Висновки. У даній статті розглянута задача оцінки знань тестованих як задача їхньої класифікації за рівнем знань, умінь та навичок, для рішення якої використовувалася послідовна процедура перевірки гіпотез і правила прийняття рішень на основі критерію Вальда. Цей спосіб перевірки знань на відміну від Байсевського підходу перевірки гіпотез та підходу Неймана-Пірсона дасть можливість комп'ютерній системі тестування приймати рішення про віднесення студента до того або іншого класу, не потребуючи перевірки всіх N завдань, тобто передбачається аналіз результатів завдань у процесі їх виконання.

Бібліографічні посилання

1. **Журавлев Ю.И.** Об алгебраическом подходе к решению задач распознавания или классификации / Ю.И. Журавлев // Проблемы кибернетики. – М., 1978, – №33 – С. 5–68.
2. **Евсеева И.В.** Комплексный подход к классификации обучаемых / И.В. Евсеева // Вестник ХГТУ, 2004 – №1(19) – С. 490–493.
3. **Евсеева И.В.** Классификация обучаемых на основе теории нечетких множеств / И.В. Евсеева // Вестник ХГТУ, 2005 – №1(21) – С. 551–553.
4. **Васильев В.И.** Основы культуры адаптивного тестирования / В.И. Васильев, Т.Н. Тягунова – М., 2003. – 584 с.
5. **Петров Э.Г.** Формализованный подход к классификации обучаемых / Э.Г.Петров, И.В. Евсеева // Вестник ХГТУ, 2003 – №2(18) – С. 431–434.
6. **Левин Б. Р.** Теоретические основы статистической радиотехники. В трех книгах. Книга вторая / Б.Р. Левин. – М., 1975. – 392 с.

Надійшла до редколегії 25.07.09

УДК 519.254

Т.А. Грошихіна

Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара

АНАЛІЗ ОЦІНОК ПАРАМЕТРІВ СПЛАЙН-ВЕЙБУЛЛА РОЗПОДІЛУ У СИСТЕМІ ГІДРОХІМІЧНОГО МОНІТОРИНГУ

Подано обчислювальну процедуру відновлення сплайн розподілу Вейбулла з одним вузлом у системі гідрохімічного моніторингу техногенно навантаженого регіону. Оцінки стійкості параметрів розподілу досліджуються за допомогою методу «Гусениця»

Ключові слова: *метод «Гусениця», оцінка параметрів, розподіл Вейбулла, сплайн*

Представлена вычислительная процедура восстановления сплайн-распределения Вейбулла с одним узлом в системе гидрохимического мониторинга техногенно нагруженного региона. Оценки стойкости параметров распределения исследуются с помощью метода «Гусеница»

Ключевые слова: *метод «Гусеница», оценка параметров, распределение Вейбулла, сплайн*

Represented a computational procedure for restoration of Weibull spline distribution with a single node in the system of hydro-chemical monitoring of technogenic loaded region. Parameters stability estimates of the distribution are investigated using the SSA method

Keywords: *SSA, parameteres estimation, Weibull distribution, spline*

Постановка проблеми. Розглядається задача моніторингу природного середовища при техногенному навантаженні в зоні видобутку корисних копалин. Більш вузько задача пов'язана з гідрохімічним моніторингом підземних вод.

При аналізі техногенного навантаження на ландшафт у зоні дії промислових підприємств доцільною є задача оцінки ризику впливу хімічних елементів на природне середовище. Останнє досліджується на основі розподілу Вейбулла.

Для відновлення розподілу Вейбулла пропонується обчислювальна технологія на основі методу найменших квадратів та дослідження оцінок параметрів розподілу в часі.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Розподіл Вейбулла потужно реалізовано в задачах надійності [1] та інших. На його основі виділено сплайн-розподіли Вейбулла, процедури розрахунку їхніх параметрів наведено в [2]. Застосування розподілу Вейбулла у системах моніторингу подано лише в науково-дослідних роботах.

Постановка задачі. Об'єктом дослідження є вміст хімічних елементів у підземних водах за даними гідро-геохімічного моніторингу в зоні дії гірничо-збагачувального комбінату. Дані про вміст хімічних показників найчастіше мають розподіл з класу Вейбулла. Саме тому метою роботи є аналіз параметрів сплайн-розподілу Вейбулла, при дослідженні техногенного навантаження на ландшафт.

Оскільки параметр β чітко характеризує ступінь впливу техногенного навантаження, а саме, чим більше його значення параметра, тим більше ступінь техногенного навантаження, доцільно дослідити поведінку значень даного параметра в часі, застосувавши для цього метод «Гусениця».

Основний матеріал. Вважаємо, що сплайн-розподіл Вейбулла може бути записаний у вигляді [2]

$$F(t;\bar{\theta}) = \begin{cases} 1-\exp(-\dfrac{t^{\beta_1}}{\alpha}), & t\in[0;T_0] \\ 1-\exp(-\dfrac{T_0^{\beta_1}}{\alpha}(\dfrac{t}{T_0})^{\beta_2}), & t\in[T_0;\infty) \end{cases},$$

де T_0 – вузол склеювання.

При $T_0 = 0$ маємо частковий випадок – розподіл Вейбулла, при цьому $\beta_1 = \beta_2$

Перетворенням Джонсона зведемо функцію розподілу до лінійного вигляду

$$\ln\ln\frac{1}{1-F(t;\bar{\theta})} = \begin{cases} A+\beta_1\ln t, & t\in[0;T_0] \\ A+\beta_1\ln T_0+\beta_2(\ln t-\ln T_0), & t\in[T_0;\infty) \end{cases}$$

Тоді параметри розподілу $\lambda, \beta_1, \beta_2$, знаходяться з умови

$$\rho_0 = \min_k \sup_i \left|F_n(t_i) - \hat{F}(t_i, \hat{\lambda}_k, \hat{\beta}_{1k}, \hat{\beta}_{2k})\right| .$$

При цьому оцінки параметрів $\hat{\lambda}, \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2$ отримаємо після реалізації

$$\min_{\lambda,\beta_1,\beta_2} S^2 = \min_{\lambda,\beta_1,\beta_2} \frac{1}{n-4}\Big[\sum_{i=1}^{k}(z_i - A - \beta_1 y_i)^2 + \sum_{i=k+1}^{n-1}\big((z_i - z(t_k)) - \beta_2(y_i - y_k)\big)^2\Big]$$

Унаслідок лінійної форми для цього достатньо реалізувати

$$\min_{\lambda,\beta_1,\beta_2} S_{1k}^2 \sim \min_{\lambda,\beta_1,\beta_2} \sum_{i=1}^{k}[z_i - A - \beta_1 y_i]^2$$

$$\text{та} \quad \min_{\lambda,\beta_2} S_{2k}^2 \sim \min_{\lambda,\beta_2} \sum_{i=k+1}^{n-1}\left[(z_i - z(t_k)) - \beta_2(y_i - y_k)\right]^2$$

Отже, маємо наступну обчислювальну процедуру:

1. Вважаємо, що вузол склеювання T_0 функції розподілу співпадає з однією з варіант t_k, $k = 3, n-4$. Обчислюємо для кожного t_k оцінки параметрів $\{\hat{\lambda}_k, \hat{\beta}_{1k}, \hat{\beta}_{2k}\}$ [2]:

$$\hat{\lambda}_k = \exp(\hat{\beta}_{1k}\frac{S_{zk}}{S_{yk}} - \overline{z_k}) \qquad \hat{\beta}_{1k} = \hat{r}_k\frac{S_{zk}}{S_{yk}} \qquad \hat{\beta}_{2k} = \frac{\overline{(y-y_k)(z-z_k)}_{n-k-1}}{\overline{(y-y_k)^2}_{n-k-1}} .$$

2. Для t_k, $k = 3, n-4$ у кожній точці варіаційного ряду обчислюємо значення теоретичної функції розподілу $F(t_i, \hat{\lambda}_k, \hat{\beta}_{1k}, \hat{\beta}_{2k})$.

3. З умови $\rho_0 = \min_k \sup_i \left|F_n(t_i) - \hat{F}(t_i, \hat{\lambda}_k, \hat{\beta}_{1k}, \hat{\beta}_{2k})\right|$ знаходимо місцеположення вузла склеювання $t_k = t_{k0}$, $k = 3, n-4$ та приписуємо даному вузлу оцінки параметрів.

4. Знаходимо дисперсійні оцінки параметрів розподілу та призначаємо довірчі інтервали [2]:

$$D(\hat{A}) = \frac{S^2}{S_{yk}^2}\overline{y_k^2}, \quad D(\hat{\beta}_{1k}) = \frac{S^2}{S_{yk}^2} \qquad D(\hat{\beta}_{2k}) = \frac{S^2}{\overline{(y-y_k)^2}_{n-k-1}} .$$

Для $T_0 = 0$ та $\beta_1 = \beta_2$ маємо наступні оцінки параметрів розподілу та дисперсійні оцінки параметрів [2]:

$$\hat{A} = \frac{\bar{z}\cdot\overline{y^2} - \bar{y}\cdot\overline{yz}}{\overline{y^2} - \bar{y}^2};\ \hat{\beta} = \frac{\overline{yz} - \bar{y}\cdot\bar{z}}{\overline{y^2} - \bar{y}^2};\ D(\hat{A}) = \frac{S^2}{\overline{y^2} - \bar{y}^2}\overline{y^2};\ D(\hat{\beta}) = \frac{S^2}{\overline{y^2} - \bar{y}^2},$$

де

$$\overline{z_k} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} z_i ; \qquad \overline{y_k} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} y_i ; \qquad \overline{yz_k} = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k} y_i z_i ;$$

$$\overline{(y-y_k)(z-z_k)}_{n-k-1} = \frac{1}{n-k-1}\sum_{i=k+1}^{n-1}(y_i - y_k)(z_i - z_k)$$

$$\overline{(y-y_k)^2}_{n-k-1} = \frac{1}{n-k-1}\sum_{i=k+1}^{n-1}(y_i - y_k)^2$$

$$\hat{r}_k = \frac{yz_k - y_k \cdot z_k}{S_{yk}S_{zk}}; \quad S_{zk}^2 = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}(z_i - z_k)^2; \quad S_{yk}^2 = \frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}(y_i - y_k)^2$$

За наведеною процедурою для кожного кварталу (починаючи з третього 1978-го року до четвертого 1992-го року) були обчислені параметри розподілу вмісту хімічних елементів у підземних водах зони дії Північного гірничо-збагачувального комбінату.

На рис. 1 відображено зміну оцінки параметра β у часі для вмісту хлору, на осі часу відображені номери відповідних кварталів.

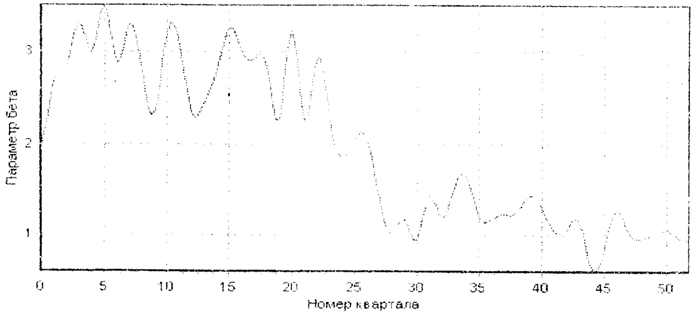

Рис. 1. Зміна параметра розподілу вмісту хлору

Для вказаного параметра розподілу реалізуємо перевірку гіпотези 1

$$H_0: \hat{\beta} = 1.$$

Тобто знаходимо квартали для яких розподіл Вейбулла співпадає з експоненціальним розподілом.

Обчислюємо статистику $U_\beta = \dfrac{\hat{\beta} - 1}{\sqrt{D\{\hat{\beta}\}}}$.

Здійснюється перевірка $\left|U_\beta\right| \le U_{\alpha/2}$ на рівні значущості $\alpha = 0.05$.

Для всіх кварталів, на яких вказана нерівність виконується, відбувається заміна поточного значення оцінки параметра на $\beta = 1$. Якщо нерівність не виконується, то поточне значення оцінки параметра розподілу залишається. Таким чином отримаємо масив $\left\{\hat{\beta}_i' : i = \overline{1,k}\right\}$.

Отриманий масив розбиваємо на m проміжків, і для кожного проміжку реалізуємо перевірку гіпотези 2

$$H_0: \hat{\beta} = \overline{\beta}_j,$$

де $\overline{\beta}_j$ – середнє значення оцінки параметра розподілу на j-му проміжку розбиття. Таким чином зводимо графік зміни оцінки параметра в часі до кусково-лінійного вигляду.

Обчислюємо статистику $U'_\beta = \dfrac{\hat{\beta} - \overline{\beta}_j}{\sqrt{D\{\hat{\beta}\}}}$ для $j = \overline{1,m}$.

Здійснюється перевірка $\left|U'_\beta\right| \le U_{\alpha/2}$ на рівні значущості $\alpha = 0.05$.

Тим самим реалізуємо раніше наведену процедуру. Таким чином отримаємо масив $\left\{\beta_i'' : i = \overline{1,r}\right\}$.

На рис. 2 відображено остаточно отриманий масив оцінок параметра β для вмісту хлору, на осі часу відображені номери відповідних кварталів.

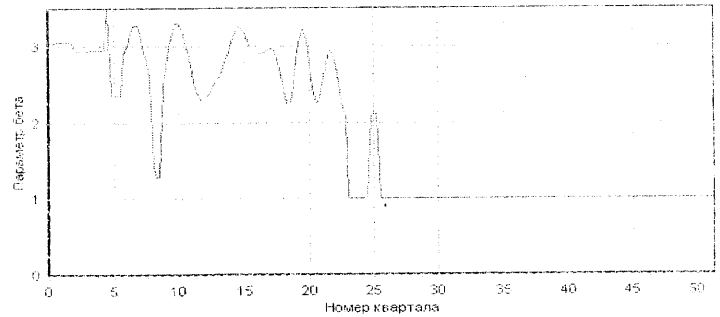

Рис. 2. Остаточний масив оцінок параметра β вмісту хлору

Проаналізувавши отримані дані, робимо висновок, що починаючи з третього кварталу 1985-го року дані про вміст хлору у підземних водах мають експоненціальний закон розподілу (параметр $\beta = 1$).

Вважаючи, що масив оцінок параметра β для вмісту хлору у підземних водах є стохастичним, тоді для подальшого дослідження реалізуємо метод SSA («Гусениця»).

На рис. 3 наведено розкладання вхідних даних за шістьма головними компонентами [3]:

Після розкладання вхідного ряду на головні компоненти виконується відновлення початкових даних на рівні 95,8 %, таким чином прибираються шуми, які присутні у початковому ряді. До вказаного відновлення ввійшли перші чотири головні компоненти розкладання.

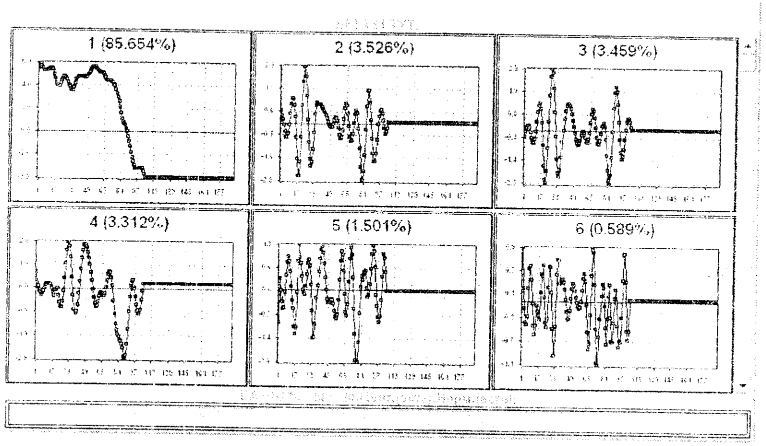

Рис. 3. Головні компоненти

На рис.4 проілюстровано відновлений ряд, на осі часу відображено номери кварталів (починаючи з третього кварталу 1978-го року до четвертого кварталу 1992-го року):

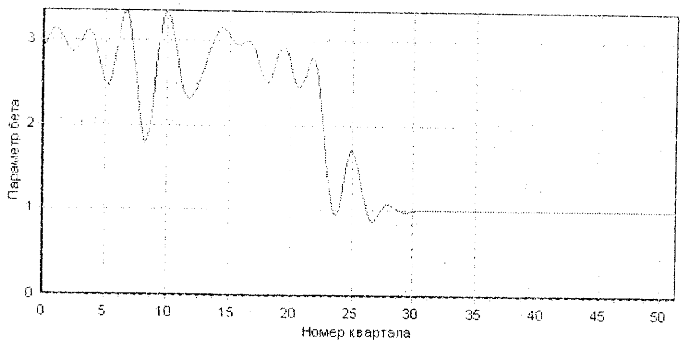

Рис. 4. Відновлений ряд оцінки параметра β вмісту хлору

Проаналізувавши отримані результати робимо висновок, що загалом характер початкового та відновленого ряду співпадають, проте відновлений ряд згладжує частковий кусково-лінійний характер вхідного часового ряду.

Після відновлення даних методом SSA («Гусениця»), застосовуємо процедури перевірки гіпотез 1 та 2. У результаті отримаємо кусково-лінійний графік зміни оцінки параметра за часом (рис. 5).

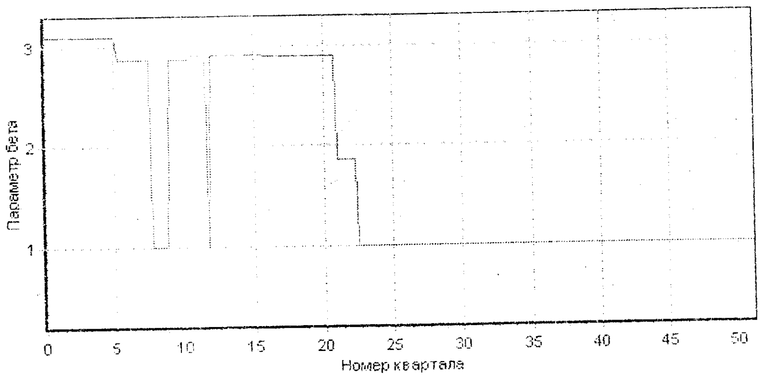

Рис. 5. Зміна оцінки параметра вмісту хлору

Проаналізувавши дані з рис. 5, отримаємо: однакове техногенне навантаження спостерігаємо на наступних часових відрізках:

- з третього кварталу 1978-го року по четвертий 1979-го включно, техногенне навантаження найбільше;
- протягом першого та другого кварталів 1980-го року;
- з другого кварталу 1981-го року по четвертий 1983-го включно;
- протягом першого та другого кварталів 1984-го року;
- починаючи з другого кварталу 1985-го року до четвертого 1992-го, видобуток руди впав у порівнянні з попередніми роками, тому хімічний вміст хлору у підземних водах зменшився.

Висновки. У даній роботі розроблена обчислювальна процедура на основі сплайн-розподілу Вейбулла відносно оцінки техногенного навантаження в зоні дії Північного гірничо-збагачувального комбінату в часі, де були реалізовані поряд з обчислювальними схемами відновлення розподілу Вейбулла і метод SSA («Гусеница»), який дозволяє обчислити стаціонарні ділянки за часом техногенного навантаження.

Для наступних проміжків часу:

- З третього кварталу 1978-го року по другий 1980-го включно;
- З другого кварталу 1981-го року по другий 1984-го включно.

Оцінка параметра $\beta > 1$, тобто проводиться інтенсивний видобуток руди, що приводить до збільшення вмісту хлору у підземних водах.

Аналогічна ситуація спостерігається для інших хімічних елементів, а саме: сульфатів (SO4), гідрокарбонатів (HCO3) та магнію (Mg).

Бібліографічні посилання

1. **Гнеденко Б.В.** Математические методы в теории надежности / Б.В. Гнеденко, Ю.К. Беляев, А.Д. Соловьев. – М., 1965. – 524с.
2. **Приставка О.П.** Сплайн-розподіли у статистичному аналізі. / О.П. Приставка. – Д., 1995, – 152с.
3. Варианты метода «Гусеница»-SSA для анализа многомерных временных рядов/ Эл. ресурс. URL: www.gistatgroup.com

Надійшла до редколегії 13.07.09

УДК 378.147

О.Г. Байбуз, О.П. Приставка

Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара

ІМІТАЦІЙНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ НА МЕРЕЖАХ

Запропоновано імітаційну модель мереженої системи з циклічною дисципліною, сталим часом обслуговування та регулярними вхідними потоками

Ключові слова: *імітаційне моделювання, квант обслуговування, максимальна інтенсивність потоку, математична модель, мережена модель, оптимальна довжина черги, теорія масового обслуговування, час реакції системи*

Предложена имитационная модель сетевой системы с циклической дисциплиной, постоянным временем обслуживания и регулярными входными потоками

Ключевые слова: *имитационное моделирование, квант обслуживания, максимальная интенсивность потока, математическая модель, сетевая модель, оптимальная длина очереди, теория массового обслуживания, время реакции системы*

Simulation model of network system with cyclic discipline, constant service time and regular input streams proposed

Key words: *simulation model, quantum of service maximum flow rate, mathematical model, network model, optimal queue length, queuing theory, system reaction time*

Постановка проблеми та мета роботи. Проблема дослідження процесів функціонування на мережах систем є достатньо актуальною. Процес дослідження таких систем починається зі створення математичної моделі.

Математичні моделі таких систем пов'язані з теорією масового обслуговування та мереженими моделями.

Останнє дозволяє застосовувати логіко–ймовірносний метод та імітаційне моделювання (ІМ). Використання ІМ позбавляє від необхідності знаходити складні аналітичні вирази та сильно скорочують час, необхідний для аналізу систем.

Найбільш універсальним методом дослідження мереженої системи є метод ІМ, який дозволяє отримувати як кількісні, так і статистичні характеристики мереженої системи. Основною перевагою імітаційного моделювання порівняно з аналітичним є можливість