Для этого случая погрешность аппроксимации Δc_p для Ar представлена на рис. 8.

Из рис. 8 видно, что практически на всем рабочем диапазоне $\Delta c_p < 1\%$, и только в области высоких давлений $p > 100$ бар и низких температур $T < 230$ К наблюдаются погрешности 3 ... 5%, достигающие максимума $\Delta c_{p_{\text{max}}} = 32\%$ при $p = 100$ бар и $T = 190$ К – в этой области сказывается влияние критического состояния Ar, приводящее к росту теплоемкости вещества.

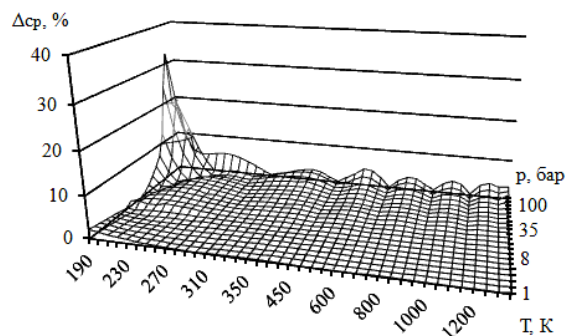


Рис. 8. Погрешность аппроксимации Δc_p для Ag, в диапазоне по $p=1 \dots 200$ бар и $T=190 \dots 1300$ К способ II

3.4. Истинная удельная изобарная теплоёмкость паров воды

Аппроксимация c_p паров воды оказалась наиболее сложной из-за высоких значений температуры и давления в критической точке с одной стороны и низкой температуры начала диссоциации с другой. По этой причине представилось целесообразным аппроксимировать c_p отдельно для двух диапазонов температур – от 640 до 1250 К (отсутствие диссоциации H_2O) и от 1250 до 3200 К (наличие диссоциации).

Для диапазона давлений $p=0,1 \dots 200$ бар и температур $T=640 \dots 1250$ К вдоль изотерм удельная изобарная теплоемкость аппроксимируется полиномом 5-го порядка и имеет вид

$$c_p|_{T=\text{const}} = \sum_{i=0}^5 X_i p^i, \quad (10)$$

где $\{X_i\}$ – коэффициенты полинома (10), зависящие только от T .

Коэффициенты полинома X_0, X_1, \dots, X_4 описываются рациональной функцией («Rational Model») в виде (3), а коэффициент X_5 – полиномом 3-го порядка

$$X_5(T) = a + b \cdot T + c \cdot T^2 + d \cdot T^3. \quad (11)$$

Коэффициенты a_i, b_i, c_i, d_i , аппроксимирующие коэффициенты X_i полинома (10) моделями (3) и (11), представлены в таблице 9.

Погрешность аппроксимации c_p для паров воды в диапазоне температур 640 ... 1250 К представлена на рисунке 9.

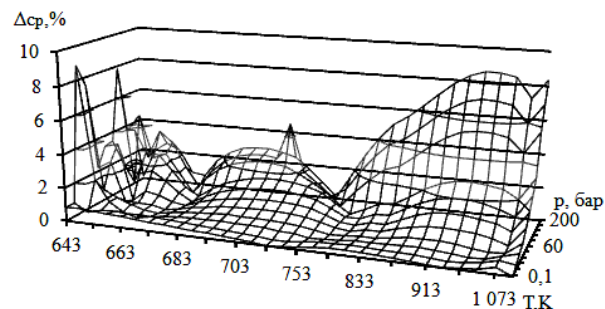


Рис. 9 Погрешность аппроксимации Δc_p для H_2O , в диапазоне $p=0,1 \dots 200$ бар и $T=640 \dots 1250$ К способ аппроксимации I

Из рис. 9 видно, что на всей области аппроксимации погрешность $\Delta c_{p_{\text{max}}}$ не превышает 10 %.

Для диссоциированных паров воды в диапазоне давлений $p=0,1 \dots 400$ бар и температур $T=1250 \dots 3200$ К истинная удельная изобарная теплоёмкость c_p удовлетворительно аппроксимируется моделью Хёрла («Hoerl Model»)

$$c_p(T; p) = A \cdot B^p \cdot p^C. \quad (12)$$

Коэффициенты A, B и C уравнения (12) зависят только от T и описываются полиномом 4-го порядка

$$Y_j(T) = \sum_{i=0}^4 a_i T^i, \quad (13)$$

где $\{Y_j\} = \{A, B, C\}$.

Коэффициенты a_i , аппроксимирующие $\{Y_j\}$ уравнения (13), представлены в таблице 10.

Таблица 9

Коэффициенты a_i, b_i, c_i, d_i , аппроксимирующие $\{X_i\}$ полинома (10) рациональной функцией (3)

	a_i	b_i	c_i	d_i
X_0	1,453213318 E-12	-2,079258732 E-15	-3,143506069 E-03	2,470507040 E-06
X_1	-5,785666956 E-10	8,363836604 E-13	-3,140210222 E-03	2,465340071 E-06
X_2	7,723229355 E-08	-1,113604868 E-10	-3,141145490 E-03	2,466793005 E-06
X_3	-6,707065579 E-06	9,946812801 E-09	-3,141176416 E-03	2,466852165 E-06
X_4	-2,064520524 E-03	3,448562361 E-06	-4,114171598 E-03	3,987225050 E-06
X_5	4,005057356 E-01	4,661009215 E-03	-4,317129127 E-06	1,536778262 E-09

Таблица 10

Коэффициенты a_i уравнения (13), аппроксимирующие коэффициенты А, В и С уравнения (12)

	А	В	С
a_0	-7,952556074 E+00	1,004302589 E+00	-2,786461546 E-01
a_1	2,085166929 E-02	-4,772383872 E-06	2,569945824 E-04
a_2	-1,422998225 E-05	3,451937253 E-10	1,221581121 E-07
a_3	3,354738220 E-09	9,965608978 E-13	-1,567195920 E-10
a_4	1,392682656 E-14	-2,222863305 E-16	2,854252305 E-14

Погрешность аппроксимации представлена на рисунке 10.

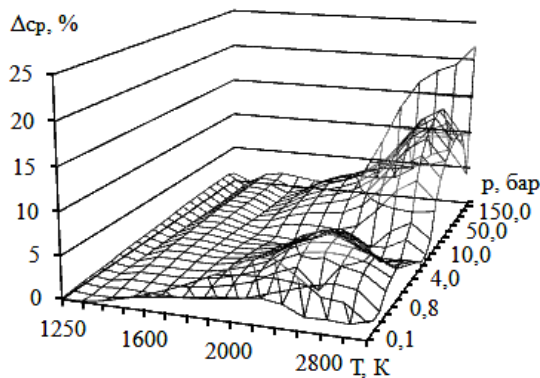


Рис. 10. Погрешность аппроксимации Δc_p для H_2O , в диапазоне $p=0,1 \dots 400$ бар и $T=1250 \dots 3200$ К способ аппроксимации I

Из рис. 10 видно, что для температур, ниже 2200 К, погрешность Δc_p не превышает 5 %. Начиная с $T=2200$ К погрешность растет и достигает $\max \Delta c_{p_{\max}} = 22\%$ на границе расчетной области при $p=400$ бар и $T=3200$ К.

Недостатком разбивки на два участка является некоторая «несстыковка» значений c_p на границе двух интервалов $T=1250$ К. Избежать этого возмож-

но только применяя единую формулу для всего диапазона.

Иначе зависимость $c_p = f(T; p)$ для паров воды может быть описана универсальной моделью «полином в полиноме», как это было показано в описании метода в начале статьи. Сначала получаем семейство изобар, удельная изобарная теплоёмкость вдоль которых аппроксимируется полиномами шестой степени от температуры

$$c_p \Big|_{p=\text{const}} = \sum_{j=0}^6 Y_j T^j, \quad (14)$$

а затем каждый полиномиальный коэффициент $\{Y_j\}$ аппроксимируем кубическим полиномом от давления

$$Y_j(T) = \sum_{i=0}^3 a_i p^i. \quad (15)$$

В этом случае $c_p = f(T; p)$ для H_2O удаётся описать единой для всего температурного диапазона формулой, естественно, с некоторой потерей точности на границах рабочей области.

Коэффициенты a_i для Y_j уравнения (15) представлены в таблице 11.

Погрешность аппроксимации c_p для паров воды в диапазоне температур 700 ... 2600 К представлена на рис. 11.

Таблица 11

Коэффициенты a_i уравнения (15), аппроксимирующие коэффициенты $\{Y_j\}$ полинома (14)

	a_0	a_1	a_2	a_3
Y_0	3,72130648 E+00	6,09794432 E-02	2,78477950 E-04	2,62005726 E-06
Y_1	-7,87119929 E-03	-1,71071169 E-04	-1,00020581 E-06	-8,81134559 E-09
Y_2	1,29672771 E-05	2,01838542 E-07	1,37761696 E-09	1,18862334 E-11
Y_3	-9,10704008 E-09	-1,37861935 E-10	-8,46198559 E-13	-8,50288119 E-15
Y_4	2,89749137 E-12	6,25166859 E-14	1,83292082 E-16	3,53086519 E-18
Y_5	-3,26763999 E-16	-1,67716888 E-17	1,20919120 E-20	-8,04176721 E-22
Y_6	1,10942242 E-20	1,50509665 E-21	-2,90837997 E-24	6,71382535 E-26

Из рис. 11 видно, что практически на всем рабочем диапазоне $\Delta c_p < 1\%$, и только в области низких давлений $p < 1$ бар и высоких температур $T > 1500$ К наблюдаются погрешности $\Delta c_p > 5\%$, достигающие своего максимума $\Delta c_{p \max} = 55,5\%$ при $p=0,1$ бар и $T=2600$ К.

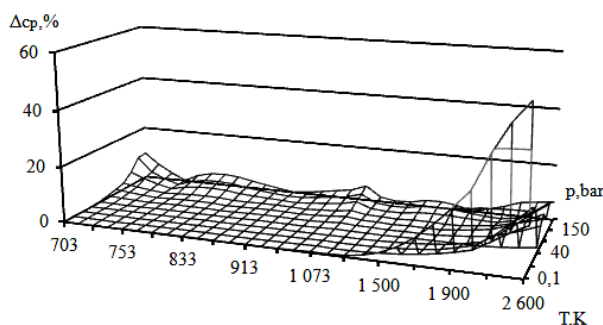


Рис. 11. Погрешность аппроксимации для H_2O , в диапазоне $p=0,1 \dots 200$ бар и $T=700 \dots 2600$ К способ аппроксимации I

3.5. Истинная удельная изобарная теплоёмкость углекислого газа

Для CO_2 зависимость $c_p = f(T; p)$ вида «полином в полиноме» для диапазона давлений $p=1 \dots 200$ бар и температур $T=390 \dots 2600$ К была получена так же, как для паров H_2O (см. п. 3.4). Здесь нижняя граница температурного диапазона, как и в случае H_2O , ограничена критической температурой, составляющей для CO_2 $T_{кр}=304,2$ К.

Удельная изобарная теплоёмкость CO_2 вдоль изобар аппроксимируется полиномами пятой степени от температуры

$$c_p|_{p=\text{const}} = \sum_{j=0}^5 Y_j T^j, \quad (16)$$

а затем каждый полиномиальный коэффициент $\{Y_j\}$ аппроксимируется полиномом 6-го порядка от давления

$$Y_j(T) = \sum_{i=0}^6 a_i p^i. \quad (17)$$

Коэффициенты a_i уравнения (17) для $\{Y_j\}$ уравнения (16) представлены в таблице 12.

Погрешность аппроксимации представлена на рис. 12.

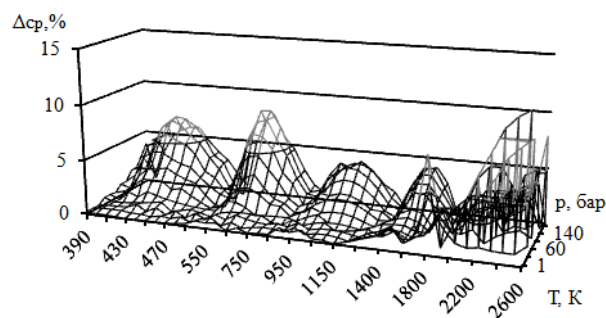


Рис. 12. Погрешность аппроксимации Δc_p для CO_2 , в диапазоне $p=1 \dots 200$ бар и $T=390 \dots 2600$ К способ аппроксимации I

Также для углекислого газа были получены две альтернативные зависимости $c_p = f(T; p)$ с меньшим количеством аппроксимирующих коэффициентов. Для диапазона давлений $p = 1 \dots 200$ бар и температур $T = 440 \dots 1800$ К зависимость вида (5) имеет для CO_2 значения коэффициентов $\alpha = 40759$; $\beta = 2,754$, $c_p(T)_{p=1}$ – полином 4-й степени, описывающий истинную удельную изобарную теплоёмкость CO_2 при давлении $p = 1$ бар, коэффициенты которого приведены в таблице 13.

$$c_p(T)_{p=1 \text{ бар}} = \sum_{i=0}^4 a_i T^i. \quad (18)$$

Погрешность аппроксимации при использовании уравнения (20) представлена на рис. 13.

Таблица 12

Коэффициенты a_i уравнения (17), аппроксимирующие коэффициенты $\{Y_j\}$ уравнения (16)

	a_0	a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6
Y_0	2,039177506 E-01	3,778692716 E-03	-7,999577879 E-06	1,052717691 E-08	-7,587121620 E-12	2,658838680 E-15	-3,408673189 E-19
Y_1	5,158916222 E-02	-3,045265412 E-04	7,388788998 E-07	-9,224711889 E-10	6,140246672 E-13	-2,026341930 E-16	2,526330393 E-20
Y_2	1,611004043 E-05	-9,937532295 E-08	2,401932965 E-10	-2,927782176 E-13	1,895088498 E-16	-6,110020795 E-20	7,512383702 E-24
Y_3	-1,029642891 E-03	6,775455393 E-06	-1,735375108 E-08	2,224236798 E-11	-1,499196077 E-14	4,979046010 E-18	-6,235261470 E-22
Y_4	-6,820993797 E-08	4,297034312 E-10	-1,059662323 E-12	1,313768636 E-15	-8,620109566 E-19	2,807777837 E-22	-3,476054695 E-26
Y_5	7,323524876 E-11	-5,106669842 E-13	1,373170166 E-15	-1,823684483 E-18	1,260737533 E-21	-4,262116081 E-25	5,401552597 E-29

Таблица 13

Коэффициенты a_i полинома (18) для CO_2 при давлении $p = 1$ бар в интервале температур $T=440 \dots 1800$ К

Коэффициенты	Значение
a_0	4,94213 E-01
a_1	1,50811 E-03
a_2	-1,13139 E-06
a_3	4,29299 E-10
a_4	-6,58030 E-14

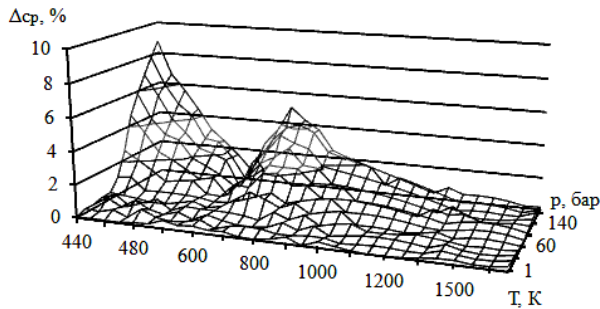


Рис. 13. Погрешность аппроксимации Δc_p для CO_2 , в диапазоне $p=1 \dots 200$ бар и $T=440 \dots 1800$ К способ аппроксимации II

Для диапазона по $p=1 \dots 200$ бар и $T=1800 \dots 2600$ К зависимость истинной удельной изобарной теплоёмкости углекислого газа можно представить и в таком виде

$$c_p(T;p) = (a_0 + a_1 T + a_2 T^2) \cdot p^{(b_0 + b_1 T)}, \quad (19)$$

коэффициенты a_i и b_i которого представлены в таблице 14.

Таблица 14

Коэффициенты a_i и b_i уравнения (19) для c_p CO_2 в диапазоне $p=1 \dots 200$ бар и $T=1800 \dots 2600$ К

Коэффициенты	Значение
a_0	1,2107583074 E+01
a_1	-1,2802265928 E-02
a_2	3,8167579578 E-06
b_0	3,6175743938 E-01
b_1	-2,0291929633 E-04

Погрешность аппроксимации при использовании уравнения (19) представлена на рисунке 14.

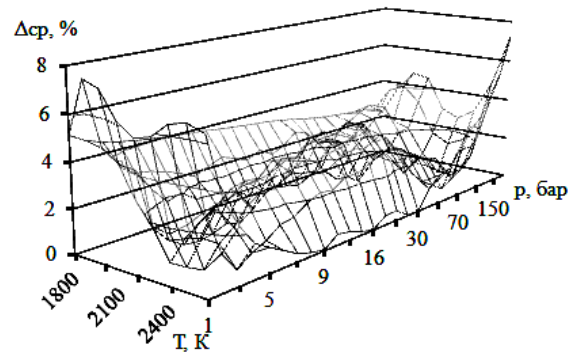


Рис. 14. Погрешность аппроксимации Δc_p для CO_2 , в диапазоне $p=1 \dots 200$ бар и $T=1800 \dots 2600$ К способ аппроксимации I

Из рисунков 12 - 14 видно, что во всех случаях $\Delta c_p < 10\%$. При использовании уравнения (20) в диапазоне температур $T=390 \dots 440$ К погрешность достигает 25% ($p=200$ бар, $T=390$ К).

Заключение

В статье представлены результаты получения аналитических выражений для удельных изобарных теплоёмкостей основных компонентов продуктов сгорания ГТУ как функции температуры и давления с учетом эффекта термической диссоциации.

На основании табличных данных, для основных компонентов продуктов сгорания ГТД в заданном диапазоне давлений и температур (азот: $p = 0,1 \dots 200$ бар, $T = 150 \dots 2870$ К; кислород: $p = 1 \dots 200$ бар, $T = 210 \dots 2870$ К; аргон: $p = 1 \dots 200$ бар, $T = 190 \dots 1300$ К; пары воды: $p = 0,1 \dots 400$ бар, $T = 640 \dots 3200$ К; углекислый газ: $p = 1 \dots 200$ бар, $T = 390 \dots 2600$ К), получены аналитические зависимости для расчета $c_p = f(T;p)$ с учетом эффекта термической диссоциации.

Предложена методика аппроксимации поверхностей сложной формы, которая может быть использована при дальнейшей аппроксимации c_p различных веществ, либо в других инженерных задачах, где необходимо математическое описание зависимости параметра как функции двух переменных.

Использование линейной зависимости теплоёмкости от давления возможно только для областей, достаточно удалённых от критической точки, области, близкие к критическому состоянию требуют более сложных зависимостей. Наиболее универсальным видом зависимости $c_p = f(T;p)$ представляется функция типа «полином в полиноме»

$$c_p(T; p) = \sum_{i=0}^n \left(\sum_{j=0}^m a_{ij} T^j \right) p^i,$$

или

$$c_p(T; p) = \sum_{i=0}^n \left(\sum_{j=0}^m a_{ij} p^j \right) T^i.$$

Литература

1. *WebEngine: A Web-Based Gas Turbine Performance Simulation Tool [Text]* / A. Apostolidis, S. Sampath, P. Laskaridis, R. Singh // *Proceedings of ASME Turbo Expo 2013, GT2013-95296*. Available at: <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=1776319> (Accessed 17.01.2019).
2. *Huadong, Y. The New Performance Calculation Method of Fouled Axial Flow Compressor [Electronic resource]* / Y. Huadong, X. Hong // *The Scientific World Journal* – 2014. Available at: <http://dx.doi.org/10.1155/2014/906151> (Accessed 17.01.2019).
3. *Hanachi, H. Gas Turbine Engine Performance Estimation and Prediction Thesis for: PhD, 2015*. Available at: https://www.researchgate.net/publication/282329114_Gas_Turbine_Engine_Performance_Estimation_and_Prediction (Accessed 17.01.2019).
4. Амброжевич, А. В. Модель многорежимного горения в тепловых машинах [Текст] / А. В. Амброжевич, С. Н. Ларьков, К. В. Мигалин // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2010. – № 5/72. – С. 50-58.
5. Амброжевич, М. В. Малоресурсная подмодель турбореактивного двигателя [Текст] / М. В. Амброжевич, А. В. Корнев, В. А. Середа // *Авиационно-космическая техника и технология*. – 2016. – № 1/128. – С. 44-52.
6. *Краткий курс физической химии [Текст] : учеб. пособие для вузов / С. М. Кочергин, Г. А. Добреньков, В. Н. Никулин и др. ; под ред. С. Н. Кондратьева*. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. школа, 1978. – 312 с.
7. *Теория двухконтурных турбореактивных двигателей [Текст] / В. П. Деменченко, Л. Н. Дружинин, А. Л. Пархомов и др. ; под ред. С. М. Шляхтенко, В. А. Сосунова*. – М. : Машиностроение, 1979. – 432 с.
8. Янкин, В. И. Система программ для расчета характеристик ВРД на ЭЦВМ. [Текст] / В. И. Янкин. – М. : Машиностроение, 1976. – 168 с.
9. Ривкин, С. Л. Термодинамические свойства газов [Текст] / С. Л. Ривкин. – 4-е изд., перераб. – М. : Энергоатомиздат, 1987. – 288 с.
10. Исаев, С. И. Курс химической термодинамики [Текст] / С. И. Исаев. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Высш. шк., 1986. – 272 с.
11. Ильичев, Я. Т. Термодинамический расчет воздушно-реактивных двигателей [Текст] / Я. Т. Ильичев. – М. : Центральный институт авиационного моторостроения, 1975. – 126 с.
12. Амброжевич, М. В. Аналитическое определение удельной изобарной теплоемкости продуктов сгорания [Текст] / М. В. Амброжевич, М. А. Шевченко // *Інтегровані комп'ютерні технології в машинобудуванні ІКТМ 2017 : тез. доп. Всеукр. наук.-техн. конф., 31 октября – 3 ноября 2017 г.* – Харьков, 2017. Том 1. – С. 124.
13. Амброжевич, М. В. Влияние давления и эффекта термической диссоциации на удельную изобарную теплоемкость продуктов сгорания [Текст] / М. В. Амброжевич, М. А. Шевченко // *Інформаційні технології: наука, техніка, технологія, освіта, здоров'я : тез. доп. XXVI міжн. наук.-практ. конф. МіcroCAD-2018, 16 – 18 травня 2018 р.* : у 4 ч. Ч. 1. – Харьков, 2018. – С. 226.
14. Болдырев, О. И. Влияние термической диссоциации продуктов сгорания углеводородного топлива на параметры рабочего процесса перспективных газотурбинных двигателей [Электронный ресурс] / О. И. Болдырев, И. М. Горюнов // *Современные проблемы науки и образования*. – 2012. – № 1. – Режим доступа: <https://www.science-education.ru/pdf/2012/1/15.pdf> – 8.01.2019.
15. Болдырев, О. И. Методика расчета равновесного состояния гомогенной смеси продуктов сгорания углеводородного топлива в камерах сгорания ГТД [Текст] / О. И. Болдырев // *Вестник УГАТУ*. – 2012. – Т. 16, № 2 (47). – С. 106–112.
16. *Thermo-fluid modelling for gas turbines - part I: theoretical foundation and uncertainty analysis [Text]* / G. K. Konstantinos, S. Vishal, O. Ogaji, T. Stephen, Pericles Pilidis, Riti Singh, I. Anestis Kalfas // *Proceedings of ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea and Air, GT2009-60092*. – Orlando, Florida, USA, 2009. – P. 467 – 481.
17. Bückner, D. *Thermodynamic Property Models for Moist Air and Combustion Gases [Text]* / D. Bückner, R. Span, W. Wagner // *ASME, Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*. – 2003. – Vol. 125, No. 1. – P. 374 – 384.
18. *Термодинамические и теплофизические свойства продуктов сгорания [Текст] : справочник в 10 томах / В. Е. Алемасов, А. Ф. Дрегаллин, А. П. Тишин [и др.] ; под ред. В. П. Глушко*. – М. : АН СССР, 1971. – Т. 1. – 267 с.
19. *Advanced Modelling of Fluid Thermodynamic Properties for Gas Turbine Performance Simulation [Text]* / V. Sethi, F. Diara, S. Atabak, A. Jackson, A. Bala, P. Pilidis // *Proceedings of ASME Turbo Expo 2008: Power for Land, Sea and Air, GT2008-51126*, Berlin, Germany. – 2008. – P. 173 – 183.
20. Александров, А. А. Web-версия справочника Теплофизические свойства рабочих веществ теплоэнергетики [Электронный ресурс] / А. А. Александров, К. А. Орлов, В. Ф. Очков // Режим доступа: <http://tw.tpei.ac.ru/rbtppl/> – 8.01.2019.

21. Варгафтик, Н. Б. *Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей [Текст] : справочник / Н. Б. Варгафтик. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Наука, – 1972. – 720 с.*

22. *Справочник химика [Текст] : справочник в 7 томах / Б. П. Никольский [и др.]. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Химия, 1966. – Т. 1. – 1072 с.*

References

1. Apostolidis, A., Sampath, S., Laskaridis, P., Singh, R. WebEngine: A Web-Based Gas Turbine Performance Simulation Tool. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2013, GT2013-95296*. Available at: <http://proceedings.asmedigitalcollection.asme.org/proceeding.aspx?articleid=1776319> (Accessed 17.01.2019).

2. Huadong, Y., Hong, X. The New Performance Calculation Method of Fouled Axial Flow Compressor. *The Scientific World Journal*, 2014. Available at: <http://dx.doi.org/10.1155/2014/906151> (Accessed 17.01.2019).

3. Hanachi, H. *Gas Turbine Engine Performance Estimation and Prediction*. Thesis for: PhD, 2015. Available at: https://www.researchgate.net/publication/282329114_Gas_Turbine_Engine_Performance_Estimation_and_Prediction (Accessed 17.01.2019).

4. Ambrozhevich, A. V., Lar'kov, S. N., Migalin, K. V. Model' mnogorezhimnogo gorenija v teplovykh mashinakh [Model of multi regime combustion on the heat machines]. *Aviacijno-kosmichna tehnika i tehnologija - Aerospace technic and technology*, 2010, no. 5/72, pp. 50–58.

5. Ambrozhevich, M. V., Kornev, A. V., Sereda, V. A. Maloresursnaya podmodel' turboreaktivnogo dvigatelya [A low resource submodel of turbojet engine]. *Aviacijno-kosmichna tehnika i tehnologija - Aerospace technic and technology*, 2016, no. 1/128, pp. 44–52.

6. Kochergin, S. M., Dobren'kov, G. A., Nikulin, V. N., Kondrat'ev S. N. *Kratkii kurs fizicheskoj khimii* [Short course of physical chemistry]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1978. 312 p.

7. Demenchenok, V. P., Druzhinin, L. N., Parkhomov, A. L., Sosunov, V. A., Tskhovrebov, M. M., Shlyakhtenko, S. M., El'perina, A. S. *Teoriya dvukhkonturnykh turboreaktivnykh dvigatelei* [Theory of turbofan engines]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1979. 432 p.

8. Yankin, V. I. *Sistema programm dlya rascheta kharakteristik VRD na ETsVM*. [System of programs for calculating the characteristics of turbojet engine with a computer]. Moscow, Mashinostroenie Publ., 1976. 168 p.

9. Rivkin, S. L. *Termodinamicheskie svoistva gazov* [Thermodynamic properties of gases]. Moscow, Energoatomizdat Publ., 1987. 288 p.

10. Isaev, S. I. *Kurs khimicheskoi termodinamiki* [Course of chemical thermodynamics]. Moscow, Vysshaya Shkola Publ., 1986. 272 p.

11. Il'ichev, Ya. T. *Termodinamicheskii raschet vozdušno-reaktivnykh dvigatelei* [Thermodynamic cal-

culatation of turbojet engines]. Moscow, Tsentral'nyi institut aviatsionnogo motorostroeniya Publ, 1975. 126 p.

12. Ambrozhevich, M. V., Shevchenko, M. A. Analiticheskoe opredelenie udel'noi izobarnoi teploemkosti produktov sgoraniya [Analytical determination of the specific isobaric heat capacity of combustion products]. *«Integrovani komp'yuterni tekhnologii v mashinobuduvanni IKTM 2017» tez. dop. Vseukr. nauk. – tekhn. konf., 31 oktyabrya – 3 noyabrya 2017 g.* [Integrated Computer Technologies in Mechanical Engineering ICTME 2017: Thesis. add Allukr sciences - Tech. Conf., October 31 - November 3, 2017]. Khar'kov, 2017, vol. 1, pp. 124.

13. Ambrozhevich, M. V., Shevchenko, M. A. Vliyanie davleniya i efekta termicheskoi dissotsiatsii na udel'nyu izobarnuyu teploemkost' produktov sgoraniya [Effect of pressure and thermal dissociation on the specific isobaric heat capacity of combustion products]. *Informatsiyni tekhnolohiyi: nauka, tekhnika, tekhnolohiya, osvita, zdorov'ya : tez. dop. XXVI mizhn. nauk. – prakt. konf. MicroCAD-2018-2018, 16 – 18 travnya 2018 r.: u 4 ch. Ch. I* [Information technologies: science, engineering, technology, education, health: XXVI international scientific-practical conference MicroCAD-2018, May 16 - 18, 2018 The four parts, P. 1.] Khar'kov, 2018, pp. 226.

14. Boldyrev, O. I., Goryunov, I. M. Vliyanie termicheskoi dissotsiatsii produktov sgoraniya uglevodородnogo topliva na parametry rabochego protsessu perspektivnykh gazoturbinnnykh dvigatelei [Influence of thermal dissociation of hydrocarbonic fuel combustion-productson parameters of working process perspective gas-turbineengines]. *Sovremennyye problemy nauki i obrazovaniya – Modern problems of science and education*, 2012, no. 1. Available at: <https://www.science-education.ru/pdf/2012/1/15.pdf> (Accessed 8.01.2019).

15. Boldyrev, O. I. Metodika rascheta ravnovesnogo sostoyaniya gomogennoi smesi produktov sgoraniya uglevodородnogo topliva v kamerakh sgoraniya GTD [Techniques for calculating the equilibrium state of a homogeneous mixture of combustion products of hydrocarbon fuel in combustion chambers of GTE]. *Vestnik UGATU*, 2012, vol. 16, no. 2 (47), pp. 106–112.

16. Konstantinos, G. K., Ogaji S. Vishal, Stephen, O.T., Pericles, Pilidis, Anestis, Singh Riti, Kalfas I. Thermo-fluid modelling for gas turbines - part I: theoretical foundation and uncertainty analysis. *Proceedings of ASME Turbo Expo 2009: Power for Land, Sea and Air, GT2009-60092*. Available at: https://www.researchgate.net/publication/259009623_Thermo-Fluid_Modeling_for_Gas_Turbines-Part_I_Theoretical_Foundation_and_Uncertainty_Analysis. (Accessed 8.01.2019).

17. Bücker, D., Span, R., Wagner, W. Thermodynamic Property Models for Moist Air and Combustion Gases. *ASME, Journal of Engineering for Gas Turbine and Power*, 2003, vol. 125, no 1, pp. 374 – 384.

18. Alemasov, V. E., Dregalin, A. F., Tishin, A. P. and *Termodinamicheskie i teplofizicheskie svoistva produktov sgoraniya* [Thermodynamic and thermophys-

ical properties of combustion products]. Moscow, AN SSSR Publ., 1971, vol. 1. 267 p.

19. Sethi, V., Diara, F., Atabak, S., Jackson, A., Bala, A., Pilidis, P. Advanced Modelling of Fluid Thermodynamic Properties for Gas Turbine Performance Simulation. *ASME TURBO EXPO 2008, GT2008-51126*, Berlin, Germany, 2008, pp. 173 – 183.

20. Aleksandrov, A. A., Orlov, K.A., Ochkov, V. F. *Web-versiya spravochnika Teplofizicheskie svoistva rabochikh veshchestv teplo-energetiki* [Thermophysical properties of working substances of heat power engi-

neering]. Available at: <http://twf.mpei.ac.ru/rbtp/> – (Accessed 8.01.2019).

21. Vargaftik, N. B. *Spravochnik po teplofizicheskim svoistvam gazov i zhidkostei* [Handbook of thermophysical properties of gases and liquids]. Moscow, Nauka Publ., 1972. 720 p.

22. Nikol'skii, B. P., Grigorov, O. N., Pozin, M. E., Porai-Koshits, B. A., Rabinovich, V. A., Rachinskii, F. Yu., Romankov, P. G., Fridrikhsberg, D. A. *Spravochnik khimika* [Handbook of the chemist]. Moscow, Khimiya Publ., 1966, vol. 1. 1072 p.

Поступила в редакцию 22.01.2019, рассмотрена на редколлегии 14.02.2019

АНАЛІТИЧНЕ ВИЗНАЧЕННЯ ПИТОМОЇ ІЗОБАРНОЇ ТЕПЛОЄМНОСТІ КОМПОНЕНТ ПОВІТРЯ ТА ПРОДУКТІВ ЗГОРЯННЯ З УРАХУВАННЯМ ВПЛИВА ТИСКУ І ЕФЕКТУ ТЕРМІЧНОЇ ДИСОЦІАЦІЇ

М. В. Амброжевич, М. А. Шевченко

Запропоновано функціональні залежності для знаходження істиною питомої ізобарної теплоємності c_p основних компонент повітря і продуктів згоряння вуглеводневих палив (азоту, кисню, вуглекислого газу, водяної пари, аргону) як функції температури і тиску в широкому діапазоні температур і тисків з урахуванням ефекту термічної дисоціації на основі обробки експериментальних даних, отриманих іншими авторами. Функції є складні поліноміальні залежності, проте, зручні для практичних термогазодинамічних розрахунків типу «підставляємо в формулу температуру і тиск і отримуємо теплоємність газу c_p ». Ступінь дисоціації будь-якого газу, згідно з правилом Дюгема для повної варіантності закритою термодинамічної системи, однозначно визначається двома його параметрами, в даному випадку, його температурою і тиском, таким чином, величина істиною теплоємності дисоційованого газу також детермінована для заданих T і p . Дана обставина дозволила авторам статті, маючи табличні дані $c_p = f(T, p)$, при отриманні аналітичних виразів уникнути громіздких розрахунків, пов'язаних з рішенням системи рівнянь хімічної кінетики з залученням констант хімічної рівноваги, які, в свою чергу, також є емпіричними величинами. В роботі запропонована методика перетворення двовимірних масивів, що представляють собою емпіричні значення істинних питомих ізобарних теплоємностей компонент повітря і продуктів згоряння газотурбінних двигунів, в функцію двох змінних, що зводиться до знаходження рівняння сплайн-поверхні, що проходить через масив заданих точок. Також представлені різні варіанти аналітичних залежностей істинної питомої ізобарної теплоємності для перерахованих вище речовин, які отримані на основі запропонованої методики в залежності від діапазону температур і тисків: віддалення від критичної точки дозволяє істотно спростити ці залежності. Проведена верифікація отриманих залежностей для різних діапазонів температур і тисків, проаналізовані відносні похибки c_p .

Ключові слова: істинна питома ізобарна теплоємність; продукти згоряння ГТД; термічна дисоціація; вплив тиску; перетворення двовимірних масивів в аналітичну функцію двох змінних

ANALYTICAL DETERMINATION OF ISOBARIC HEAT CAPACITY OF AIR AND COMBUSTION GASES WITH INFLUENCE OF PRESSURE AND EFFECT OF THERMAL DISSOCIATION

M. V. Ambrozhevich, M. A. Shevchenko

The basic thermophysical parameter of the working fluid of all thermal machines without exception is isobaric heat capacity (specific heat at constant pressure). Traditionally, in engineering calculations of isobaric heat capacity are determined as a tabular value for average heat capacities, or approximated with a square parabola within a given temperature range. Isobaric heat capacity is a function of temperature only. At the current level of GTE development, when the overall compressor pressure ratio is already up to 50 and the tendency of its increase remains it is unacceptable to neglect the pressure. However, the turbine inlet gas temperature also rises that will inevitably lead to the effect of thermal dissociation in the combustion products of the gas turbine engine. The studies of the thermal dissociation effect influence on the parameters of the working process of advanced GTE show that this ignoring leads to computational errors. At the present time, there are mathematical models that allow calculating the isobaric heat capacity as a function of temperature and pressure (taking into account the effect of thermal dissociation) but they are laborious, which is not always practical when estimate calculations performing and program algorithms

writing. Consequently, the authors posed the problem of obtaining of simple analytic relationships that make it possible to calculate the isobaric heat capacity as a function of temperature and pressure (taking into account the effect of thermal dissociation). Based on the tabular data for the main components of the gas turbine combustion products within a given range of pressures and temperatures (nitrogen: $p = 1 \dots 200$ bar, $T = 150 \dots 2870$ K, oxygen: $p = 1 \dots 200$ bar, $T = 210 \dots 2870$ K, argon: $p = 1 \dots 200$ bar, $T = 190 \dots 1300$ K, the water vapor: $p = 0.1 \dots 200$ bar, $T = 640 \dots 1250$ K and $p = 0.1 \dots 400$ bar and $T = 1250 \dots 3200$ K, carbon dioxide: $p = 1 \dots 200$ bar, $T = 390 \dots 2600$ K), analytical dependencies were obtained for the calculation of isobaric heat capacities as functions of temperature and pressure taking into account the effect of thermal dissociation. The results of the calculations were compared with tabulated experimental data.

Keywords: isobaric heat capacity (specific heat at constant pressure); combustion products of GTE; thermal dissociation; influence of pressure; conversion of two-dimensional arrays in an analytic function of two variables

Амброжевич Майя Владимировна – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры аэрокосмической теплотехники Национального аэрокосмического университета им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Шевченко Михаил Анатольевич – аспирант кафедры теории авиационных двигателей Национального аэрокосмического университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

Ambrozhevich Maya Vladimirovna – PhD, Assistant Professor at the department of Aerospace Heat Engineering, National Aerospace University Kharkiv Aviation Institute, Kharkiv, Ukraine, e-mail: ambrozhevichmaya@gmail.com, Orcid Author ID: 0000-0003-0856-8234.

Shevchenko Mikhail Anatol'evich – PhD student at the department of Aviation Engines Theory, National Aerospace University Kharkiv Aviation Institute, Kharkiv, Ukraine, e-mail: mikleshevchenko@gmail.com, Orcid Author ID: 0000-0002-0806-6632, ResearcherID: I-1215-2018.