

О. А. ДАКІ

*Державний університет інфраструктури та технологій, Київ, Україна***МЕТОД РОЗРАХУНКУ ФУНКЦІЇ РОЗПОДІЛУ ПАРАМЕТРІВ КОНТРОЛЮ РАДІОНАВІГАЦІЙНИХ КОМПЛЕКСІВ ЗАСОБІВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТУ**

У статті показано, що застосування сучасних систем і комплексів навігації для управління рухом засобів водного транспорту дозволяє забезпечити безпечне судноплавство. Обґрунтовано, що правильна робота засобів навігаційного забезпечення – радіонавігаційних комплексів – залежить від їх технічного стану. Так, наявність у складі радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту великої кількості електронних елементів і радіоканалів й агресивне середовище їх експлуатації підвищують роль методів і приладів контролю та діагностування технічного стану радіонавігаційних комплексів під час експлуатації для забезпечення безаварійного функціонування засобів водного транспорту. При визначенні технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту виникає відоме у практиці контролю складних систем протиріччя: забезпечення заданої достовірності інформації про технічний стан радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту потребує збільшення обсягу та точності вимірювань при оцінюванні їх характеристик з одного боку, з іншого – відсутність методів автоматизації процесів синтезу вимірювальних сигналів та обробки відгуків на них для цього. У рамках зазначеного протиріччя актуальною науковою проблемою є розробка методів синтезу вимірювальних сигналів і обробки відгуків на них для підвищення достовірності та оперативності автоматизованого контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту. Метою даної роботи є розробка методу розрахунку функції розподілу параметрів контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту. Запропонована умовна функція розподілу, яка є основною кількісною характеристикою контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту. Така функція містить усю інформацію про параметри контролю та дозволяє визначити технічний стан радіонавігаційних комплексів. Розроблений метод розрахунку функції розподілу параметрів контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту. Такий метод пропонується використовувати при обґрунтуванні характеристик вимірювальних сигналів контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту при експлуатації.

Ключові слова: радіонавігаційний комплекс; засоби водного транспорту; параметри контролю; функція розподілу; кореляційна матриця.

Вступ

Застосування сучасних систем і комплексів навігації для управління рухом засобів водного транспорту дозволило забезпечити судноводіїв повною й достовірною інформацією про обстановку навколо такого засобу [1-4]. Це здійснюється за допомогою автоматизованих ідентифікаційних систем і комплексів автоматизованої радіолокаційної прокладки маршруту, дозволило приймати грамотні рішення щодо безпечного судноплавства. Глобальні навігаційні супутникові системи, перспективні радіонавігаційні комплекси при роботі в спеціальних режимах здійснили багатовікову мрію всіх судноводіїв у високоточному визначенні поточного місця судна за будь-яких погодних умов плавання [5, 6]. Отже, навігаційне забезпечення засобів водного транспорту призначено для оперативного вирішення завдань управління рухомими об'єктами на новому якісному

рівні. При цьому правильна робота засобів навігаційного забезпечення – радіонавігаційних комплексів – залежить від їх технічного стану. Наявність у складі радіонавігаційних комплексів великої кількості електронних елементів і радіоканалів й агресивне середовище їх експлуатації (велика вологість, постійний рух (качання), солоня вода тощо) підвищують роль методів і приладів контролю та діагностування технічного стану радіонавігаційних комплексів під час експлуатації для забезпечення безаварійного функціонування засобів водного транспорту [7, 8].

Розрізняють такі групи параметрів, що характеризують якість виконання радіонавігаційними комплексами своїх функцій [9-12]:

- параметри вхідних і вихідних сигналів (амплітуда, тривалість імпульсів, несуча частота сигналів, їх потужність і тощо);
- параметри фізичних процесів (зміна частоти

й фази сигналів, пульсації напруги джерел живлення тощо);

– параметри, що не несуть запасу енергії (коефіцієнт шуму, коефіцієнт стоячої хвилі, вхідні та вихідні опори тощо);

– передатні та перехідні функції.

Сучасні радіонавігаційні комплекси мають від 100 до 1500 параметрів контролю.

На рисунку 1 представлена діаграма розподілу радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту за роками випуску. З діаграми видно, що переважна більшість таких систем і комплексів знаходиться на експлуатації понад 20 років, тому контроль їх технічного стану підвищує ефективність застосування за рахунок своєчасного виявлення відмов [89–94].

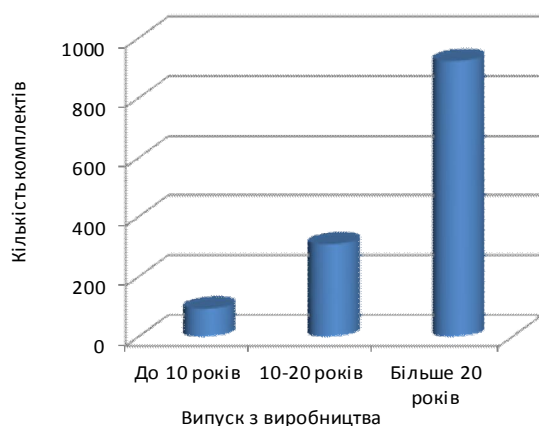


Рис. 1. Розподіл систем навігації за роками випуску

Основними завданнями контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту на етапі експлуатації є [3, 12–15]:

– визначення технічного стану та забезпечення готовності до застосування за призначенням;

– попередження виникнення відмов у процесі експлуатації, зберігання та транспортування;

– своєчасне виявлення та оперативне усунення відмов, підвищення коефіцієнта використання;

– збільшення терміну служби збереженні їх технічних характеристик, що не знижують коефіцієнт готовності.

Отже, контроль технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту є єдиним засобом підтримання їх у справному стані та істотно впливає на ефективність виконання ними поставлених завдань.

Перспективним напрямком розвитку методів і приладів контролю та діагностування технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту є їх автоматизація та універсалізація, що знайшло своє втілення у проектуванні й виробництві обчислювальних систем

контролю та діагностування й вимірювально-інформаційних систем, оснащених сучасною мікропроцесорною технікою, пристроями спряження з персональним комп'ютером, зручними інтерфейсними програмами тощо.

Формулювання проблеми

При визначенні технічного стану радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту виникає відоме у практиці контролю складних систем протиріччя: забезпечення заданої достовірності інформації про технічний стан радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту потребує збільшення обсягу та точності вимірювань при оцінюванні їх характеристик з одного боку, з іншого – відсутність методів автоматизації процесів синтезу вимірювальних сигналів та обробки відгуків на них для цього [9–15]. У рамках зазначеного протиріччя актуальною науковою проблемою є розробка методів синтезу вимірювальних сигналів і обробки відгуків на них для підвищення достовірності та оперативності автоматизованого контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту.

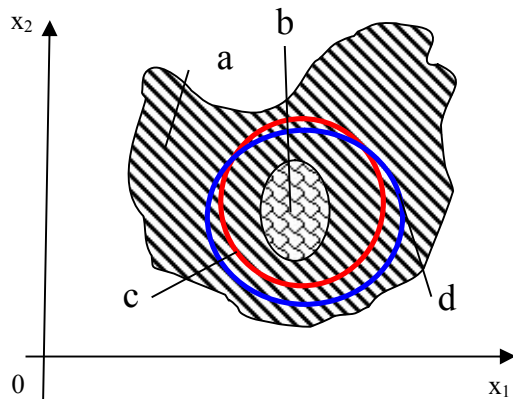
У даній роботі запропоноване розв'язання одного з завдань щодо розробки методів синтезу та обробки вимірювальних сигналів і обґрунтування варіантів створення гнучких програмно керованих калібраторів сигналів з нормованими метрологічними характеристиками для контролю технічного стану радіонавігаційних комплексів управління рухом засобів водного транспорту.

Метою даної роботи є розробка методу розрахунку функції розподілу параметрів контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту.

Функція розподілу параметрів контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту

Стан радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту визначається вектором параметрів $q = \{q_1, q_2, \dots, q_n\}$. Якщо відома апіорна функція розподілу параметрів (щільність розподілу якої ρ_1) або дисперсія параметрів і кореляційні зв'язки між ними, то відома й апіорна область, в якій знаходиться вектор q – апіорна область «відхилення» параметрів системи (рис. 2). Чим менше апіорна інформація про систему, тим ширше ця область «відхилення». Інформація, отримана за результатами контролю, уточнює функцію розподілу параметрів q_j ,

так що область «відхилення» параметрів звужується – апостеріорна область ρ_2 (рис. 2) [15].



- a – апіорна область ρ_1 ;
- b – апостеріорна область (розрахована) ρ_2 ;
- c – область допуску параметра;
- d – апостеріорна область (існуюча) ρ_2

Рис. 2. Области відхилення параметрів контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту

Чим точніше та повніше проведений контроль, тим вуже апостеріорна область. Тому, основою запропонованого методу обґрунтування критеріїв оптимальності синтезу вимірювальних сигналів є розрахована апостеріорна область ρ_3 .

Часто метою контролю є визначення не самих параметрів q_j , а якоїсь функції від цих параметрів $Z = f(q_1, q_2, \dots, q_n)$, тобто визначення технічного стану системи за узагальненим параметром. Хоча функція Z (при $m < n$) несе меншу інформацію про систему, чим повний набір величин q_j , однак у більшості випадків вдалий вибір відносно невеликої кількості параметрів z_i , $i = \overline{1, m}$, вважається достатнім для порівняно повної оцінки якості системи, а, з іншого боку, може істотно спростити контроль. Іноді параметри z_i можуть співпадати з q_j .

Для отримання кількісних оцінок визначимо функцію розподілу параметрів контролю технічного стану за узагальненими даними z_i при умові, що на виході системи, що контролюється, спостерігається реакція $y(t)$ [15]. З цією метою введемо в розгляд вектор

$$\zeta = \{\Delta y, \Delta z\} \equiv \{\Delta y(t_1), \Delta y(t_2), \dots, \Delta y(t_s), \Delta z_1, \Delta z_2, \dots, \Delta z_m\}$$

У цьому співвідношенні вихідна реалізація $\Delta y(t)$ замінена дискретною вибіркою $\{\Delta y(t_1), \Delta y(t_2), \dots, \Delta y(t_s)\}$. Саме ця вибірка й спостерігається при використанні дискретних (квантованих у часі) методах вимірювання вихідного сигналу. Величина, яка визначає кількість вимірювання миттєвого значення сигналу за час контролю T , $t_k = \frac{T}{s}k$, $k = \overline{1, s}$, s – кількість точок дискретизації, i величина, яка характеризує крок квантування $\Delta t = T/s$. При визначенні кроку дискретизації необхідно враховувати швидкодію вимірювального пристрою, швидкодію або об'ємом пам'яті розрахункового пристрою та час кореляції перешкоди $\xi(t)$. Очевидно, нема сенсу вибирати час Δt меншим часу кореляції перешкоди, оскільки при такому збільшенні кількості відліків вихідного сигналу практично немає виграшу в інформації (згідно з теоремою Котельникова) [8]. Таким чином, значення перешкоди в різних точках відліку можна вважати статистично незалежними.

Введемо вектор

$$\xi(t) = \left\{ \xi(t_1), \xi(t_2), \dots, \xi(t_s), \underbrace{0, \dots, 0}_m \right\}.$$

Позначимо композицію матриць

$$a_{kj} = a_j(t_k, q_0, \{u\}) \text{ і } \alpha_{ji} \text{ через } A = A \begin{pmatrix} a \\ \alpha \end{pmatrix}.$$

Використовуючи ці позначення, рівняння запишемо:

$$\zeta = A \cdot \Delta q + \xi. \quad (1)$$

Складові векторів Δq і q ($z_i = f(q_i)$) будемо вважати розподіленими за нормальним законом. Щодо вектора ξ , то ця умова накладає на нього певні обмеження. Якщо основний внесок у перешкоду вносить похибка вимірювального пристрою, то в більшості випадків цю перешкоду можна вважати нормальною.

При великих відхиленнях розподілу параметрів Δq_j вектор Δq може і не бути нормальним. Якщо ці відхилення незначні, то поблизу центра розподілу практично будь-який розподіл є нормальним.

Таким чином, функції розподілу величин Δq і ξ можна записати так:

$$\rho_1(\Delta q) = (2\pi)^{-n/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} \Delta q^2\right\}; \quad (2)$$

$$\rho_0(\xi) = (2\pi)^{-s/2} \exp\left\{-\frac{1}{2\sigma_\xi^2} \xi^2\right\}.$$

де n – кількість параметрів системи q_j ; s – кількість точок відліку вхідного сигналу; σ_ξ^2 – дисперсія перешкоди $\xi(t)$; Δq^2 і ξ^2 – позначають квадрати норми відповідних векторів:

$$\Delta q^2 = \sum_{j=1}^n \Delta q_j^2 \quad \text{і} \quad \xi^2 = \sum_{k=1}^s \sigma_\xi^2(t_k).$$

Припустимо, що величини Δq_j у формулі (2) статистично незалежні та мають одиничну дисперсію. У подальшому розраховані формули для загального випадку лінійно незалежних величин Δq_j .

Кореляційні моменти параметрів z_i є

$$\begin{aligned} (R_z)_{ik} &= \langle \Delta z_i \Delta z_k \rangle = \\ &= \sum_{\ell, m} \alpha_{i\ell} \alpha_{km} \langle \Delta q_\ell \Delta q_m \rangle = \delta_{ik}. \end{aligned}$$

Оскільки кореляційна матриця параметрів q_j одинична, тобто $\langle \Delta q_i \Delta q_j \rangle = \delta_{ij}$, то для матриці α отримаємо умову: $\sum_j \alpha_{ij} \alpha_{kj} = \delta_{ik}$ або

$$R_j = \alpha \cdot \alpha^T = E, \quad (3)$$

де α^T , E транспонована та одинична матриці.

Кореляційна матриця параметрів z_i одинична й ці величини розподілені за нормальним законом, тому їх апіорна функція розподілу дорівнює

$$\rho(z) = (2\pi)^{-m/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} \Delta z^2\right\}, \quad (4)$$

де $\Delta z^2 = \sum_{i=1}^m \Delta z_i^2$.

Для визначення умовної функції $\rho(z/y)$, яка визначає апостеріорний розподіл параметрів z_i , можливо скористатися тотожністю $\rho(z/y) = \rho(z, y) / \rho_y(y)$.

Функцію розподілу $\rho(z, y) = \rho(\zeta)$ визначимо за допомогою виразу (1). Оскільки величина ζ є лінійною комбінацією величин Δq і ξ , розподілених за нормальним законом, то й величина ζ буде розподілена за нормальним законом. Для визначення характеристик цього розподілу необхідно розрахувати кореляційну матрицю величин ζ . Зі співвідношення (1) отримаємо:

$$\begin{aligned} (R_\zeta)_{ij} &= \langle \zeta_i \zeta_j \rangle = \sum_{k, s} A_{ik} A_{js} \langle \Delta q_k \Delta q_s \rangle + \\ &+ \langle \xi_i \xi_j \rangle = \sum_s A_{is} A_{js} + \langle \xi_i \xi_j \rangle, \end{aligned}$$

або в матричній формі:

$$R_\zeta = A \cdot A^T + \left\{ \begin{array}{c} \sigma_\xi^2 \cdot E \\ 0 \end{array} \right\} \begin{array}{c} n \\ m \end{array}.$$

Підставивши вираз для матриці $A = \begin{pmatrix} a \\ \alpha \end{pmatrix}$,

отримаємо:

$$A \cdot A^T = \frac{a}{\alpha} \begin{pmatrix} a^T \cdot \alpha^T \\ \alpha \cdot \alpha^T \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a \cdot a^T & a \cdot \alpha^T \\ \alpha \cdot a^T & \alpha \cdot \alpha^T \end{pmatrix}.$$

Використавши співвідношення (3), можна записати:

$$R_\zeta = \begin{pmatrix} a \cdot a^T + \sigma_\xi^2 E & a \cdot \alpha^T \\ \alpha \cdot a^T & E \end{pmatrix}.$$

Матриця $a \cdot a^T + \sigma_\xi^2 E$ є кореляційною матрицею R_y величин Δy_i :

$$\begin{aligned} (R_y)_{ij} &= \langle \Delta y(t_i) \Delta y(t_j) \rangle = \sum_{k, s} a_k(t_i) a_s(t_j) \langle \Delta q_k \Delta q_s \rangle + \\ &+ \langle \xi(t_i) \xi(t_j) \rangle = \sum_s a_s(t_i) a_s(t_j) + \sigma_\xi^2 \xi_{ij} \end{aligned}$$

або в матричній формі:

$$R_y = a \cdot a^T + \sigma_\xi^2 E. \quad (5)$$

Таким чином, для матриці R_ζ запишемо:

$$R_\zeta = \begin{pmatrix} R_y & a \cdot \alpha^T \\ \alpha \cdot a^T & E \end{pmatrix}. \quad (6)$$

За допомогою кореляційної матриці R_ζ можна визначити функцію розподілу величин ζ :

$$\begin{aligned} \rho(\zeta) &= \rho(z, y) = (2\pi)^{-(s+m)/2} \times \\ &\times \left| \det R_\zeta \right|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} (\zeta R_\zeta^{-1} \zeta)\right\}. \end{aligned} \quad (7)$$

Вираз $(\zeta R_\zeta^{-1} \zeta)$ представляє собою результат скалярного множення векторів ζ і $R_\zeta^{-1} \zeta$, тобто

$$\zeta R_\zeta^{-1} \zeta = \sum_j \zeta_j (R_\zeta^{-1} \zeta)_j = \sum_{j, k} (R_\zeta^{-1})_{jk} \zeta_j \zeta_k.$$

Помітимо, що кореляційні матриці величин y і Z є симетричними: $R_y^T = R_y$, $R_\zeta^T = R_\zeta$. Це буде використане в подальших розрахунках.

Розрахуємо функцію розподілу величин $\Delta y(t)$. Оскільки ці величини розподілені за нормальним законом, то

$$\rho_y(y) = (2\pi)^{-s/2} \left| \det R_y \right|^{-1/2} \exp\left\{-\frac{1}{2} (\Delta y R_y^{-1} \Delta y)\right\}. \quad (8)$$

Після підстановки виразів (7) і (8) у співвідношення для функції $\rho(z/y)$: $\rho(z/y) = \rho(z, y) / \rho_y(y)$, то

$$\rho(z/y) = \frac{\rho(\zeta)}{\rho_y(y)} = (2\pi)^{-m/2} \left| \frac{\det R_\zeta}{\det R_y} \right|^{-1/2} \times \exp \left\{ -\frac{1}{2} (\zeta R_\zeta^{-1} \zeta) + \frac{1}{2} (\Delta y R_y^{-1} \Delta y) \right\}. \quad (9)$$

У формулі (9), вираз, який знаходиться у фігурних дужках, необхідно привести до квадратичного відносно величин Δz . Для цього необхідно розрахувати матрицю R_ζ^{-1} . Помітимо, що матриця R_ζ , як видно з (6), складається з блоків, при цьому блоки R_y і E є неособливими квадратними матрицями рангу n і m відповідно. Тому для розрахунку R_ζ^{-1} можна застосувати формулу Фробеніуса для звертання блочної матриці [8, 11].

При цьому будемо мати

$$R_\zeta^{-1} = \begin{pmatrix} K & L \\ L^T & N \end{pmatrix}, \quad (10)$$

$$\text{де } K = R_y^{-1} + R_y^{-1} \alpha \alpha^T - H^{-1} \alpha \alpha^T R_y^{-1}; \quad (11)$$

$$L = -R_y^{-1} \alpha \alpha^T - H^{-1}; \quad (12)$$

$$N = H^{-1}; \quad (13)$$

$$H^{-1} = E - \alpha \alpha^T R_y^{-1} \alpha \alpha^T. \quad (14)$$

Використовуючи співвідношення (10)–(14), перетворимо вираз у фігурних дужках формули (9):

$$\begin{aligned} \Phi &= -\frac{1}{2} (\zeta R_\zeta^{-1} \zeta) + \frac{1}{2} (\Delta y R_y^{-1} \Delta y) = \\ &= -\frac{1}{2} (\Delta y, \Delta z) \begin{pmatrix} K & L \\ L^T & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta y \\ \Delta z \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \Delta y R_y^{-1} \Delta y = \\ &= -\frac{1}{2} \Delta y K \Delta y + \frac{1}{2} \Delta y R_y^{-1} \Delta y - \frac{1}{2} \Delta y L \Delta z - \\ &\quad - \frac{1}{2} \Delta z L^T \Delta y - \frac{1}{2} \Delta z N \Delta z. \end{aligned}$$

Для приведення цього виразу до квадратичного вигляду знайдемо вектор Δz^0 , тобто екстремум Φ :

$$\frac{\partial \Phi}{\partial \Delta z} = -L^T \Delta y - N \Delta z^0 = 0, \quad (15)$$

$$z^0 = -N^{-1} L^T \Delta y.$$

Оскільки N – симетрична матриця ($N^T = N$), то з (12) знайдемо:

$$L^T = -N^{-1} \alpha \alpha^T R_y^{-1}; \quad (16)$$

$$N^{-1} = H.$$

Підставивши (16) у формулу (15), отримаємо

$$\Delta z^0 = \alpha \alpha^T R_y^{-1} \Delta y. \quad (17)$$

Вектор Δz_0 визначає центр розподілу $\rho(z/y)$. Позначимо величину відхилення від цього центра

$v = \Delta z - \Delta z^0$ і підставимо цю величину в співвідношення для Φ :

$$\begin{aligned} \Phi &= -\frac{1}{2} \Delta y K \Delta y + \frac{1}{2} \Delta y R_y^{-1} \Delta y - \frac{1}{2} \Delta y L \Delta z^0 - \\ &\quad - \frac{1}{2} \Delta z^0 L^T \Delta y - \frac{1}{2} \Delta z_0 N \Delta z_0 - \frac{1}{2} v N v = \\ &= -\frac{1}{2} \Delta y \left\{ K - R_y^{-1} - L N^{-1} L^T \right\} - \frac{1}{2} v N v. \end{aligned} \quad (18)$$

При врахуванні у (18) співвідношень (11)–(13), отримаємо вираз:

$$\Phi = -\frac{1}{2} v H^{-1} v. \quad (19)$$

Для розрахунку детермінанту $\det R_\zeta$ використаємо узагальнений алгоритм Гауса [125]:

$$\begin{aligned} \det R_\zeta &= \det R_y \cdot \det (E - \alpha \alpha^T R_y^{-1} \alpha \alpha^T) = \\ &= \det R_y \cdot \det H^{-1}. \end{aligned} \quad (20)$$

Після підстановки (19) і (20) у формулу (8) отримаємо остаточне співвідношення для умовної функції розподілу:

$$\rho(z/y) = (2\pi)^{-m/2} |\det H|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (v H^{-1} v) \right\}, \quad (21)$$

а Δz^0 визначається з виразу (17).

У формулу (14) для матриці H входить R_y матриця кореляції величин Δy . Ця матриця, також як і матриця R_y^{-1} , має ранг s , який дорівнює кількості відліків вихідного сигналу. При великій кількості відліків великий ранг матриці R_y^{-1} може суттєво ускладнити розрахунки за формулою (14). Формулу (14) можна перетворити так, щоб у неї входили лише матриці, ранг яких не перевищує n – кількість параметрів системи. При $n < s$ таке перетворення спрощує вираз (14). Запишемо вираз для R_y^{-1} у вигляді ряду

$$R_y^{-1} = \left(a \cdot a^T - \sigma_\xi^2 E \right)^{-1} = \frac{1}{\sigma_\xi^2} \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \frac{(a \cdot a^T)^s}{\sigma_\xi^{2s}}.$$

Помножимо це співвідношення зліва на a^T , а з права на a :

$$\begin{aligned} a^T R_y^{-1} a &= \frac{1}{\sigma_\xi^2} a^T \sum_{s=0}^{\infty} (-1)^s \frac{(a \cdot a^T)^s}{\sigma_\xi^{2s}} a = \\ &= -\sum_{s=1}^{\infty} (-1)^s \frac{(a \cdot a^T)^s}{\sigma_\xi^{2s}}. \end{aligned}$$

У цьому співвідношенні використаємо те, що $a^T (a \cdot a^T)^s a = (a^T \cdot a)^{s+1}$.

Додавання та віднімання одиничної матриці E дозволяє отримати:

$$a^T R_y^{-1} a = E - \sigma_{\xi}^2 (a^T \cdot a + \sigma_{\xi}^2 E)^{-1}. \quad (22)$$

Підставивши вираз (14) і враховуючи (13), є

$$H = E - \alpha \left[E - \sigma_{\xi}^2 (a^T \cdot a + \sigma_{\xi}^2 E)^{-1} \right] = \sigma_{\xi}^2 \alpha (a^T \cdot a + \sigma_{\xi}^2 E)^{-1} \alpha^T. \quad (23)$$

Позначимо $\tilde{R}_y = a^T \cdot a + \sigma_{\xi}^2 E$.

Матриця \tilde{R}_y має ранг n . За допомогою цієї матриці вираз для H може бути остаточно записано:

$$H = \sigma_{\xi}^2 \alpha \tilde{R}_y^{-1} \alpha^T. \quad (24)$$

Помітимо, що формули (23) і (24) є точними, хоча вони і отримані за допомогою розкладу в ряд. Покажемо це. Дійсно, помножив обидві частини формули (22) на матрицю (24) і після перетворень перейдемо до тотожності.

Такий перехід від матриці R_y до матриці \tilde{R}_y можна виконати за допомогою тотожності:

$$a^T \tilde{R}_y^{-1} = \tilde{R}_y^{-1} a^T. \quad (25)$$

Для доказу отриманої тотожності можна підставити в (25) вираз для R_y^{-1} у вигляді ряду та виконати перетворення, аналогічні тим, що проводились для отримання формули (22). Це також можна зробити і безпосередньо. Так, помноживши тотожність (25) зліва на \tilde{R}_y , а справа на \tilde{R}_y^{-1} , отримаємо $\tilde{R}_y a^T = a^T R_y$. Після заміни виразу \tilde{R}_y на формулу (23), а R_y на (15), будемо мати: $(a^T \cdot a + \sigma_{\xi}^2 E) a^T \equiv a^T (a \cdot a^T + \sigma_{\xi}^2 E)$, що є тотожністю.

З урахуванням виразу (25) величина Δz^0 (17) отримана з матриці \tilde{R}_y таким чином:

$$\Delta z^0 = \alpha \tilde{R}_y^{-1} a^T \Delta y. \quad (26)$$

У проведених обчисленнях передбачалося існування зворотних матриць \tilde{R}_y^{-1} і R_y^{-1} . Докажемо це зауваження. Розглянемо квадратичні форми:

$$\Phi_1 = (x, \tilde{R}_y, x) = \sum_{i,j=1}^n (\tilde{R}_y)_{ij} x_i x_j$$

$$\Phi_2 = (x, R_y, x) = \sum_{i,j=1}^n (R_y)_{ij} x_i x_j$$

де $(\tilde{R}_y)_{ij}$ і $(R_y)_{ij}$, згідно з (22) і (5), дорівнюють:

$$(\tilde{R}_y)_{ij} = (a^T \cdot a)_{ij} + \sigma_{\xi}^2 \xi_{ij} = \sum_{k=1}^s a_i(t_k) a_j(t_k) + \sigma_{\xi}^2 \xi_{ij};$$

$$(R_y)_{ij} = (a \cdot a^T)_{ij} + \sigma_{\xi}^2 \xi_{ij} = \sum_{k=1}^n a_k(t_i) a_k(t_j) + \sigma_{\xi}^2 \xi_{ij}.$$

При цьому для Φ_1 і Φ_2 отримаємо:

$$\Phi_1 = \sum_{k=1}^s \sum_{i,j=1}^n a_i(t_k) a_j(t_k) x_i x_j + \sigma_{\xi}^2 \sum_{j=1}^n x_j^2 =$$

$$= \sum_{k=1}^s \left(\sum_{i=1}^n a_i(t_k) x_i \right)^2 + \sigma_{\xi}^2 \sum_{j=1}^n x_j^2,$$

$$\Phi_2 = \sum_{i,j=1}^n \sum_{k=1}^n a_k(t_i) a_k(t_j) x_i x_j + \sigma_{\xi}^2 \sum_{i=1}^s x_i^2 =$$

$$= \sum_{k=1}^n \left(\sum_{i=1}^s a_k(t_i) x_i \right)^2 + \sigma_{\xi}^2 \sum_{i=1}^s x_i^2.$$

Таким чином, квадратичні формули Φ_1 і Φ_2 позитивні при будь-яких $x_i \neq 0$, тобто є позитивно визначеними.

З іншого боку, як видно з (22) і (5), матриці \tilde{R}_y і R_y є симетричними: $R_y^T = R_y$ і $\tilde{R}_y^T = \tilde{R}_y$. Як відомо, усі власні значення позитивно визначених симетричних матриць позитивні, і, значить, такі матриці мають обернені.

Як відмічалось вище, наявність перешкоди є необхідною умовою для існування обернених матриць \tilde{R}_y і R_y . При $\sigma_{\xi}^2 = 0$ квадратичні форми Φ_1 і Φ_2 не є позитивно визначеними, бо вони можуть перетворюватися в нуль при $x_i \neq 0$ і матриці \tilde{R}_y^{-1} і R_y^{-1} можуть не існувати. У цьому випадку існують границі виразів (24) і (26) при $\sigma_{\xi}^2 \rightarrow 0$, для обчислення яких необхідно провести окремі розрахунки.

Перспективи застосування

Умовна функція розподілу $\rho(z/y)$, яка визначається формулами (21), (24) (26) або (21), (14), (15), є основною кількісною характеристикою контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту. Вона містить усю інформацію про параметри z_i , яку можна отримати в результаті контролю, і з неї можуть бути розраховані можливі оцінки. При використанні цих оцінок обов'язково втрачається частина інформації, яка міститься у функції розподілу $\rho(z/y)$. Однак введення таких оцінок є виправданим, оскільки за рахунок часткової втрати інформації досягається суттєве спрощення самих оцінок.

Так, функція $\rho(z/y)$ повністю визначається заданням m параметрів z_i^0 , які задають положення центру розподілу, і елементами матриці H , що опи-

сують відхилення від центру. Оскільки матриця H симетрична, то недиагональні її елементи попарно рівні. Загальна кількість елементів цієї матриці дорівнює $(m+1)/2$.

Отже, відхилення функції розподілу (апостеріорна область параметрів z_i) задається $m(m+1)/2$ незалежними величинами (m – дисперсій і $m(m-1)/2$ коефіцієнтів кореляції). Тому відхилення однієї функції від цих величин призводить до втрати частини інформації, яка міститься у функції $p(z/y)$. Виняток складає випадок $m=1$, тобто при $m(m+1)/2=1$.

Максимально повний опис апостеріорної області відхилення потребує таким чином завдання $m(m+1)/2$ незалежних величин-функцій від m дисперсій і $m(m-1)/2$ коефіцієнтів кореляції. При цьому обмежуються тільки інваріантними функціями дисперсій і кореляції. Під інваріантною розуміємо таку функцію, яка не змінює свого значення при відмінному від початкового вибору незалежних ортонормованих величин q_j .

Так, існує нескінченна множина способів вибору величин Δq_j , які задовольняють умові: $\langle \Delta q_i \Delta q_j \rangle = \delta_{ij}$. Якщо, наприклад, Δq_j – один з таких наборів, то $\Delta q'_j = \sum_{i=1}^n U_{ji} \Delta q_i$, де U_{ji} – унітарна матриця (матриця повороту) теж буде ортонормованим набором, тобто задовольняти умові $\langle \Delta q'_i \Delta q'_j \rangle = \delta_{ij}$. Тому, якщо за оцінку вибрати неінваріантну функцію, то така оцінка буде характеризувати не тільки якість контролю радіонавігаційних комплексів, але й у значному ступені довільний вибір базису (змінних Δq_j). Так, наприклад, апостеріорні дисперсії та коефіцієнти кореляції параметрів z_i є невдало вибраними оцінками.

Висновки

Розроблений метод розрахунку функції розподілу параметрів контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту. Такий метод пропонується використовувати при обґрунтуванні характеристик вимірювальних сигналів контролю радіонавігаційних комплексів засобів водного транспорту при експлуатації.

Література

1. Каретников, В. В. К вопросу построения автоматизированной системы мониторинга пара-

метров высокоточного навигационного поля [Текст] / В. В. Каретников, И. В. Пащенко, А. И. Соколов, И. Г. Кузнецов // Морская радиоэлектроника. – 2015. – № 2 (52). – С. 24 – 27.

2. Соловьев, И. Морская радиоэлектроника [Текст] / И. Соловьев. – Санкт-Петербург : Политехника, 2003. – 185 с.

3. Rogers, R. M. “Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems” [Text] / R. M. Rogers // AIAA Educational Series, American Institute of Aeronautics and Astronautics. – Reston, 2003. – 152 p.

4. Grewal, M. S. Global Positioning Systems [Text] / M. S. Grewal, L. R. Weill, A. P. Andrews // Inertial navigation and integration Wiley. – New York, 2007. – 235 p.

5. Алешин, Б. С. Ориентация и навигация подвижных объектов: современные информационные технологии [Текст] / Б. С. Алешин, К. К. Веремченко. – М.: Наука, 2006. – 424 с.

6. Clarke, F. Functional analysis, Calculus of Variations and Optimal Control [Text] / F. Clarke. – New York : Springer, 2013. – 606 p.

7. Герасимов, С. В. Розробка та дослідження методу розрахунку достовірності вимірювального контролю параметрів радіотехнічних систем морського транспорту [Текст] / С. В. Герасимов, Ю. С. Шапран, В. В. Кірвас // Системи озброєння і військова техніка. – 2017. – № 4 (52). – С. 5 – 10.

8. Басов, В. Г. Измерительные сигналы и функциональные устройства их обработки [Текст] / В. Г. Басов. – Минск : БГУИР, 2013, 119 с.

9. Friedman, N. The Naval Institute Guide to World Naval Weapon System [Text] / N. Friedman. – Naval Institute Press, 2006. – 858 p.

10. Rybin, Yu. Measuring Signal Generators. Theory and Design [Text] / Yu. Rybin. – Dordrecht, London, New York : Springer, 2014. – 488 p.

11. Герасимов, С. В. Measures of efficiency of dimensional control under technical state designation of radio-technical facilities [Text] / С. Герасимов, Ю. Шапран, М. Стахова // Системи обробки інформації. – 2018. – Вип. 1 (152). – С. 148 – 154. doi: 10.30748/soi.2018.152.21.

12. Theoretical basic concepts for formation of the criteria for measurement signals synthesis optimality for control of complex radio engineering systems technical status [Text] / А. Браславська, С. Герасимов, Г. Зубрицький, О. Тимочко, І. Тимочко // Системи обробки інформації. – 2017. – № 5 (151). – С. 151 – 157.

13. Griffiths, B. E. Optimal control of jump-linear gaussian systems [Text] / B. E. Griffiths, K. A. Loparo // Int. J. of control. – Vol. 42. N. 4. – 1985. – P. 791 – 819.

14. Герасимов, С. В. Методика обґрунтування номенклатури параметрів контролю радіотехнічних систем і призначення їх допустимих відхилень

[Текст] / С. В. Герасимов, В. В. Грідіна // Системи обробки інформації. – 2018. – Вип. 2 (153). – С. 159 – 164. doi: 10.30748/soi.2018.153.20.

15. Чинков, В. М. Методика синтезу вимірювальних сигналів для контролю технічного стану зразків озброєння при локальному обмеженні [Текст] / В. М. Чинков, С. В. Герасимов // Наука і техніка Повітряних Сил Збройних Сил України. – 2014. – Вип. 1 (14). – С. 194 – 197.

References

1. Karetnikov, V. V., Pashchenko, I. V., Sokolov, A. I., Kuznetsov, I. G. K voprosu postroyeniya avtomatizirovannoy sistemy monitoringa parametrov vysokotochnogo navigatsionnogo polya [To the question of constructing an automated system for monitoring the parameters of a high-accuracy navigation field]. *Marine Radio Electronics*, 2015, no. 2 (52), pp. 24-27.

2. Solov'ev, I. *Morskaya radioelektronika* [Marine Radio Electronics]. Sankt-Peterburg, "Politexnika" Publ., 2003. 185 p.

3. Rogers, R. M. Applied Mathematics in Integrated Navigation Systems. *AIAA Educational Series*. American Institute of Aeronautics and Astronautics. Reston, 2003. 152 p.

4. Grewal, M. S., Weill, L. R., Andrews, A. P. Global Positioning Systems. *Inertial navigation and integration*, New York, 2007. 235 p.

5. Aleshin, B. S., Veremeenko, K. K. *Oriyentatsiya i navigatsiya podvizhnykh ob'yektov: sovremennyye informatsionnyye tekhnologii* [Orientation and navigation of mobile objects: modern information technologies]. Moscow, "Science" Publ., 2006. 424 p.

6. Clarke, F. *Functional analysis, Calculus of Variations and Optimal Control*. New York, Springer Publ., 2013. 606 p.

7. Herasimov, S., Shapran, Yu. and Kirvas, V. Development and research of the method of calculating

the reliability of the measurement control parameters of radio engineering systems of maritime transport. *Systems of Arms and Military Equipment*, 2017, no. 4 (52), pp. 5-10.

8. Basov, V. G. *Izmeritel'nye sygnaly I funktsional'nye ustroystva ix obrabotki* [Measuring calls and functional units of their treatment]. Minsk, BGUIR Publ., 2013. 119 p.

9. Friedman, N. *The Naval Institute Guide to World Naval Weapon System*. Naval Institute Press Publ., 2006. 858 p.

10. Rybin, Yu. *Measuring Signal Generators. Theory and Design*. Dordrecht, London, New York: Springer, 2014. 488 p.

11. Herasimov, S., Shapran, Yu., Stakhova, M. Measures of efficiency of dimensional control under technical state designation of radio-technical facilities. *Information processing systems*, 2018, no. 1 (152), pp. 148-154. doi: 10.30748/soi.2018.152.21.

12. Bractslavska, A., Herasimov, S., Zubrytskyi, H., Tymochko, A., Timochko, A., Theoretical basic concepts for formation of the criteria for measurement signals synthesis optimality for control of complex radio engineering systems technical status. *Information Processing Systems*, 2017, no. 5 (151), pp. 151-157.

13. Qriffsiths, B. E., Loparo K. A. Optimal control of jump-linear gaussian systems. *Int. J. of control*, 1985, vol. 42, no. 4, pp. 791-819.

14. Herasimov, S., Gridina, V. Method justification nomenclature control parameters of radio systems and purpose of their permissible deviations. *Information processing systems*, 2018, no. 2 (153), pp. 159-164. doi: 10.30748/soi.2018.153.20.

15. Chinkov, V. N., Herasimov, S. V., Metodika sintezy vimiryuval'ny sygnaliv dlya kontrolyu texnichnogo stany zrazkiv ozbroennya pri local'nomy обмеженні [The method of synthesis of measuring signals is for control of the technical state of standards of armament at local limitation]. *Science and Techology of the Air Force of Ukraine*, 2013, no. 1 (14), pp. 194 – 197.

Надійшла до редакції 18.02.2019, розглянута на редколегії 15.04.2019

МЕТОД РАСЧЕТА ФУНКЦИИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПАРАМЕТРОВ КОНТРОЛЯ РАДИОНАВИГАЦИОННЫХ КОМПЛЕКСОВ СРЕДСТВ ВОДНОГО ТРАНСПОРТА

Е. Даки

В статье показано, что применение современных систем и комплексов навигации для управления движением средств водного транспорта позволяет обеспечить безопасное судоходство. Обосновано, что правильная работа средств навигационного обеспечения – радионавигационных комплексов – зависит от их технического состояния. Так, наличие в составе радионавигационных комплексов средств водного транспорта большого количества электронных элементов и радиоканалов и агрессивная среда их эксплуатации повышают роль методов и приборов контроля и диагностирования технического состояния радионавигационных комплексов во время эксплуатации для обеспечения безаварийного функционирования средств водного транспорта. При определении технического состояния радионавигационных комплексов средств вод-

ного транспорта возникает известное в практике контроля сложных систем противоречие: обеспечение заданной достоверности информации о техническом состоянии радионавигационных комплексов управления движением средств водного транспорта требует увеличения объема и точности измерений при оценке их характеристик с одной стороны, с другой – отсутствие методов автоматизации процесса синтеза измерительных сигналов и обработки отзвучиваний на них для этого. В рамках указанного противоречия актуальной научной проблемой является разработка методов синтеза измерительных сигналов и обработки отзвучиваний на них для повышения достоверности и оперативности автоматизированного контроля технического состояния радионавигационных комплексов управления движением средств водного транспорта. Целью данной работы является разработка метода расчета функции распределения параметров контроля радионавигационных комплексов средств водного транспорта. Предложенная условная функция распределения, которая является основной количественной характеристикой контроля радионавигационных комплексов средств водного транспорта. Такая функция содержит всю информацию о параметрах контроля и позволяет определить техническое состояние радионавигационных комплексов. Разработанный метод расчета функции распределения параметров контроля радионавигационных комплексов средств водного транспорта. Такой метод предлагается использовать при обосновании характеристик измерительных сигналов контроля радионавигационных комплексов средств водного транспорта при эксплуатации.

Ключевые слова: радионавигационный комплекс; средства водного транспорта; параметры контроля; функция распределения; корреляционная матрица.

METHOD OF CALCULATION OF THE FUNCTION OF DISTRIBUTION OF CONTROL PARAMETERS RADIO NAVIGATIONAL COMPLEXES OF WATER TRANSPORT

O. Daki

The article shows that the use of modern navigation systems and complexes for controlling the movement of water transport vehicles allows for safe navigation. It is substantiated that the proper work of navigation equipment – radio navigation complexes – depends on their technical condition. Thus, the presence in the radio navigation complexes of water transport facilities of a large number of electronic elements and radio channels and the aggressive environment of their operation increase the role of methods and instruments for monitoring and diagnosing the technical state of the radio navigation complexes during operation to ensure the trouble-free operation of water transport facilities. In determining the technical state of the radio navigation complexes of water transport vehicles there is a known contradiction in the control of complex systems of control: the provision of a given reliability of information about the technical state of the radio navigation complexes of the movement of water transport means requires an increase in the volume and accuracy of measurements in assessing their characteristics on one side, on the other - methods for automating the process of synthesizing the measurement signals and processing feedback on them for this. Within this contradiction, the actual scientific problem is the development of methods for synthesizing measurement signals and processing reviews on them to increase the reliability and efficiency of automated control of the technical state of the radio navigation systems for controlling the movement of water transport vehicles. The purpose of this work is to develop a method for calculating the function of distribution of parameters of control of radio navigation complexes of water transport vehicles. The conditional distribution function is proposed, which is the main quantitative characteristic of the control of the radio navigation complexes of water transport facilities. This feature contains all the information about the control parameters and allows you to determine the technical state of the radio navigation complexes. The method of calculating the function of distribution of parameters of control of radio navigation complexes of water transport means is developed. Such a method is proposed to be used in substantiating the characteristics of the measuring signals of the control of the radio navigation complexes of the means of water transport during operation.

Keywords: radio navigation complex; means of water transport; control parameters; distribution function; correlation matrix.

Дакі Олена Анатоліївна – канд. пед. наук, доцент, Державний університет інфраструктури та технологій, Київ, Україна.

Daki Olena – PhD (Pedagogy), Associate Professor, State University of Infrastructure and Technology, Kiev, Ukraine, e-mail: olena_daki@ukr.net, ORCID Author ID: 0000-0003-3932-462X.