

П.О.Приставка

Національний авіаційний університет

ЛІНІЙНІ ОПЕРАТОРИ НА ОСНОВІ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ СПЛАЙНІВ У ЗАДАЧІ ФІЛЬТРАЦІЇ ТРИВИМІРНИХ ПОСЛІДОВНОСТЕЙ

Подано лінійні оператори, що можуть бути використані при автоматизованій обробці тривимірних послідовностей відліків гладких функцій. Оператори забезпечують низькочастотну та високочастотну фільтрацію тривимірного сигналу, а також контрастування.

Постановка проблеми. При автоматизованій обробці тривимірних сигналів, наприклад, цифрового відео, ключовою вимогою до математичного забезпечення є швидкодія обчислень при виконанні цільової функції обробки. Під цільовою функцією в контексті розуміється виконання конкретної задачі: низькочастотної або високочастотної фільтрації, контрастування, масштабування, тощо. Швидкодія обробки напряму залежить від кількості простіших арифметичних операцій процедури опрацювання. Вочевидь, подібній вимозі задовольняють лінійні оператори, які й використовуються при реалізації у відповідному програмному забезпеченні.

Останні десятиріччя розвиток отримали методи, що базуються на обчислювальному аспекті, зокрема вейвлет-перетворення, методи subdivision, часткові випадки локальних поліноміальних сплайнів на основі B -сплайнів. Проте, актуальним залишається питання подання обчислювальних схем обробки тривимірних сигналів, які б одночасно мали порівняно високу швидкодію і при цьому задовольняли вимогам до кінцевого результату обробки.

Аналіз досліджень та постановка задачі. Не відкидаючи можливостей застосування методів обробки тривимірних сигналів, викладених в інших публікаціях, пропонується розглянути питання про використання операторів, отриманих із залученням часткових випадків локальних поліноміальних сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому на основі B -сплайнів другого-четвертого

порядків. Аргументацією до подібного підходу є викладені нижче міркування.

Технологія збереження (або передачі) цифрованого тривимірного сигналу, припускає, що кожен елемент p тривимірної послідовності можна подати у вигляді такої суми:

$$p = \bar{p} + \varepsilon, \quad (1)$$

де \bar{p} – усереднене значення; ε – похибка. Існує думка, що доречним є розглядати наступну суму:

$$p = p_{icm} + \varepsilon, \quad (2)$$

де p_{icm} – істинне значення сигналу, що фіксується. Проте, є заперечення проти подібного визначення. Наприклад, для цифрованого відео вираз (2) не може виконуватись апріорі. По-перше, апаратні можливості камер фіксації сигналу не забезпечують виконання виразу (2) – розрішення кадру, по-суті, є визначальним у питанні скільки інформації можна зосередити на одиниці площі матриці фіксації. Отже, мова йде про інтегральну характеристику, дискретним аналогом якої є саме величина \bar{p} . По-друге, не маючи несуб'єктивних критеріїв стосовно якості візуальної інформації, вираз (2) логічно поступається в аргументації виразу (1).

Існує достатньо вичерпно досліджений математичний апарат обробки даних подібних (1), що відповідає вимозі швидкодії відповідних обчислювальних процедур. Це – різноманітні типи локальних сплайнів [1; 2]. В [3 – 7] подано приклади використання часткових випадків сплайн-операторів двох змінних у задачах субполосної фільтрації, контрастування та масштабування двовимірних послідовностей, які можуть бути узагальнені на випадок тривимірних послідовностей.

Виклад основного матеріалу. Зафіксуємо розбиття Δ_{h_t} , Δ_{h_q} , Δ_{h_g} осей T , Q , G точками $t_i = ih_t$, $i \in Z$, $h_t > 0$, $q_j = jh_q$, $j \in Z$, $h_q > 0$, $g_l = lh_g$, $l \in Z$, $h_g > 0$, відповідно до яких задається розбиття Δ_{h_t, h_q, h_g} дійсного простору \mathbf{R}_3 на однакові області. Нехай у вузлах розбиття Δ_{h_t, h_q, h_g} задано значення деякої гладкої функції $p(t, q, g) \in C^{r, r, r}$, $r = 2, 3, 4$: $p_{i, j, l}$, $i, j, l \in Z$, причому будемо вважати, що виконується

$$p_{i,j,l} = \bar{p}_{i,j,l} + \varepsilon_{i,j,l}, \quad (3)$$

де

$\varepsilon_{i,j,l}$ – похибка;

$$\bar{p}_{i,j,l} = \frac{1}{h_t h_q h_g} \int_{(i-0,5)h_t}^{(i+0,5)h_t} \int_{(j-0,5)h_q}^{(j+0,5)h_q} \int_{(l-0,5)h_g}^{(l+0,5)h_g} p(t, q, g) dt dq dg.$$

Якщо задано системи базисних функцій у вигляді B -сплайнів, то для вирішення задачі неперервної апроксимації функції $p(t, q, g)$ можемо використати тривимірні поліноміальні сплайни, що є близькими до інтерполяційних у середньому [2], що ставляться у відповідність послідовності $P = \{p_{i,j,l}\}_{i,j,l \in \mathbb{Z}}$ значень типу (3).

Як було показано в [4], для отримання низькочастотних фільтрів достатньо використати значення сплайнів відповідного порядку у вузлових точках. Отже, нехай $S_{r,k}(p, t, q, g)$ – сплайн трьох змінних r -го порядку, k -го ступеня уточнення ($k = 0, 1, 2$). Будемо позначати

$$S_{r,k}^{(x,y;z)}$$

– функціонал, що є значенням сплайну $S_{r,k}(p, t, q, g)$ при набутті змінними x, y, z , $|x| \leq 1$, $|y| \leq 1$, $|z| \leq 1$,

$$x = \frac{2}{h_t} (t - (i + 0,5)h_t), \quad y = \frac{2}{h_q} (q - (j + 0,5)h_q),$$

$$z = \frac{2}{h_g} (g - (l + 0,5)h_g), \quad \text{при } r = 2, 4,$$

$$x = \frac{2}{h_t} (t - ih_t), \quad y = \frac{2}{h_q} (t - jh_q),$$

$$z = \frac{2}{h_g} (g - lh_g), \quad \text{при } r = 3,$$

конкретних значень з проміжків $[-1;1]$. Наприклад, позначення $S_{2,1}^{(-\frac{1}{5}, \frac{2}{5}; 1)}$ слід розуміти, як результат перетворення над сплайном $S_{2,1}(p, t, q, g)$ [4], отримане при покладанні змінних $x = -\frac{1}{5}$, $y = \frac{2}{5}$ та $z = 1$.

Уведемо позначення $\gamma_{(x;y;z)}^{(r,k)}$ – тривимірна матриця, елементи якої після операції дискретної згортки з послідовністю P надають лінійний функціонал $S_{r,k}^{(x;y;z)}$, тобто:

$$S_{r,k}^{(x;y;z)} = \sum_{i \in \mathbf{Z}} \sum_{j \in \mathbf{Z}} \sum_{l \in \mathbf{Z}} \gamma_{(x;y;z)}^{(r,k)}(i,j,l) \cdot P_{i,j,l}.$$

Для отримання лінійних операторів низькочастотних фільтрів на основі зазначених сплайнів, достатньо обрахувати відповідний сплайн у точках

$$x = 0, \quad y = 0, \quad z = 0, \quad \text{при } r = 2, 4,$$

та

$$x = \bar{1}, \quad y = \bar{1}, \quad z = \bar{1}, \quad \text{при } r = 3.$$

Отже, маємо такі лінійні оператори, отримані з явних виглядів сплайнів, близьких до інтерполяційних у середньому:

$$S_{2,0}^{(0;0;0)} = \sum_{ii=i-1}^{i+1} \sum_{jj=j-1}^{j+1} \sum_{ll=l-1}^{l+1} \gamma_{ii-i, jj-j, ll-l}^{(2,0)} \cdot P_{ii, jj, ll}, \quad (4)$$

$$S_{3,0}^{(-1;-1;-1)} = \sum_{ii=i-1}^{i+1} \sum_{jj=j-1}^{j+1} \sum_{ll=l-1}^{l+1} \gamma_{ii-i, jj-j, ll-l}^{(3,0)} \cdot P_{ii, jj, ll}, \quad (5)$$

$$S_{4,0}^{(0;0;0)} = \sum_{ii=i-2}^{i+2} \sum_{jj=j-2}^{j+2} \sum_{ll=l-2}^{l+2} \gamma_{ii-i, jj-j, ll-l}^{(4,0)} \cdot P_{ii, jj, ll}, \quad (6)$$

де

$$\gamma_H^{(r,0)} = \left\{ \gamma_{H_{i,j,l}}^{(r,0)}; i, j, l = \overline{-1;1} \right\}, \quad r = 2, 3;$$

$$\gamma_H^{(4,0)} = \left\{ \gamma_{H_{i,j,l}}^{(4,0)}; i, j, l = \overline{-2;2} \right\} - \text{тривимірні маски низькочастотного}$$

фільтра, двовимірні складові яких

$$\gamma_{H_i}^{(r,0)}, \quad i = \overline{-1;1}; \quad \gamma_{H_i}^{(4,0)}, \quad i = \overline{-2;2},$$

такі:

$$\gamma_{H_{-1}}^{(2,0)} = \gamma_{H_1}^{(2,0)} = \frac{1}{512} \begin{pmatrix} 1 & 6 & 1 \\ 6 & 36 & 6 \\ 1 & 6 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{H_0}^{(2,0)} = \frac{1}{512} \begin{pmatrix} 6 & 36 & 6 \\ 36 & 216 & 36 \\ 6 & 36 & 6 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{H_{-1}}^{(3,0)} = \gamma_{H_1}^{(3,0)} = \frac{1}{216} \begin{pmatrix} 1 & 4 & 1 \\ 4 & 16 & 4 \\ 1 & 4 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{H_0}^{(3,0)} = \frac{1}{216} \begin{pmatrix} 4 & 16 & 4 \\ 16 & 64 & 16 \\ 4 & 16 & 4 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{H_{-2}}^{(4,0)} = \gamma_{H_2}^{(4,0)} = \frac{1}{Dv} \begin{pmatrix} 1 & 76 & 230 & 76 & 1 \\ 76 & 5776 & 17480 & 5776 & 76 \\ 230 & 17480 & 52900 & 17480 & 230 \\ 76 & 5776 & 17480 & 5776 & 76 \\ 1 & 76 & 230 & 76 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{H_{-1}}^{(4,0)} = \gamma_{H_1}^{(4,0)} = \frac{1}{Dv} \begin{pmatrix} 76 & 5776 & 17480 & 5776 & 76 \\ 5776 & 438976 & 1328480 & 438976 & 5776 \\ 17480 & 1328480 & 4020400 & 1328480 & 17480 \\ 5776 & 438976 & 1328480 & 438976 & 5776 \\ 76 & 5776 & 17480 & 5776 & 76 \end{pmatrix}$$

$$\gamma_{H_0}^{(4,0)} = \frac{1}{Dv} \begin{pmatrix} 230 & 17480 & 52900 & 17480 & 230 \\ 17480 & 1328480 & 4020400 & 1328480 & 17480 \\ 52900 & 4020400 & 12167000 & 4020400 & 52900 \\ 17480 & 1328480 & 4020400 & 1328480 & 17480 \\ 230 & 17480 & 52900 & 17480 & 230 \end{pmatrix},$$

де

$$Dv = 384^3 = 56623104.$$

У відповідність низькочастотним фільтрам (4)-(6) поставимо наступні високочастотні фільтри:

$$S_{r,0}^e = \sum_{ii=i-1}^{i+1} \sum_{jj=j-1}^{j+1} \sum_{ll=l-1}^{l+1} \gamma_{ii-i, jj-j, ll-l}^{(r,0)} \cdot P_{ii, jj, ll}, \quad r = 2, 3,$$

$$S_{4,0}^e = \sum_{ii=i-2}^{i+2} \sum_{jj=j-2}^{j+2} \sum_{ll=l-2}^{l+2} \gamma_{ii-i, jj-j, ll-l}^{(4,0)} \cdot P_{ii, jj, ll},$$

де

$$\gamma_{\mathcal{E}}^{(r,0)} = \left\{ \gamma_{i,j,l}^{(r,0)}; i, j, l = \overline{-1; 1} \right\}, \quad r = 2, 3;$$

$$\gamma_{\mathcal{E}}^{(4,0)} = \left\{ \gamma_{i,j,l}^{(4,0)}; i, j, l = \overline{-2; 2} \right\} - \text{тривимірні маски високочастотних}$$

фільтрів, двовимірні складові яких

$$\gamma_{\mathcal{E}_i}^{(r,0)}, \quad i = \overline{-1; 1}; \quad \gamma_{\mathcal{E}_i}^{(4,0)}, \quad i = \overline{-2; 2},$$

такі:

$$\gamma\theta_{-1}^{(2,0)} = \gamma\theta_1^{(2,0)} = -\gamma\mathcal{H}_{-1}^{(2,0)},$$

$$\gamma\theta_0^{(2,0)} = \frac{1}{512} \begin{pmatrix} -6 & -36 & -6 \\ -36 & 296 & -36 \\ -6 & -36 & -6 \end{pmatrix},$$

$$\gamma\theta_{-1}^{(3,0)} = \gamma\theta_1^{(3,0)} = -\gamma\mathcal{H}_{-1}^{(3,0)}$$

$$\gamma\theta_0^{(3,0)} = \frac{1}{216} \begin{pmatrix} -4 & -16 & -4 \\ -16 & 152 & -16 \\ -4 & -16 & -4 \end{pmatrix},$$

$$\gamma\theta_{-2}^{(4,0)} = \gamma\theta_2^{(4,0)} = -\gamma\mathcal{H}_{-2}^{(4,0)},$$

$$\gamma\theta_{-1}^{(4,0)} = \gamma\theta_1^{(4,0)} = -\gamma\mathcal{H}_{-1}^{(4,0)},$$

$$\gamma\theta_0^{(4,0)} = \frac{1}{Dv} \begin{pmatrix} -230 & -17480 & -52900 & -17480 & -230 \\ -17480 & -1328480 & -4020400 & -1328480 & -17480 \\ -52900 & -4020400 & 44456104 & -4020400 & -52900 \\ -17480 & -1328480 & -4020400 & -1328480 & -17480 \\ -230 & -17480 & -52900 & -17480 & -230 \end{pmatrix}.$$

Контрастні фільтри, що є зворотними [5] до низькочастотних (4) – (6), визначають наступні лінійні оператори:

$$S_{r,0}^{\kappa} = \sum_{ii=i-2}^{i+2} \sum_{jj=j-2}^{j+2} \sum_{ll=l-2}^{l+2} \gamma\mathcal{K}_{ii-i, jj-j, ll-l}^{(r,0)} \cdot P_{ii, jj, ll}, \quad r = 2, 3,$$

$$S_{4,0}^{\kappa} = \sum_{ii=i-4}^{i+4} \sum_{jj=j-4}^{j+4} \sum_{ll=l-4}^{l+4} \gamma\mathcal{K}_{ii-i, jj-j, ll-l}^{(4,0)} \cdot P_{ii, jj, ll},$$

де

$$\gamma\mathcal{K}^{(r,0)} = \left\{ \gamma\mathcal{K}_{i,j,l}^{(r,0)}; i, j, l = \overline{-2; 2} \right\}, \quad r = 2, 3;$$

$\gamma\kappa^{(4,0)} = \left\{ \gamma\kappa_{i,j,l}^{(4,0)}; i, j, l = \overline{-4;4} \right\}$ – тривимірні маски контрастних фільтрів, двовимірні складові яких

$$\gamma\kappa_i^{(r,0)}, \quad i = \overline{-2;2}; \gamma\kappa_i^{(4,0)}, \quad i = \overline{-4;4},$$

такі:

$$\gamma\kappa_{-2}^{(2,0)} = \gamma\kappa_2^{(2,0)} = \frac{1}{39304} \begin{pmatrix} 1 & -8 & 48 & -8 & 1 \\ -8 & 64 & -384 & 64 & -8 \\ 48 & -384 & 2304 & -384 & 48 \\ -8 & 64 & -384 & 64 & -8 \\ 1 & -8 & 48 & -8 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\gamma\kappa_{-1}^{(2,0)} = \gamma\kappa_1^{(2,0)} = \frac{1}{39304} \begin{pmatrix} -8 & 64 & -384 & 64 & -8 \\ 64 & -512 & 3072 & -512 & 64 \\ -384 & 3072 & -18432 & 3072 & -384 \\ 64 & -512 & 3072 & -512 & 64 \\ -8 & 64 & -384 & 64 & -8 \end{pmatrix},$$

$$\gamma\kappa_0^{(2,0)} = \frac{1}{39304} \begin{pmatrix} 48 & -384 & 2304 & -384 & 48 \\ -384 & 3072 & -18432 & 3072 & -384 \\ 2304 & -18432 & 110592 & -18432 & 2304 \\ -384 & 3072 & -18432 & 3072 & -384 \\ 48 & -384 & 2304 & -384 & 48 \end{pmatrix},$$

$$\gamma\kappa_{-2}^{(3,0)} = \gamma\kappa_2^{(3,0)} = \frac{1}{2744} \begin{pmatrix} 1 & -6 & 24 & -6 & 1 \\ -6 & 36 & -144 & 36 & -6 \\ 24 & -144 & 576 & -144 & 24 \\ -6 & 36 & -144 & 36 & -6 \\ 1 & -6 & 24 & -6 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{-1}^{\kappa(3,0)} = \gamma_{\kappa_1}^{(3,0)} = \frac{1}{2744} \begin{pmatrix} -6 & 36 & -144 & 36 & -6 \\ 36 & -216 & 864 & -216 & 36 \\ -144 & 864 & -3456 & 864 & -144 \\ 36 & -216 & 864 & -216 & 36 \\ -6 & 36 & -144 & 36 & -6 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{\kappa_0}^{(3,0)} = \frac{1}{2744} \begin{pmatrix} 24 & -144 & 576 & -144 & 24 \\ -144 & 864 & -3456 & 864 & -144 \\ 576 & -3456 & 13824 & -3456 & 576 \\ -144 & 864 & -3456 & 864 & -144 \\ 24 & -144 & 576 & -144 & 24 \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{-4}^{\kappa(4,0)} = \gamma_{\kappa_4}^{(4,0)} = \begin{pmatrix} -3,0284\text{E-}10 & -0,00000002 & 0,00000012 & -0,00000037 & 0,00000099 & \dots \\ -0,00000002 & -0,00000161 & 0,00000847 & -0,00002659 & 0,00007236 & \dots \\ 0,00000012 & 0,00000847 & -0,00004466 & 0,00014016 & -0,00038136 & \dots \\ -0,00000037 & -0,00002659 & 0,00014016 & -0,00043992 & 0,00119697 & \dots \\ 0,00000099 & 0,00007236 & -0,00038136 & 0,00119697 & -0,00325681 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{-3}^{\kappa(4,0)} = \gamma_{\kappa_3}^{(4,0)} = \begin{pmatrix} -0,00000002 & -0,00000161 & 0,00000847 & -0,00002659 & 0,00007236 & \dots \\ -0,00000161 & -0,00011714 & 0,00061737 & -0,00193773 & 0,00527231 & \dots \\ 0,00000847 & 0,00061737 & -0,00325372 & 0,01021241 & -0,02778663 & \dots \\ -0,00002659 & -0,00193773 & 0,01021241 & -0,03205353 & 0,08721344 & \dots \\ 0,00007236 & 0,00527231 & -0,02778663 & 0,08721344 & -0,23729632 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{-2}^{\kappa(4,0)} = \gamma_{\kappa_2}^{(4,0)} = \begin{pmatrix} 0,00000012 & 0,00000847 & -0,00004466 & 0,00014016 & -0,00038136 & \dots \\ 0,00000847 & 0,00061737 & -0,00325372 & 0,01021241 & -0,02778663 & \dots \\ -0,00004466 & -0,00325372 & 0,01714808 & -0,05382238 & 0,14644364 & \dots \\ 0,00014016 & 0,01021241 & -0,05382238 & 0,16893142 & -0,45964022 & \dots \\ -0,00038136 & -0,02778663 & 0,14644364 & -0,45964022 & 1,25062073 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

$$\gamma_{-1}^{(4,0)} = \gamma_{-1}^{(4,0)} = \begin{pmatrix} -0,00000037 & -0,00002659 & 0,00014016 & -0,00043992 & 0,00119697 & \dots \\ -0,00002659 & -0,00193773 & 0,01021241 & -0,03205353 & 0,08721344 & \dots \\ 0,00014016 & 0,01021241 & -0,05382238 & 0,16893142 & -0,45964022 & \dots \\ -0,00043992 & -0,03205353 & 0,16893142 & -0,53022226 & 1,44266517 & \dots \\ 0,00119697 & 0,08721344 & -0,45964022 & 1,44266517 & -3,92530259 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

$$\gamma_0^{(4,0)} = \begin{pmatrix} 0,00000099 & 0,00007236 & -0,00038136 & 0,00119697 & -0,00325681 & \dots \\ 0,00007236 & 0,00527231 & -0,02778663 & 0,08721344 & -0,23729632 & \dots \\ -0,00038136 & -0,02778663 & 0,14644364 & -0,45964022 & 1,25062073 & \dots \\ 0,00119697 & 0,08721344 & -0,45964022 & 1,44266517 & -3,92530259 & \dots \\ -0,00325681 & -0,23729632 & 1,25062073 & -3,92530259 & 10,68023318 & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

де, задля економії місця, для $\gamma_{k_i}^{(4,0)}$ приводяться коефіцієнти з індексами

$$\begin{pmatrix} (j-4, l-4) & (j-4, l-3) & (j-4, l-2) & (j-4, l-1) & (j-4, l) & \dots \\ (j-3, l-4) & (j-3, l-3) & (j-3, l-2) & (j-3, l-1) & (j-3, l) & \dots \\ (j-2, l-4) & (j-2, l-3) & (j-2, l-2) & (j-2, l-1) & (j-2, l) & \dots \\ (j-1, l-4) & (j-1, l-3) & (j-1, l-2) & (j-1, l-1) & (j-1, l) & \dots \\ (j, l-4) & (j, l-3) & (j, l-2) & (j, l-1) & (j, l) & \dots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix},$$

а інші визначаються з урахуванням симетрії матриці $\gamma_{k_i}^{(4,0)}$.

Висновки. У роботі одержано тривимірні фільтри з використанням сплайнів відповідної розмірності на основі B -слайнів, близьких до інтерполяційних у середньому. Обчислювальні схеми, що можуть бути побудовані на підставі запропонованих лінійних функціоналів, задовольнятимуть вимозі функціонування програмного забезпечення в режимі реального часу.

Отримані результати можуть бути використані при вирішенні задач цифрової обробки тривимірних сигналів, зокрема, відеосигналів. Подальші дослідження можна зосередити на розробці відповідних інформаційних та обчислювальних технологій, з урахуванням одержаних функціоналів.

Бібліографічні посилання

1. **Лигун А.А.** Асимптотические методы восстановления кривых. / А.А. Лигун, А.А. Шумейко. – К., 1996. – 358 с.
2. **Приставка П.О.** Поліноміальні сплайни при обробці даних – Д.; 2004. – 236 с.
3. **Приставка П.О.** Поліноміальні сплайни в задачах бінарного поповнення / Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій. – Д., 2003. –Т.7. –С.39–53.
4. **Приставка П.О.** Обчислювальні аспекти застосування поліноміальних сплайнів при побудові фільтрів / Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій. – Д., 2006. – Т.10. – С.3–14.
5. **Приставка П.О.** Побудова контрастних фільтрів за використанням поліноміальних сплайнів / Актуальні проблеми автоматизації та інформаційних технологій. – Д., 2007. – Т.11. – С.15–22.
6. **Приставка П.О.** Поповнення послідовностей відліків функцій двох змінних на основі поліноміальних сплайнів / Вісн. НАУ. – К., 2007. – №3-4. – С. 36–39.
7. **Приставка П.О.** Поповнення зі згладжуванням послідовностей відліків функцій двох змінних на основі сплайнів / Математичне моделювання. – 2008. – №1(18). – С.9–12.

Надійшла до редколегії 15.05.08.