

УДК 519.168

К.А. Кузнецов, А.С. Бовкун, И.В. Мозговая

*Днепропетровский национальный университет имени Олеся Гончара, Leibniz Universitat Hannover***О РАЗБИЕНИИ ГРАФОВ В ЗАДАЧАХ СЕГМЕНТАЦИИ ИЗОБРАЖЕНИЙ****Наведені теоретичні основи та практичні розрахунки використання методів кластеризації графа стосовно аналізу даних педографічних досліджень.****Ключові слова:** сенсорні устілки, педографія, кластеризація графів, сегментація зображень, рпінзнання частин стопи.**Приведены теоретические основы и практические расчеты использования методов кластеризации графа применительно к анализу данных педографических исследований.****Ключевые слова:** сенсорные стельки, педография, кластеризация графов, сегментация изображений, распознавание областей стопы.**The article presents the theoretical basis and practical calculations using graph clustering methods applied to data analysis of pedography research****Keywords:** sensor insoles, pedography, graphs clustering, image segmentation, recognition of areas of the foot.

Постановка задачі. Для описания кинематических и динамических характеристик ходьбы человека широкое распространение получила педография [1; 2] – метод обследования, основанный на измерении распределения плантарного давления в статике и динамике для функциональной диагностики. Альтернативными способами регистрации давления являются: использование дорожки с металлическим покрытием и обуви, снабженной электрическими контактами; использование вмонтированных в обувь контактных элементов, замыкающихся при давлении подошвы на опору или использование тензодатчиков, расположенных в специальной стельке для обуви. Этот метод исследования позволяет изучить распределение давления под разными отделами стопы, что позволяет диагностировать степень деформаций стоп и нарушений ходьбы при различных заболеваниях.

Педография не является самостоятельным диагностическим методом. Она позволяет получить уточняющую информацию, которая

© К.А. Кузнецов, А.С. Бовкун, И.В. Мозговая, 2010

дополняет клинико-рентгенологическую картину. При травмах или заболеваниях нижних конечностей сокращается продолжительность периода опоры больной ноги, изменяется соотношение давления на различные ее участки, замедляется темп ходьбы. Педография с компьютерной обработкой полученной информации может применяться в амбулаторных условиях с целью объективной оценки опорной и локомоторной функции нижних конечностей при различных заболеваниях и повреждениях опорно-двигательного аппарата и определения эффективности лечебных мероприятий.

Биомеханика стопы и функции стопы в различные фазы шага различны. Если в фазу амортизации основная задача стопы – смягчение удара при контакте с поверхностью, то в период опоры на всю стопу – задача стопы – перераспределение энергии для эффективного выполнения следующей фазы – отталкивания от опоры. В процессе фазы опоры выделяют точки приложения реакции опоры к стопе. Стопа приземляется на наружный отдел пятки. Затем на протяжении фазы приземления центр силы реакции опоры смещается к центру стопы в фазе опоры на всю стопу и на ее передний внутренний отдел в фазу отталкивания. Нормальная траектория перемещения реакции опоры при ходьбе представляет собой перемещение от наружного отдела пятки вдоль наружного края стопы в медиальном направлении к точке между 1 и 2 пальцем стопы. Траектория перемещения переменна и может зависеть от темпа и типа ходьбы, от рельефа поверхности опоры, от типа обуви, а именно – от высоты каблука и от жесткости подошвы. Реакция опоры во многом определяется функциональным состоянием мышц нижней конечности и инервационной структурой ходьбы.

Учитывая анатомию стопы и анализ динамики движения при ходьбе, стопу разбивают на несколько областей нагрузки, соответствующих анатомическим отделам стопы. Так в [3; 4] приведены результаты исследования процесса ходьбы при разделении стопы на 3 области: пятка, средняя и передняя часть стопы или на 6 областей соответственно. Во втором случае каждая из указанных областей разбивается на боковую и центральную части. В [5] предлагается методика анализа педографических данных, согласно которой стопа разбивается на 10 областей: пятка, средняя часть, 5 областей плюсневых костей, области первого, второго и область 3-5 пальцев. Данные для исследования получены с помощью программного пакета «Medical Professional» (Novel, München), распознавание областей стопы производится с помощью программы automask®, алгоритм разбиения базируется на геометрических

характеристиках отпечатков стопы на основании данных наибольших высот давления и их рассеяния.

В настоящей работе данные давления под стопой при ходьбе исследуемого в обуви получены с помощью диагностического комплекса «F-Scan» [3, 6]. Перед проведением исследования в обувь исследуемого вкладываются сенсорные стельки, являющиеся разработкой американской компании «TeckScan» (рис. 1).



Рис. 1. Сенсорные стельки

Толщина стелек 0,15 мм, вмонтированные в них сенсорные датчики давления позволяют регистрировать приходящее на них усилие с высокой точностью и частотой. Величина отдельного сенсора в стельке около 5 x 5 мм.

Стельки имеют универсальный размер. Перед проведением исследования с помощью ножниц им придается форма, соответствующая форме стопы исследуемого и его обуви. Перед началом записи процесса ходьбы для каждого исследуемого выполняется калибровка. Полученные после проведения испытания данные представляют собой совокупность мгновенных отпечатков стопы. Измерения проводятся с частотой 50 снимков в секунду. При этом открытым остается вопрос об автоматическом распознавании областей стопы аналогично [4,5].

Анализ последних достижений. На сегодняшний день существует большое число методов сегментации изображений. На верхнем уровне классификации их можно разделить на следующие группы [7].

Методы, использующие гистограммы яркостей, основываются на разделении исходного изображения на сегменты, исходя исключительно из цветовых характеристик точек. Информация о взаимном расположении точек при этом не учитывается. Одним из таких методов является метод пороговой фильтрации, состоящий в отнесении всех точек со значениями яркостей, меньших T к одному кластеру, а всех остальных – к другому. Неоспоримыми преимуществами методов данной группы являются эффективность и простота реализации, существенным недостатком является игнорирование пространственной информации.

Вторая группа методов основывается на выделении краев. Краям объектов изображения, как правило, соответствует большой перепад яркостей. Полученная информация используется далее для построения

сегментов. Основным недостатком данной группы является частая несвязность и незамкнутость полученных границ, что усложняет дальнейшее построение кластеров.

Методы, основанные на кластеризации графов, обладают наибольшей гибкостью в силу различных способов, с помощью которых может задаваться граф. Одним из самых известных методов этой группы является метод, основывающийся на поиске минимального нормированного разреза [8]. Однако, достаточно часто имеется некоторая информация относительно размера будущих кластеров, которая данным методом не учитывается. Поэтому был предложен другой подход к отысканию минимальных разрезов графа, позволяющий учитывать данные такого рода.

Постановка задачи. В качестве исходной информации для получения сегментации стопы были взяты 14 ее мгновенных отпечатков. Каждый из них представляет собой матрицу 60*21 целых чисел диапазона [0,255]. Эти отпечатки удобно показывать в виде растрового изображения, где светлые области соответствуют участкам стопы, испытавшим большее давление. На рис. 2 представлены изображения, соответствующие различным фазам движения.

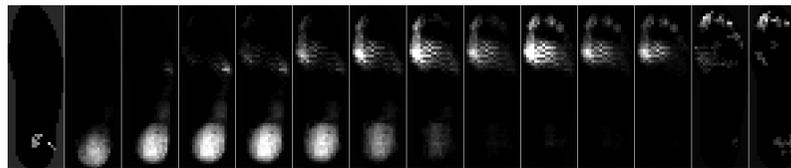


Рис.2. Мгновенные отпечатки стопы на различных стадиях движения

Для выделения основных областей нагрузки стопы исходные изображения были агрегированы двумя способами (рис. 3). Первый вариант – яркость каждой точки агрегированного изображения определяется как среднее арифметическое яркостей соответствующих точек паттернов. Во втором варианте эти средние яркости масштабируются на диапазон [0,255]. Третий вариант – сглаживание изображения методом итерированных усреднений.

В данной работе предлагается решать задачу нахождения основных областей нагрузки, используя графовое представление входных изображений. Одним из способов такого представления является граф, вершины которого соответствуют пикселям изображения, а ребра соединяют вершины, соответствующие соседним пикселям. Вес ребра обратно пропорционален модулю разности яркостей этих пикселей.

В таком представлении задача выделения областей нагрузки сводится к задаче разбиения графа на заданное количество кластеров,

минимизирующего вес разреза, с ограничениями на мощности получаемых кластеров. Так как оригинальный граф содержит $60 \times 21 = 1260$ вершин, предлагается алгоритм, позволяющий снизить размерность задачи.



Рис. 3. Агрегированные изображения Р

Начальный препроцессинг. Введем некоторые обозначения. Пусть p – произвольная точка агрегированного изображения P . Обозначим через Ω_i – предварительные сегменты изображения. Пусть $B(p)$ – яркость отдельной точки, тогда

$$B(\Omega_i) = \frac{1}{|\Omega_i|} \sum_{p \in \Omega_i} B(p)$$

Алгоритм 1. Preprocessing phase (α, β)

$n \leftarrow 0$

ДЛЯ всех $p \in P - \bigcup_{n=0}^n \Omega_n$

$n \leftarrow n + 1, \quad \Omega_n \leftarrow \{p\}$

ПОКА $\exists q \in P - \bigcup_{n=0}^n \Omega_n$ соседние с $\Omega_n : |B(q) - B(\Omega_n)| \leq \alpha$

$\Omega_n \leftarrow \Omega_n \cup \{q\}$

ПОКА $\exists i : |\Omega_i| \leq \beta$

$J \leftarrow \{j : \Omega_j \text{ – соседняя с } \Omega_i\}$

ДЛЯ всех $j \in J$

$S_{r_l}(\Omega, \omega, T_i)$

$\Omega_i \leftarrow \Omega_i \cup \Omega_{j^*}$

Параметрами этого алгоритма являются α – порог яркости, при котором новые точки еще будут добавляться к сегменту; β – минимальный размер сегмента в пикселах.

Результатом работы этого алгоритма является начальная сегментация агрегированного изображения и возможность ее представления в виде графа. Вершинами такого графа являются сегменты изображения, выделенные на рисунке рис. 4а контуром. Вес вершины определяется мощностью соответствующего сегмента. Ребро между вершинами существует только в том случае, если соответствующие им сегменты изображения имеют общую границу. Вес ребра определяется как величина, обратно пропорциональная модулю разности средних яркостей областей.

Результат работы фазы препроцессинга для агрегированного изображения на рис. 3б с параметрами $\alpha = 15$ и $\beta = 30$ представлен на рис. 4а, а на рис. 4б – соответствующий граф.



Рис. 4а

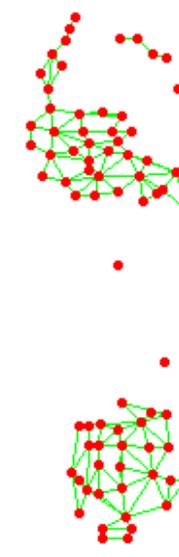


Рис. 4б

Сегментированное изображение

Соответствующий граф

Постановка задачи кластеризации графа. Пусть $G=(V,E)$ – неориентированный граф с множеством вершин V и множеством ребер E . Пусть $\exists w:V \rightarrow R^+$ и $e:E \rightarrow R^+$, где w представляет собой вес вершины, а e – вес ребра графа G . Необходимо разбить

множество вершин V на m кластеров $\{V_1, V_2, \dots, V_m\}$ таким образом, чтобы $V = \bigcup_{i=1}^m V_i$ и $V_i \cap V_j = \emptyset, i \neq j$ и при этом:

$$\sum_{i \neq j} \sum_{x \in V_i, y \in V_j} e(x, y) \rightarrow \min \quad (1)$$

$$\left| \sum_{v \in V_i} w(v) - a_i \right| \leq \varepsilon, \forall i = \overline{1, m}, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^m a_i = \sum_{v \in V} |w(v)| \quad (3)$$

Здесь a_i – максимально допустимый вес кластера.

В частном случае ($m=2$) и без ограничений (2) и (3) рассматриваемая задача сводится к классической задаче поиска минимального разреза и максимального потока. Ограничение (2) делает ее NP-полной [10], поэтому точное решение для больших графов не может быть получено за разумное время.

Для решения задачи (1)-(3) предлагается использовать один из наиболее эффективных адаптивных методов случайного поиска – поиск с запретами (tabu search).

Метод решения. Решение задачи будем представлять в виде целочисленного вектора $S = (s_1, s_2, \dots, s_n)$, где s_i – номер кластера, которому принадлежит i -я вершина графа. При этом подграфы, множества вершин которых $V'_k = \bigcup_{s_i=k} v_i$ должны быть связными для

всех $k = \overline{1, m}$.

Окрестностью $\Delta(S)$ решения S будем называть множество решений, отличающихся от S только одной компонентой и не нарушающих условие связности подграфов.

Качество решения S зависит от двух факторов – суммы весов ребер графа G , имеющих концы в разных кластерах и отличием реальных весов кластеров от желаемых.

$$f(s) = \sum_{q=1:r: s_q \neq s_r} e(q, r) + \gamma \sum_{i=1}^m \left| \sum_{v \in V_i} w(v) - a_i \right|. \quad (4)$$

Слагаемые в этом критерии имеют различную природу: первое слагаемое зависит от яркости агрегированного изображения, второе – от мощности получаемых кластеров. Этим объясняется наличие коэффициента γ в формуле (4).

Введенных понятий окрестности $\Delta(S)$ и целевой функции (4) достаточно для построения простого алгоритма случайного поиска. Для построения начального решения используется алгоритм 2, который постепенно наращивает размеры кластеров до величин, заданных вектором X , относя уже обработанные вершины к множеству U .

Алгоритм 2. Построение начального решения

Сгенерировать случайный вектор $X = \{X_1, X_2, \dots, X_m\}: \sum_{i=1}^m X_i = n$.

$U \leftarrow \emptyset$

ДЛЯ всех $i = \overline{1, m}$

$v \leftarrow$ случайная вершина, $v \notin U$

Добавить v в очередь Q

$X_i \leftarrow X_i - 1, S_v \leftarrow i, U \leftarrow U \cup \{v\}$

ПОКА Q не пуста

Извлечь вершину r из очереди Q

ЕСЛИ $X_i > 0$

Случайно выбрать смежную с r вершину t ,
 $t \notin U$

Добавить t в очередь Q

$X_i \leftarrow X_i - 1, S_t \leftarrow i, U \leftarrow U \cup \{t\}$.

Теперь построенное начальное приближение может быть улучшено методом локального поиска (алгоритм 3).

Алгоритм 3. Локальный поиск

ПОКА будут происходить изменения в векторе решения S

ДЛЯ каждой из вершин $r \in V$

ДЛЯ каждой из вершин l , смежных с r , и таких, что $S_r \neq S_l$

$C \leftarrow S$

$C_r \leftarrow C_l$

ЕСЛИ $f(S) > f(C)$

$S \leftarrow C$

Как и следовало ожидать, построенный алгоритм из разных начальных приближений сходится к существенно различным решениям. На рис. 5 показаны начальные приближения и полученные из них решения.

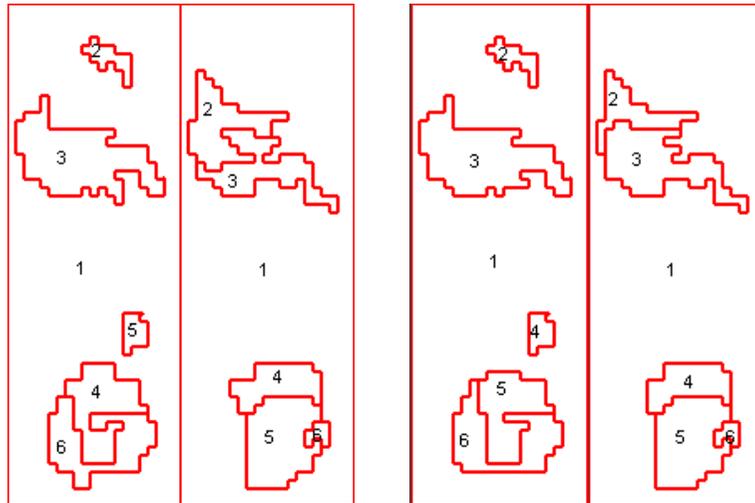


Рис. 5 Начальные приближения (слева) и полученные решения (справа)

Именно необходимость выхода из ловушек локальных оптимумов и стала причиной построения алгоритма поиска с запретами [11]. Далее дадим краткий обзор основных понятий, используемых данным алгоритмом.

Механизм короткой памяти является ключевым для работы алгоритма поиска с запретами. Суть его заключается в том, что после изменения i -ой компоненты текущего решения S , ее запрещено менять снова на протяжении нескольких последующих итераций. Длинная память позволяет вести учет числа итераций, во время которых происходили изменения определенных компонент текущего вектора решений S . Данная информация используется для диверсификации, поощряя исследование малоизученных областей пространства поиска.

Критерий ускорения позволяет преодолевать запреты, реализованные механизмом короткой памяти, если в окрестности $\Delta(S)$ текущего решения S имеется некоторое решение C , дающее наилучший результат среди всех, полученных на предыдущих итерациях.

Ниже приведен алгоритм поиска с запретами для решения задачи кластеризации взвешенного графа. В нем использованы следующие

обозначения: k – число итераций, в течение которых не происходило обновлений лучшего решения $Best$, $kMax$ – максимальное пороговое значение числа таких итераций. S – текущее решение, $SM[i]$ указывает, в течение какого числа итераций номер кластера вершины i не должен меняться, Old – решение, полученное на предыдущей итерации алгоритма. Множество $Tabu$ представляет список запрещенных решений. Параметр $tenure$ указывает, в течение какого числа итераций очередная операция изменения компоненты текущего вектора решений будет невозможной.

Алгоритм 4. $TabuSearch(tenure, kMax)$

$k \leftarrow 0$

$Tabu \leftarrow \emptyset$

ДЛЯ всех $i = \overline{1, n}$

$SM_i \leftarrow 0$

ПОКА $k < kMax$

$Old \leftarrow S$

ЕСЛИ $\exists C \in \Delta(S) : f(Best) > f(C)$

$Best \leftarrow C, S \leftarrow C, k \leftarrow 0$

ИНАЧЕ

$S \leftarrow \min_{C \in \Delta(S) \setminus Tabu} F(C)$

$k \leftarrow k + 1$

ДЛЯ всех $i = \overline{1, n}$

ЕСЛИ $SM_i > 0$

$SM_i \leftarrow SM_i - 1$

ДЛЯ всех $i = \overline{1, n}$

ЕСЛИ $Old_i \neq S_i$

$SM_i \leftarrow SM_i + tenure$

$Tabu \leftarrow \{P : \exists i : (P_i \neq S_i) \wedge (SM_i > 0)\}$

Результаты работы алгоритма. Мы подвергли разбиению граф, изображенный на рис.4б на 6 и 9 кластеров, задав следующие размеры областей a_i в процентах от размера исходного изображения (табл. 1).

Таблица 1

Размеры кластеров, используемые при проведении кластеризации

| № кластера | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---------------------|----|----|---|---|---|----|---|---|----|
| Доля изображения, % | 16 | 5 | 5 | 8 | 7 | 59 | | | |
| | 16 | 14 | 5 | 5 | 5 | 5 | 8 | 7 | 35 |

Мы выбирали значения $kMax=100$, а $tenure = 35$. После объединения областей, соответствующих вершинам одного кластера, были получены результаты, представленные на рис. 6а и 6б.

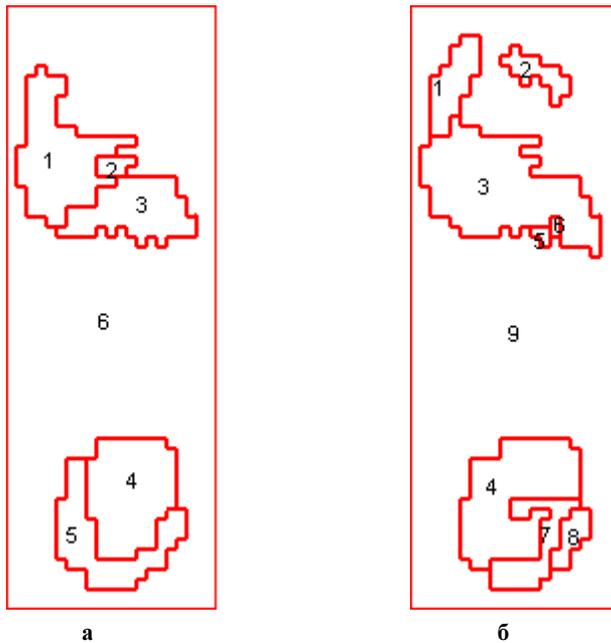


Рис. 6 Разбиение изображения на 6 и 9 кластеров

На рис. 7а и 7б представлены графики сходимости при проведении разбиения на 6 и 9 кластеров соответственно.

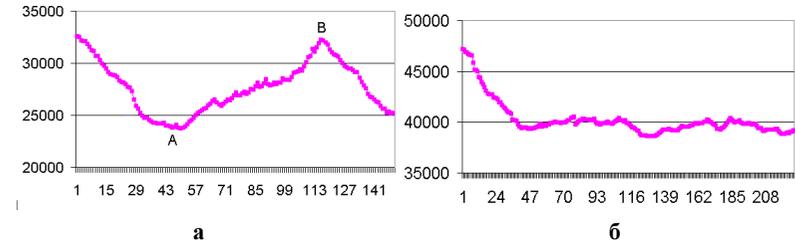


Рис. 7 Сходимость целевой функции

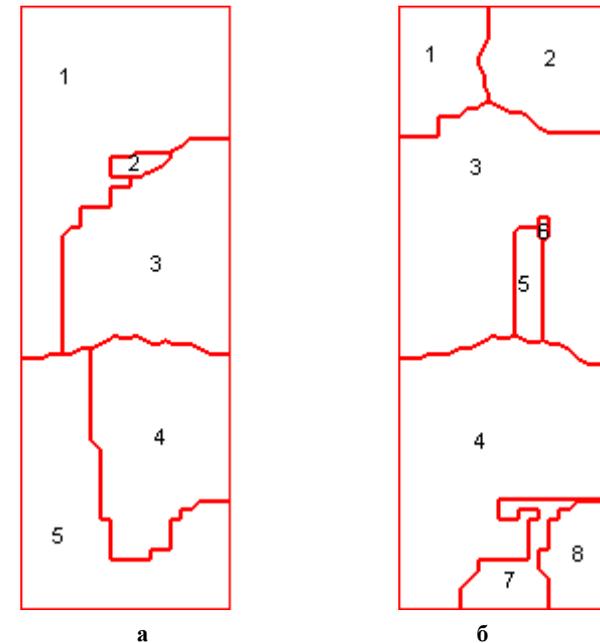


Рис. 8. Сегментация изображения на 6 и 9 областей

По горизонтальной оси на обоих графиках откладывается номер итерации, а по вертикальной – значение целевой функции $f(S)$. На графиках просматривается характер сходимости алгоритма поиска с ограничениями: постепенное уменьшение значений целевой функции, что соответствует приближению к локальному оптимуму, сменяется увеличением, что соответствует процессу выхода из локального оптимума. Например, на рис. 7а значения целевой функции постепенно уменьшаются, пока не будет достигнута точка локального оптимума А, затем увеличиваются, в результате чего будет произведен 88

выход за пределы области сходимости к локальному оптимуму А. Такая тенденция продолжается, пока не будет достигнута точка В, а после этого снова происходит постепенное приближение к новому локальному оптимуму.

После проведения сегментации изображения, точки внешней области (той, которая касается четырех границ изображения) перераспределяются между ближайшими к ним областями. Результат такого преобразования показан на рис. 8а и 8б.

Выводы и перспективы. Опыт решения задачи кластеризации взвешенного графа, к которой свелась задача сегментации изображения, показывает, что задача является удобным объектом для апробации современных техник решения задач многоэкстремальной оптимизации. Наличие большого количества локальных оптимумов в сочетании со сложным рельефом целевой функции может сделать эту задачу привлекательной для исследователей как итерационных, так и популяционных алгоритмов.

Полученные результаты сегментации агрегированного изображения стопы согласуются с результатами, приведенными в [3; 4]. Так, на рис. 8а выделены области, соответствующие пятке, средней и передней частям стопы. На рисунке 8б распознаны области, соответствующие пятке, средней части стопы и пальцам.

Разработанные алгоритмы могут быть непосредственно использованы в программном обеспечении для автоматизации распознавания областей стопы.

Библиографические ссылки

1. **Янсон Х.А.** Биомеханика нижней конечности / Х.А. Янсон – Рига, 1975, 324 С.
2. **Duckworth T**, Belts RP, Franks CI, Burke J. The measurement of pressures under the foot, Foot Ankle. – 1982. №3. – P.130-141.
3. **R Plat Schwartz**, Arthur L. Heath.:Some factors which influence the balance of the foot in walking: The Stance Phase of Gait. – The Journal of Bone and Joint Surgery, 1937, 19 – P. 431-442.
4. **Damien Nolan**, Norelee Kennedy. Effects of low-dye taping on plantar pressure pre and post exercise: an exploratory study. <http://www.biomedcentral.com/1471-2474/10/40>. – Aktualdata: 21.04.09.
5. **Martinus Richter**. Intraoperative Pedobarographie – Eine neue validierte Methode zur intraoperativen biomechanischen Analyse: http://www.foot-trauma.org/de/fusschir_pedo_iframe.htm. – Aktualdata: 31.03.2010.

6. **Ahroni JH**, **Boyko EJ**, **Forsberg R**. Reliability of F-scan in-shoe measurements of plantar pressure. – Foot Ankle Int, 1998, 19(10) – P. 668–673.
7. **Dzung L. Pham**, Chenyang Xu, Jerry L. Prince. Current Methods in Medical Image Segmentation//Annual Review of Biomedical Engineering – 2000 – V. 2, P. 315-337.
8. **Jianbo Shi**, Jitendra Malik. Normalized Cuts and Image Segmentation// IEEE Transactions on pattern analysis and machine intelligence – 2000 – V. 22, №.8, P. 888-905.
9. **Walshaw C**. The Graph Partitioning Archive, <http://staffweb.cms.gre.ac.uk/~c.walshaw/partition/>
10. **Michael R. Garey**, David S. Johnson. Computers and Intractability. A Guide to the Theory of NP-Completeness, p. 209.
11. **Gendreau M**. An Introduction to Tabu Search – 2002.

Надійшла до редколегії 22.07.10