УДК 519.248

С.А. Ватковский, Т.Г. Емельяненко

Днепропетровский национальный университет им. Олеся Гончара

НЕЧЕТКИЕ МОДЕЛИ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ В ТЕОРИИ НАДЕЖНОСТИ

Досліджено застосування нечітких Марківських процесів у задачах теорії надійності.

Ключові слова: *теорія надійності, Марківські процеси, нечіткі множини.*

Исследована применимость нечетких Марковских процессов в задачах теории надежности.

Ключевые слова: *теория надежности, Марковские процессы, нечёткие множества.*

It was researched the applicability of fuzzy Markov processes in problems of reliability theory.

Key words: *reliability theory, Markov processes, fuzzy sets.*

Введение и постановка проблемы. Надежность технических систем приобретает все большую значимость в связи с автоматизацией процессов. Различные технические системы могут использоваться в средах, где человеческое присутствие невозможно, или же где требуется большая деликатность и точность, например, в медицинских системах. Отказы в этих системах, вероятно, будут иметь очень серьезные последствия. В этих непредсказуемых рабочих средах отказы более распространены и их тяжелее предугадать.

Увеличивающееся требование производить более надежные системы пробудило интерес к нескольким теориям, используемым в проектировании отказоустойчивости. Такие методы в теории надежности направлены на оценку эффективности новых проектов. Инструменты анализа надежности, такие как деревья отказа и модели Маркова необходимы, чтобы дать представление о том, что преимущества отказоустойчивого проекта ощутимы и стоят затраченных усилий. К сожалению, компонентная интенсивность отказов, используемая в этих расчетах, очень часто зависит от конфигурации и среды, и, таким образом, известна только приблизительно на этапе конструирования. Нечеткие методы оценки реализуют оценивание явления единичного характера, для которых отсутствуют вероятностные характеристики.

В связи с этим возникает необходимость разработки информационной технологии для создания отказоустойчивых систем.

Анализ последних исследований и публикаций. Стандартные подходы для обеспечения надежности основываются на вероятностной модели, которая часто является несоответствующей для задач такого рода [2]. Теория вероятности часто – сложный и не интуитивный подход, результат которого трудно анализировать. Так же, вероятностный анализ обычно требует больше информации о системе, чем известно, например, средние интенсивности отказов или распределения интенсивности отказов [2]. Обычно, это приводит к неправдоподобным предположениям об исходных данных. Вероятностная парадигма также имеет много ограничений при применении для выборок небольшого объема [4].

Нечеткая логика предлагает альтернативу вероятностной парадигме,– возможность, которая более адекватна для надежности в автоматизированном окружении [2; 4]. Теория возможности применима для расчетов количественной надежности, которая сохраняет неопределенность в исходных данных. Также этот подход применятся для небольших выборок без каких-либо ограничений [4], что делает его подходящим для анализа специализированных систем, а также их прототипов, которые являются важными аспектами в надежности.

Нечеткая логика также повышает надежность исследования через понятие инспекции и восстановления. Стандартные модели надежности обычно имеют дело с двоичным представлением отказа: система работает или отказала. Более гибкая и реалистическая модель позволяет системам медленно ухудшаться, так же как и отказывать мгновенно. Инспекция и восстановление учитывают частичные системные отказы [2].

Среди подходов, используемых для анализа надежности, только деревья отказов и их разновидности адаптированы к нечеткой логике в полной мере. Однако деревья отказов несколько ограничены в применении. Частичные отказы, покрытие, ремонтопригодные системы и другие важные проблемы надежности хорошо не охвачены методом анализа деревьев отказов [3]. Альтернативой данному подходу является использование нечетких Марковских процессов. Однако проведённый обзор нечетких их моделей показал, что они в задачах надежности достаточно не исследовались.

Формулировка цели статьи. Исследовать возможность применения нечетких моделей Марковских процессов в проектировании отказоустойчивых систем.

Основной материал исследования. Компонентную интенсивность отказов иногда очень трудно вычислить точно во время процесса проектирования. Нельзя легко определить факторы окружающей среды и взаимодействия между компонентами прежде, чем созданы несколько прототипов [6]. Полученные четкие значения задают оценку порядка погрешности при использовании методов, основанных на теории вероятностей [2]. Эта проблема существенно уменьшает преимущество, полученное при использовании моделей Марковских процессов для лучшего представления системы.

Нечетким моделям Марковских процессов необходимы оценки возможности нечеткого события. Это добавляет дополнительный элемент нечеткости к системе, с которой нужно иметь дело.

Для решения этой проблемы в большинстве работиспользуются нечеткий интеграл. Нечеткий интеграл – математическое действие над нечетким множеством и нечеткой мерой, выдающей четкий результат. Они позволяют определить возможность нечеткого события, подобного интегрированию четкого события.

Чтобы использовать нечеткие интегралы, необходимо ввести понятие нечеткой меры [8]. Пусть $X = \{x_1, x_2 ..., x_n\}$. Нечеткой мерой g на X является функция, отображающая мощность множества X, P(x) (X и все возможные подмножества X) на интервал [0; 1]

$$g\colon P(x) \to [0,\ 1]$$

У нечеткой меры есть следующие дополнительные свойства:

$$g(\varnothing) = 0$$

$$g(X) = 1$$

$$\forall A, B \subseteq X, если\ A \subseteq B, то\ g(A) \leq g(B).$$

Нечеткая мера может рассматриваться как аналог стандартной вероятностной меры, с заменённым традиционным требованием аддитивности на условие монотонности [8].

Нечеткий интеграл Сугено нечеткого множества h(x) на нечеткой мере g определяется следующим образом [8]:

$$S_g(h) = \int h \circ g = \sup_{0 \leq \alpha \leq 1} (\alpha, g(H_\alpha), где\ H_\alpha = \{x \in X \mid h(x) \geq \alpha\},$$

где H_α это α – отсечение h.

Второй, часто используемый, нечеткий интеграл – это интеграл Шоке [8]. Используя нотацию, разработанную для интеграла Сугено, интеграл Шоке представляется виде

$$E_g(h) = \int h(H_\alpha)d\alpha.$$

Интеграл Сугено несколько легче использовать при анализе и он чаще упоминается в литературе, в то время как у интеграла Шоке есть определенные теоретические преимущества [8].

Однако, при использовании нечетких моделей Марковских процессов, приходится иметь дело с нечеткими подмножествами X. Согласно стандартному нечеткому подходу необходимо взять максимум пересечения нечеткого множества события и нечеткого множества возможности, $\max_{x \in X}(h(x) \wedge f(x))$ (где $h(x)$ является нечетким событием), следующим образом (рис. 1).

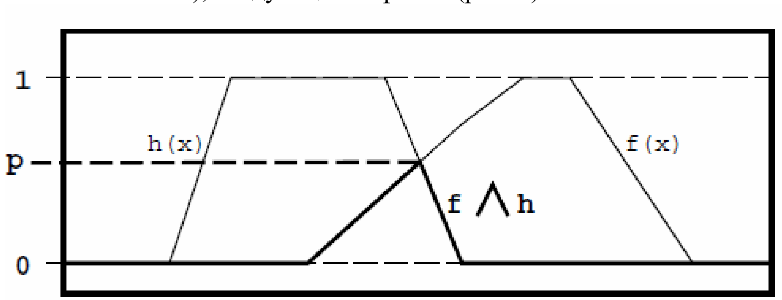

Рис. 1. Нахождение возможности p нечеткого события h при распределении возможности f

Формат модели. Для задач надежности и анализа популяций интенсивности переходов будут нечеткими для нечетких моделей Марковских процессов. Они предоставляют возможность, что данные вероятности корректны.

Модель Марковского процесса – способ определения поведения системы при использовании информации об определенных вероятностях событий в пределах системы. Однако, в задачах надежности, часто значения вероятностей не известны, таким образом, необходимо выдвинуть некоторые предположения.

Приведенный подход оценивает нижние и верхние границы рассматриваемых вероятностей, и использует их для определения трапецеидальной функции принадлежности. Такая оценка легко выполнима для большинства систем, кроме того она обладает свойствами ясности, прозрачности и несложной модифицируемости. Для простоты математического вывода, будем использовать трапецеидальную функцию принадлежности возможностей, используя строгие границы для 0-отсечения, и оптимистические границы для 1-отсечения.

Вывод результатов для нечеткой модели Маркова является трехмерным, с осями вероятности, возможности и времени. Однако, можно уменьшить размерность до двух, изображая только углы, или контрольные точки распределения возможности, как видно на рис. 2.

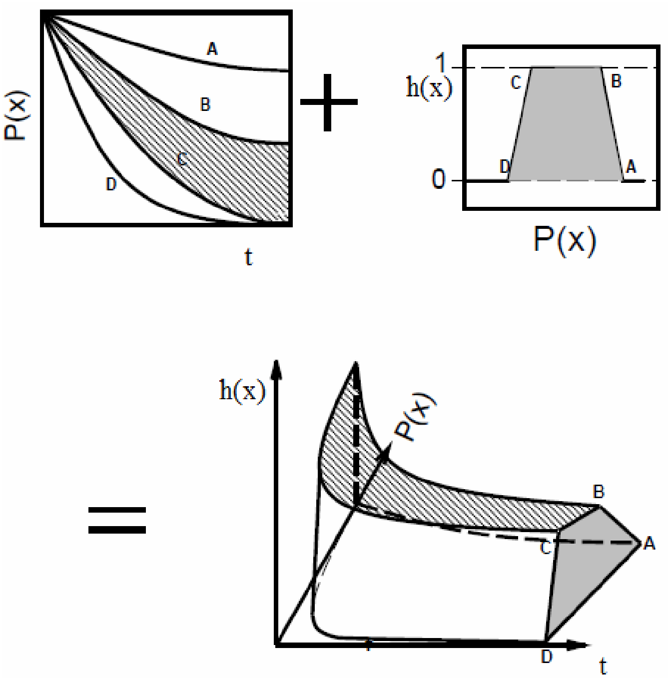

Рис.2. Выходной формат для нечеткой модели Маркова

На рис. 3 представлена модель Марковского процесса для моделирования процесса старения оборудования.

В этой модели работающее состояние поделено на k ухудшенных состояний (D_1, D_2, …,D_k). Инспекция (I) проводится до главного (MM) или меньшего (M) ремонта. Интенсивности перехода из одного состояния в другое обозначены λ, μ. F_0 и F_1 – это состояния случайного и ремонтного отказа соответственно.

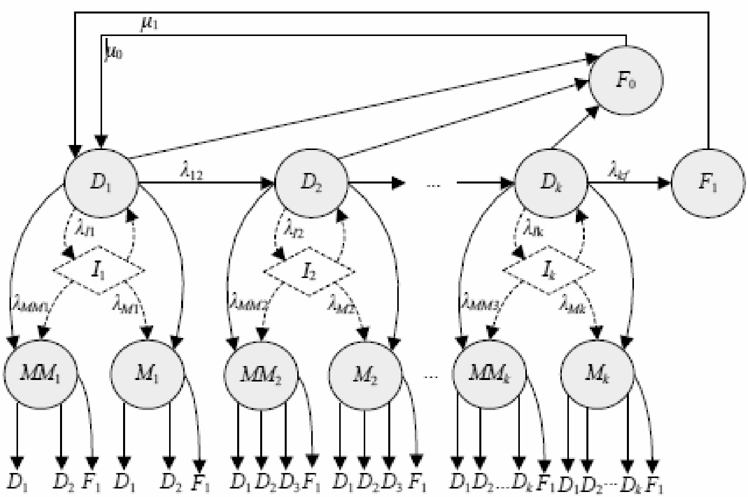

Рис. 3. Диаграмма состояний для стареющего оборудования с инспекцией и ремонтом

Необходимые условия для модели. Есть несколько важных необходимых условий, которые должны быть выполнены для применения нечеткой модели Марковских процессов.

Первое условие – нечеткая модель должна быть лучше в некотором смысле, чем обычная модель Маркова.

Другим важным фактором является сложность. Нечеткая модель Маркова, вероятно, будет более сложной, чем четкая модель, поскольку она использует нечеткую плотность возможности, когда четкая модель использует четкие вероятности. Для обычной модели Марковских процессов эти вероятности – константы, что дает минимальную сложность. Для нечетких моделей, используя трапецеидальные функции принадлежности, мы должны будем иметь дело с четырьмя значениями для каждого значения из четкой модели. Взаимодействие между этими значениями может повысить потенциальную сложность. В худшем случае, полный нечеткий набор возможности нужно будет рассмотреть вместо этих четырех точек. Это, вероятно, сильно увеличит сложность модели.

Конечным критерием, по которому будет оценена нечеткая модель Маркова, является адекватность. Модель, которая дает нецелесообразный, не интуитивный, или чрезмерно сложный вывод, вряд ли будет хорошей моделью.

Один из возможных критериев нечеткой адекватности –метод определения адекватности нечеткого множества. Для наших целей у адекватного нечеткого множества есть $H_{\gamma} \subseteq H_{\beta}, \forall \gamma \leq \beta$, где H_{α} – это α-отсечение нечеткого вывода. Другими словами, мы требуем, чтобы более низкие возможности всегда покрывали больший интервал, чем более высокие возможности. Кроме того, хотя это не строгий критерий, предпочтительно, чтобы нечеткие множества были непрерывны и гладки, для простоты истолкования и дальнейшего математического вывода.

Другой критерий адекватности – «вероятностная правильность». Основное требование здесь – то, что не существует оценки возможности за пределами интервала [0,1]. Так как эти вероятности невозможны, недопустимо иметь не нулевые возможности для них.

Нечеткая Марковская модель α-отсечений. Одна из возможных фаззификаций модели Маркова – использование методов, подобных нечеткому дереву отказов. При их использовании достаточно распространить экстремальные значения α-отсечения по всему дереву отказов, как будто оно является четким, полученные экстремальные точки берутся как соответствующие α-отсечения для выходного распределения возможности.

К сожалению, этот метод не пригоден для сложных нечетких моделей Маркова, поскольку это допустимо только для тривиальных систем. Как контр пример, приведем систему с тремя состояниями показанную на рис. 4.

Рис. 4. Модель Маркова с тремя состояниями

Изначально система работает в «Рабочем» состоянии, но со временем система перейдет в среднее «Поврежденное», так как из первого существует только один переход. Однако,система из этого состояния когда-нибудь перейдет в последнее «Отказавшее» состояние. Период времени, за который система перейдет из начального в конечное состояние, и общая форма траектории зависит от значения интенсивностей переходов. Когда мы распространяем экстремаль значений α-отсечения по этой модели, мы быстро обнаруживаем проблему, показанную на рис.5.

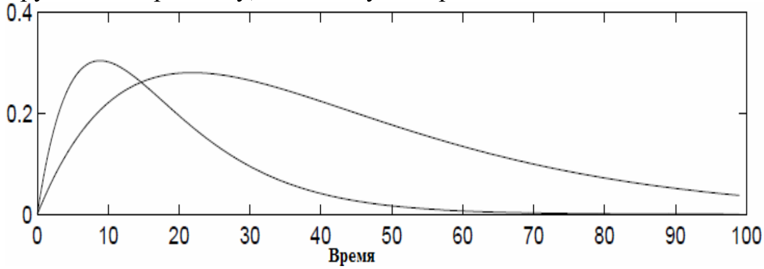

Рис. 5. Сбой экстремумов

Нечеткие модели Маркова, основанные на принципе расширения. Обобщение любых четких операторов к нечетким на нечетких числах может быть выполнено через принцип расширения. Модель решается, как будто она четкая, используя символьные константы для вероятностей возникновения повреждения. К полученным уравнениям результата применяется нечеткая логика, путем замены нечеткими возможностями вероятностных констант и нечеткими операциями четких операций.

Рассмотрим подход использующий принцип расширения для перехода от обычной модели Марковского процесса к нечеткой модели.

Для данной модели Марковского процесса с матрицей нечетких интенсивностей A_λ с доверительным уровнем α и допустимыми границами интенсивностей переходов $[\lambda_\alpha^-, \lambda_\alpha^+]$, интервалы для вероятностей пребывания в состояниях могут быть вычислены по следующим формулам:

$$P_{k,\alpha}^- = \min\{P_k(\lambda) \mid \forall\lambda : \lambda_\alpha^- \le \lambda \le \lambda_\alpha^+\}$$

$$P_{k,\alpha}^+ = \max\{P_k(\lambda) \mid \forall\lambda : \lambda_\alpha^- \le \lambda \le \lambda_\alpha^+\}.$$

Генерация нечетких моделей Маркова через выборку интенсивностей отказов. При исследовании нечеткой модели Марковского процесса с использованием α-отсечения предполагалось приближение, для которого и была решена задача для экстремальных значений отсечений. Естественно рассмотреть приближение, при котором рассматриваются также все промежуточные значения.

Если мы знаем определенный интервал, в котором находится интенсивность отказов, мы можем определить возможное поведение системы, исследуя свойство моделей, следующих из каждого возможного значения на этом интервале. Так, как не известно, какое из этих значений является корректным, можно просто рассмотреть их все. Если это возможно, то такой подход может решить поставленную задачу.

Данный подход является достаточно сложным. Так как интервал содержит бесконечное число точек, и необходимо бесконечное число моделей Марковских процессов для решения задачи. Это невозможно, но если предположить, что модель обладает достаточной гладкостью, такой, что значения выборки интенсивностей отказов дадут подобное поведение системы, то можно рассматривать не весь интервал значений, а только такую выборку интенсивностей отказов. На рис. 6 приведен пример того, как может работать этот метод. Сложность этого подхода все еще высока, но решение задачи теперь доступно.

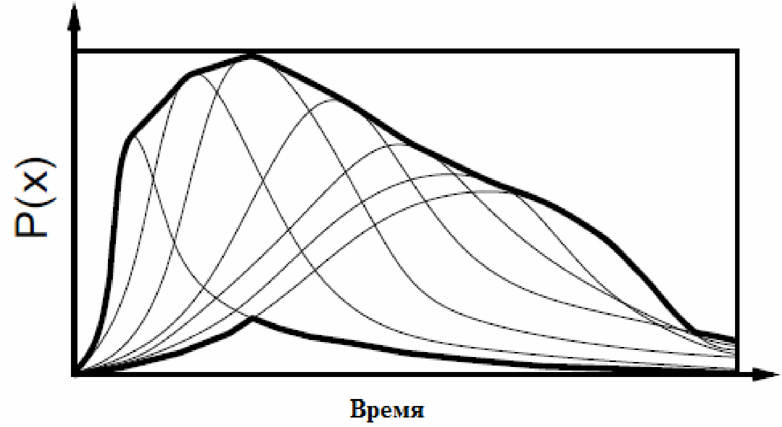

Рис. 6. Нечеткая модель Марковского процесса через выборочный метод закрытия

Несмотря на то, что этот подход основан на переборе, он удовлетворяет всем поставленным техническим условиям для нечеткой модели Марковского процесса за исключением одного – сложность. Выборка интенсивностей отказов требует решения большого количества четких моделей Маркова, для решения единственной нечеткой модели Маркова. Например, если взять N выборок на интервале, и модель имеет M нечетких интенсивностей отказов, то необходимо решить N^M четких моделей Марковских процессов. Очевидно, что сложность вычисления будет очень быстро расти.

Подход выборки интенсивностей отказов, описанный выше, является методом, который на данный момент используетсядля вычисления нечетких моделей Маркова. Несмотря на проблему сложности, можно показать, что этот метод не теряет важную информацию, не дает невозможный результат или бесполезный вывод. Таким образом, исходная проблема обнаружения нечеткой модели Маркова развилась в проблему упрощения и реализации закрытия, выбирающего нечеткую модель Марковского процесса.

В сложной системе со многими различными частями, вероятно, такой подход будет иметь дело со многими нечеткими интенсивностями отказов, чего более чем достаточно, чтобы сделать нечеткую модель Марковского процесса непрактичной. Однако, исследуя характеристики отказов любой комплексной системы, вполне вероятно, что мы сможем сгруппировать ее части в подсистемы, что увеличит понимание системы, поскольку человеческий разум ограничивается количеством независимых переменных, которые можно рассматривать одновременно.

Можно использовать структуру устройства, для упрощения нечетких моделей Марковских процессов. Все, что следует сделать, так это обнаружить способ группировки интенсивностей отказов отдельных компонентов в единственную компонентную интенсивность отказов. Нечеткие деревья отказов идеальны для этой цели. Их легко реализовать, в их основе лежит нечеткая математика, и они специально предназначены для определения интенсивностей отказов для наборов компонент. Нечеткие модели Марковских процессов, которые используют нечеткие деревья отказа для упрощения, являются мощным инструментом надежности.

Выводы. Нечеткая модель Марковских процессов является адекватным методом для анализа отказоустойчивости систем. Достаточно сложно обеспечить правдивость информации, поддерживая нечеткость, меняющуюся от ситуации. Этот метод хорошо работает вместе с нечеткими деревьями отказа, известным нечетким инструментом надежности.

Слабость нечеткой модели Маркова – это вычислительная сложность. Размерность модели линейно зависит от числа рассматриваемых нечетких распределений возможности. В настоящий момент, только тривиальные модели, или модели с простыми нечеткими деревьями отказа или компонентной группировкой, разрешимы за разумное время.

Дальнейшие исследования будут направлены на сокращение вычислительной сложности модели; изучение возможных методов упрощения модели; разработку информационной технологии, основанной на нечетких Марковских процессах, для исследования характеристик надежности различных технических систем.

Библиографические ссылки

1. **Marius Bazu**. A Combined Fuzzy–Logic & Physics–of–Failure Approach to Reliability Prediction / Marius Bazu // IEEE – Transactions on Reliability, – 1995.
2. **John B. Bowles**. Applying Fuzzy Logic to the Design Process. In Proceedings Annual Reliability and Maintainability / John B. Bowles. // Symposium Tutorial Notes, – 1996.
3. **Mark A. Boyd**. What Markov Modeling Can Do for You. In Proceedings Annual Reliability and Maintainability / Mark A. Boyd // Symposium Tutorial Notes. – 1996.
4. **Kai-Yaun Cai**. System Failure Engineering and Fuzzy Methodology An Introductory Overview. – Cai Kai-Yaun //Fuzzy Sets and Systems. – 1995.
5. **Wen Chun-Yaun**. Fuzzy variables as a basis for a theory of fuzzy Reliability in the Possibility contest /Wen Chun-YaunCai Kai-Yuan, Zhang Ming-Lian // Fuzzy Sets and Systems, 1991.
6. **B. A. Carteret**. Light Duty Utility Arm System Applications for Tank Waste Remediation / B. A. Carteret // Technical report, Westinghouse Hanford Company. – 1994.
7. **Geo Cunlie**. Light Duty Utility Arm for Undeground Storage Tank Inspection and Characterisation / Geo Cunlie // Technical report, Spar Aerospace Ltd. – 1994.
8. **Luis M. de Campos** Characterization and Comparison of Sugeno and Choquet Integrals / Luis M. de Campos // Fuzzy Sets and Systems. – 1992.

Надійшла до редколегії 20.10.2012