

Т.Г. Ємел'яненко

*Дніпропетровський національний університет ім. Олеся Гончара*

## **ІНФОРМАЦІЙНА ТЕХНОЛОГІЯ ПОБУДОВИ ПРОГНОЗІВ З ВИКОРИСТАННЯМ МАТЕМАТИЧНОГО АПАРАТУ НЕЧІТКОЇ ЛОГІКИ ДЛЯ ФІНАНСОВИХ ЧАСОВИХ РЯДІВ**

Запропоновано використовувати нечітку логіку з метою побудови прогнозних моделей фінансових часових рядів. Виконано порівняльний аналіз використання методу прогнозування на основі теорії японських свічок та на основі нечітких логічних відношеннях вищих порядків.

**Ключові слова:** *нечітка логіка, нечіткий часовий ряд, прогнозування, фінансові часові ряди.*

Предложено использовать нечеткую логику с целью построения прогнозных моделей финансовых временных рядов. Выполнен сравнительный анализ использования метода прогнозирования на основе теории японских свечей и на основе нечетких логических отношений высших порядков.

**Ключевые слова:** *нечеткая логика, нечеткий временной ряд, прогнозирование, финансовые временные ряды.*

**It is proposed to use fuzzy logics for making prognosis models of financial time series. It has made comparison between Japanese candlestick theory and method based on high-order fuzzy logical relationships.**

**Key word:** *fuzzy logics, fuzzy time series, forecasting, financial time series.*

**Вступ.** Фінансові прогнози, такі як передбачення варіації цін на акції або прогнозування флуктуації майбутнього індексу, є однією з важливих задач під час розробки програмних продуктів для комерційних застосувань. Важливість цієї задачі викликала розробку великої кількості концепцій та технологій у фундаментальному та технічному аналізі. Існує велика кількість програмних продуктів, що дозволяють будувати прогнози, як правило, в них реалізовані такі методи: штучні нейронні мережі, нечіткі нейронні мережі, генетичні алгоритми, класифікаційні та регресійні дерева, наївний класифікатор Байеса, метод опорних векторів, нечіткі часові ряди тощо. Актуальним є використання інтелектуальних методів, які трансформують

фінансові дані у нечіткі правила та візуальні моделі, які покликані заповнити недоліки перерахованих вище традиційних методів фінансового прогнозування. Використання предметно-орієнтованих знань може покращити результати прогнозування нечітких часових рядів. Однією з переваг такого підходу є те, що отримані результати стають зрозумілими та піддаються тлумаченню. Ефективність такої системи залежить від якості запропонованих знань і може бути покращена за рахунок оновлення бази правил.

**Аналіз останніх досліджень і публікацій.** Існує значна кількість робіт присвячених розгляду задачі прогнозування з використанням нечіткого підходу. У роботах Q. Song, B.S. Chissom [1–3] запропоновано концепцію нечіткого часового ряду, яка базується на теорії нечітких множин. Задачам фінансового прогнозування з використанням нечіткого підходу присвячені роботи S. M. Chen and N. Y. Wang [4], H. K. Yu and K. H. Huang [5], H. J. Teoh, T. L. Chen, C. H. Cheng, and H. H. Chu [6] та багатьох інших. Представлена робота присвячена розробці інформаційної технології, яка дозволить виконувати порівняльний аналіз різних підходів з метою підтримки прийняття рішень під час вибору методу прогнозування фінансових даних різної природи (котирування валюти, курси акцій) за декількома критеріями.

**Постановка задачі.** Задано часовий ряд  $\{x_t^{(1)}, x_t^{(2)}, x_t^{(3)}, x_t^{(4)}; t = \overline{1, N}\}$ , який є відображенням динаміки зміни фінансового показника і компоненти кожного елемента якого означають денну ціну відкриття, закриття, найвищу та найнижчу ціни відповідно,  $N$  – кількість спостережень. Необхідно побудувати прогноз, тобто побудувати продовження часового ряду у вигляді

$$x_t, \quad t = \overline{1, N+l},$$

де  $l$  – довжина прогнозу.

**Основний матеріал.** Запропоновано розробити інформаційну технологію, що базується на використанні комбінації методу прогнозування на основі теорії японських свічок та нечітких логічних відношеннях вищих порядків.

Використання свічкового патерна для прогнозування фінансових часових рядів складається з таких кроків [7].

**Крок 1.** Підготовка даних для набору свічкових патернів. На цьому кроці мають бути підготовлені ціни відкриття, закриття, найвища та найнижча. Процент варіації між двома цінами закриття у моменти часу  $t$  та  $t + n$  обчислюється за формулою

$$\frac{x_{t+n}^{(2)} - x_t^{(2)}}{x_t^{(2)}} \cdot 100 \quad (1)$$

для отримання наступного тренда. Базуючись на варіації, отриманій з (1), ми можемо знайти найменший  $I_{\min}$  та найбільший приріст  $I_{\max}$ . Таким чином, визначаємо область розгляду  $UoD = [I_{\min} - D_1; I_{\max} + D_2]$ , де  $D_1$  та  $D_2$  – відповідні додатні числа. Наприклад, якщо  $I_{\min} = -5.83$  і  $I_{\max} = 7.66$ , ми можемо взяти  $D_1 = 0.17$  та  $D_2 = 0.34$ , область  $UoD = [-6, 8]$ .

**Крок 2.** Поділ області розгляду на інтервали  $u_1, u_2, \dots, u_m$ . Беручи  $UoD$  з кроку 1 в якості прикладу, ми можемо поділити цю область на 7 інтервалів:  $u_1 = [-6, -4]$ ,  $u_2 = [-4, -2]$ , ...,  $u_7 = [6, 8]$ .

**Крок 3.** Визначення нечітких множин на області розгляду  $UoD$ . Цей крок задає лінгвістичні змінні, які представлені нечіткими множинами, для опису степені варіації між даними у момент часу  $t$  та  $t+n$ . Якщо ми задамо кількість нечітких множин, рівну 7, вони можуть мати, наприклад, такий сенс:

- A1 = (LARGE\_DECREASE),
- A2 = (NORMAL\_DECREASE),
- A3 = (SMALL\_DECREASE),
- A4 = (SMALL\_INCREASE),
- A5 = (NORMAL\_INCREASE),
- A6 = (LARGE\_INCREASE),
- A7 = (EXTREME\_INCREASE).

**Крок 4.** Фазифікація значень варіації, отриманих на кроці 1. Якщо значення варіації дорівнює  $v \in u_i$  і це значення представлено нечіткою множиною  $A_j$ , максимум функції приналежності для якої досягається на множині  $u_i$ , фазифікуємо  $v$  як  $A_j$ .

**Крок 5.** Обчислення свічкових патернів. На цьому кроці для розрахунку параметрів свічкових патернів використовуються визначення для свічкового патерна, наведені вище. Дані стосовно цін відкриття, закриття, найвищої та найнижчої трансформуються у свічки.

**Крок 6.** Очищення отриманих патернів. Оскільки свічкові моделі одержані на основі необроблених даних, було б бажано знайти більш важливі атрибути для впливу на наступний тренд для даної моделі. Це є задачею класифікації. Оскільки дані представлені символічними

патернами, основаними на наступному тренді, для класифікації отриманих нечітких свічкових патернів може бути застосований алгоритм С4.5. У результаті роботи цього алгоритму ми фільтруємо атрибути, які є менш важливими для наступного тренда.

**Крок 7.** Вибір патернів для прогнозування. На цьому кроці ми знаходимо, коли патерн з'являється і з якою імовірністю реальний наступний тренд відноситься до кожної з передбачених нечітких множин. Ця імовірність може бути обчислена за формулою Байєса

$$p(A_i | p_j) = \frac{p(p_j | A_i) \cdot p(A_i)}{p(p_j | A_i) \cdot p(A_i) + p(p_j | A_i^c) \cdot p(A_i^c)}, \quad (2)$$

де  $p$  – імовірність подій;  $A_i$  – подія, яка визначається тим, що наступний тренд відноситься до нечіткої множини  $i$ ;  $p_j$  – подія, яка визначається появою патерна, що ідентифікується;  $A_i^c$  – подія, яка визначається тим, що наступний тренд не відноситься до нечіткої множини  $i$ . Априорні ймовірності  $p(A_i)$  можуть бути отримані з попередніх експериментів і  $p(A_i^c) = 1 - p(A_i)$ . Апостеріорна ймовірність  $p(A_i | p_j)$  оцінюється більш точно за рахунок більшої кількості експериментальних даних. Вираз для вибору патерна може бути скорочений таким чином:

$$T = \frac{\text{count}(p_j \cap A_i)}{\text{count}(p_j \cap A_i) + \text{count}(p_j \cap A_i^c)} = \frac{\text{count}(p_j \cap A_i)}{\text{count}(p_j)}, \quad (3)$$

де  $T$  – поріг для вибору патерна, терм  $\text{count}$  є кількістю появ патерна  $p_j$  з наступним трендом  $A_i$ , і  $p_j$  із наступним трендом  $A_i^c$ .

Наприклад, нехай правило вибору має такий вигляд: «Якщо  $T > 0.5$ , вибираємо патерн». Припустимо, що необхідно обчислити поріг  $T$  для очищеного патерна  $p_a$  для з'ясування необхідності його вибору. Наступний тренд для  $p_a$  –  $A_4$ . Шляхом розгляду всіх виділених на кроці 5 патернів визначимо, що серед них є три патерни  $p_x$ ,  $p_y$  та  $p_z$ , які можуть бути виведені з патерна  $p_a$ . Для  $p_x$  та  $p_y$  наступний тренд –  $A_4$ , а для  $p_z$  –  $A_2$ . Тоді можемо отримати  $T$  за такою формулою

$$T = 2/(1+2) = 0,67, 0,67 > 0,5$$

Цей патерн буде обраний для прогнозування.

**Крок 8.** Прогнозування наступного тренду. Використовуємо процедуру, описану в кроці 5 для представлення тестових даних у вигляді тестових свічкових патернів, порівнюємо їх із обраними на кроці 7 патернами і застосовуємо такі правила для прогнозу наступного тренда для тестових патернів:

*Правило 1.* Якщо тестовий патерн не може бути знайдений порівнянням із обраними, тоді встановлюємо значення варіації наступного тренда рівним 0.

*Правило 2.* Якщо існує точно один обраний патерн, з якого може бути виведений тестовий і наступний тренд для цього патерна –  $A_k$ , тоді в якості варіації наступного тренда для тестового патерна використовуємо центр ваги  $m_k$  нечіткої множини  $A_k$ .

*Правило 3.* Якщо підходять для виведення декілька з обраних патернів, використовуємо середнє арифметичне центрів ваги для обчислення наступної варіації для тестового патерна

$$v_{following} = \frac{\sum_{i=1}^k m_i}{k} . \tag{4}$$

Нарешті, прогнозні дані можуть бути отримані за такою формулою

$$x_{t+1} = x_t^{(2)} + x_t^{(2)} \cdot v_{following} . \tag{5}$$

Далі наведені основні етапи прогнозування з використанням нечітких логічних відношень вищих порядків.

Нехай  $U$  – це область розгляду, де  $U = \{u_1, \dots, u_n\}$ . Нечітка множина  $A_i$  області розгляду може бути визначена таким чином

$$A_i = f_{A_i}(u_1)/u_1 + f_{A_i}(u_2)/u_2 + \dots + f_{A_i}(u_n)/u_n ,$$

де  $f_{A_i}$  – це функція приналежності нечіткої множини  $A_i$ ,  $f_{A_i} : U \rightarrow [0;1]$ ,  $f_{A_i}(u_j)$  є степенем приналежності  $u_j$  нечіткій множині  $A_i$ ,  $f_{A_i}(u_j) \in [0;1]$  і  $1 \leq j \leq n$ .

Нехай  $Y_t, t=1,2,\dots$  – це область розгляду, яка є підмножиною множини  $R$ . Припустимо, що  $f_i(t), i=1,2,\dots$  визначені в області

розгляду  $Y_t$ , а  $F(t)$  є колекцією  $f_i(t), i=1,2,\dots$ . Тоді  $F(t)$  називається нечітким часовим рядом ряду  $Y_t, t=1,2,\dots$ .

Якщо існує нечітке відношення  $R(t-1,t)$ , таке що  $F(t) = F(t-1) \circ R(t-1,t)$ , де символ « $\circ$ » являє собою max-min оператор, кажемо, що  $F(t-1)$  спричиняє  $F(t)$ .

Нехай  $F(t-1) = A_i$  і  $F(t) = A_j$ , де  $A_i$  і  $A_j$  є нечіткими множинами, тоді нечітке логічне відношення між  $F(t-1)$  і  $F(t)$  може бути визначене так:  $A_i \rightarrow A_j$ , де  $A_i$  і  $A_j$  називаються відповідно лівою та правою частинами нечіткого логічного відношення.

Нечіткі логічні відношення, які мають спільну ліву частину, можуть бути об'єднані в групи. Наприклад, припустимо, що існують наступні нечіткі логічні відношення:

$$A_i \rightarrow A_{ja},$$

$$A_i \rightarrow A_{jb},$$

...

$$A_i \rightarrow A_{jm}.$$

Тоді ці логічні відношення можуть бути згруповані так:

$$A_i \rightarrow A_{ja}, A_{jb}, \dots, A_{jm}.$$

Нехай  $F(t)$  – це нечіткий часовий ряд. Якщо  $F(t)$  спричиняється  $F(t-1)$ ,  $F(t-2)$ , ...,  $F(t-n)$ , тоді цей взаємозв'язок може бути представлений «нечітким логічним відношеннями  $n$ -го порядку»:

$$F(t-n), \dots, F(t-2), F(t-1) \rightarrow F(t).$$

Якщо  $F(t-n) = A_{in}$ ,  $F(t-2) = A_{i2}$ ,  $F(t-1) = A_{i1}$ ,  $F(t) = A_j$  де  $A_{in}$ , ...,  $A_{i2}$ ,  $A_{i1}$ ,  $A_j$  – нечіткі множини, тоді нечітке логічне відношення  $n$ -го порядку можна подати у такому вигляді:

$$A_{in}, \dots, A_{i2}, A_{i1} \rightarrow A_j,$$

де  $A_{in}$ , ...,  $A_{i2}$ ,  $A_{i1}$  називають попередніми нечіткими множинами нечіткого логічного відношення  $n$ -го порядку;  $A_{in}$ , ...,  $A_{i2}$ ,  $A_{i1}$  і  $A_j$  називаються відповідно лівою та правою сторонами відношення.

Якщо існують нечіткі логічні відношення  $n$ -го порядку, які мають спільну ліву частину:

$$A_{in}, \dots, A_{i2}, A_{i1} \rightarrow A_{ja},$$

$$A_{in}, \dots, A_{i2}, A_{i1} \rightarrow A_{jb},$$

...

$$A_{in}, \dots, A_{i2}, A_{i1} \rightarrow A_{jm},$$

тоді ці відношення формують групу нечітких логічних відношень

$$A_{in}, \dots, A_{i2}, A_{i1} \rightarrow A_{ja}, A_{jb}, \dots, A_{jm}.$$

Алгоритм побудови прогнозу із використанням нечітких логічних відношень вищого порядку складається з таких кроків [8].

**Крок 1.** Визначення області розгляду  $U$ ,  $U = [D_{\min} - D_1; D_{\max} + D_2]$  і поділ її на інтервали однакової довжини, де  $D_{\min}$  та  $D_{\max}$  – мінімальне та максимальне значення історичних даних, а  $D_1$  та  $D_2$  – відповідні додатні числа. Наприклад, якщо мінімальний та максимальний індекси цін на акції складають відповідно 5474.79 та 8608.91, ми можемо взяти  $D_1 = 74.79$  та  $D_2 = 91.09$ , область  $U = [5400, 8700]$ . Необхідно також визначити довжину кожного з інтервалів і розділити область розгляду на таку кількість інтервалів, щоб довжина кожного складала задану величину. Інтервали можуть бути подані таким чином:

$$u_i = [D_{\min} + (i-1) \cdot l; D_{\min} + i \cdot l], i = 1, 2, \dots, k$$

де  $l$  – довжина одного інтервалу,  $k$  – загальна кількість інтервалів.

**Крок 2.** Визначення представлених нечіткими множинами лінгвістичних змінних  $A_i$ :

$$A_1 = \frac{1}{u_1} + \frac{0.5}{u_2} + \frac{0}{u_3} + \frac{0}{u_4} + \dots + \frac{0}{u_{n-1}} + \frac{0}{u_n},$$

$$A_2 = \frac{0.5}{u_1} + \frac{1}{u_2} + \frac{0.5}{u_3} + \frac{0}{u_4} + \dots + \frac{0}{u_{n-1}} + \frac{0}{u_n},$$

$$A_3 = \frac{0}{u_1} + \frac{0.5}{u_2} + \frac{1}{u_3} + \frac{0.5}{u_4} + \dots + \frac{0}{u_{n-1}} + \frac{0}{u_n},$$

...

$$A_{n-1} = \frac{0}{u_1} + \frac{0}{u_2} + \frac{0}{u_3} + \frac{0}{u_4} + \dots + \frac{1}{u_{n-1}} + \frac{0.5}{u_n},$$

$$A_n = \frac{0}{u_1} + \frac{0}{u_2} + \frac{0}{u_3} + \frac{0}{u_4} + \dots + \frac{0.5}{u_{n-1}} + \frac{1}{u_n},$$

де  $A_1, A_2, \dots, A_n$  – лінгвістичні змінні, представлені нечіткими множинами.

**Крок 3.** Фаззифікація історичних даних із використанням нечітких змінних, визначених на кроці 2. Якщо значення належить до інтервалу  $u_i$  і максимальне значення функції приналежності нечіткої множини  $A_i$  набувається на цьому інтервалі, тоді значення фаззифікується як  $A_i$ , де  $1 \leq i \leq n$ .

**Крок 4.** Побудова нечітких логічних відношень  $n$ -го порядку на основі фаззифікованих історичних даних. Наприклад, якщо в  $i$ -ий день індекс фаззифікувався як  $A_{31}$ , у  $(i+1)$ -ий – як  $A_{32}$ , а у  $(i+2)$ -ий – як  $A_{41}$ . Тоді ми можемо отримати таке нечітке логічне відношення 2-го порядку

$$A_{31}, A_{32} \rightarrow A_{41}.$$

Таким чином, отримуємо всі нечіткі логічні відношення з фаззифікованих історичних даних.

**Крок 5.** Трансформація кожного нечіткого логічного відношення  $n$ -го порядку  $A_{X_1}, A_{X_2}, A_{X_3}, \dots, A_{X_i}, \dots, A_{X_n} \rightarrow A_{X_r}$  в таку форму:

$$A_{X_1}, A_{X_1+V(X_1)}, A_{X_1+V(X_1)+V(X_2)}, \dots, A_{X_1+V(X_1)+V(X_2)+\dots+V(X_i)},$$

$$\dots,$$

$$A_{X_1+V(X_1)+V(X_2)+\dots+V(X_i)+\dots+V(X_m)} \rightarrow A_{X_1+V(X_1)+V(X_2)+\dots+V(X_i)+\dots+V(X_m)+V(X_n)}$$

де  $V(X_1), V(X_2), \dots, V(X_n)$  – цілі числа. Наприклад, якщо нечітке логічне відношення другого порядку має вигляд  $A_{31}, A_{32} \rightarrow A_{41}$  трансформуємо його в  $A_{X_1}, A_{X_1+V(X_1)} \rightarrow A_{X_1+V(X_1)+V(X_2)}$ , де індекси  $X_1, X_2$  та  $X_3$  нечітких множин  $A_{31}, A_{32}$  та  $A_{41}$  відповідно дорівнюють 31, 32 та 41, тобто  $X_1 = 31, X_2 = 32$  та  $X_3 = 41$ . Таким чином, ми отримуємо  $V(X_1) = X_2 - X_1 = 32 - 31 = 1$  і  $V(X_2) = X_3 - (X_1 + V(X_1)) = X_3 - X_2 = 41 - 32 = 9$ . Отже, нечітке логічне відношення другого порядку  $A_{31}, A_{32} \rightarrow A_{41}$  представляється



як  $A_{31}, A_{32} \rightarrow A_{31+1+9}$ . У такий спосіб ми трансформуємо всі нечіткі логічні відношення другого порядку.

**Крок 6.** Згрупуємо всі трансформовані нечіткі логічні відношення  $n$ -го порядку, отримані на попередньому кроці, які мають спільну ліву частину, в групи нечітких логічних відношень. Наприклад, припустимо, що ми одержали наступні трансформовані нечіткі логічні відношення третього порядку:

$$\begin{aligned} A_{a_1}, A_{a_1+V(a_1)}, A_{a_1+V(a_1)+V(a_2)} &\rightarrow A_{a_1+V(a_1)+V(a_2)+V(a_3)}, \\ A_{b_1}, A_{b_1+V(b_1)}, A_{b_1+V(b_1)+V(b_2)} &\rightarrow A_{b_1+V(b_1)+V(b_2)+V(b_3)}, \\ &\dots, \\ A_{k_1}, A_{k_1+V(k_1)}, A_{k_1+V(k_1)+V(k_2)} &\rightarrow A_{k_1+V(k_1)+V(k_2)+V(k_3)}, \end{aligned}$$

де  $V(a_1) = V(b_1) = \dots = V(k_1)$  і  $V(a_2) = V(b_2) = \dots = V(k_2)$ . Далі, ці нечіткі логічні відношення третього порядку можуть бути згруповані і представлені в такому вигляді:

$$\begin{aligned} A_X, A_{X+V(y_1)}, A_{X+V(y_1)+V(y_2)} &\rightarrow A_{X+V(y_1)+V(y_2)+V(a_3)}, \\ A_{X+V(y_1)+V(y_2)+V(a_3)}, A_{X+V(y_1)+V(y_2)+V(b_3)}, \dots, &A_{X+V(y_1)+V(y_2)+V(k_3)}, \end{aligned}$$

де  $X = a_1, b_1, \dots, k_1$ ,  $V(y_1) = V(a_1) = V(b_1) = \dots = V(k_1)$  і  $V(y_2) = V(a_2) = V(b_2) = \dots = V(k_2)$ . Наприклад, припустимо, що ми маємо такі нечіткі логічні відношення другого порядку:  $A_{31}, A_{31+1} \rightarrow A_{31+1+9}, A_{43}, A_{43+1} \rightarrow A_{43+1-4}$  і  $A_{37}, A_{37+1} \rightarrow A_{37+1-4}$ . Тоді трансформовані нечіткі логічні відношення матимуть наступний вигляд:  $A_x, A_{x+1} \rightarrow A_{x+1+9}, A_x, A_{x+1} \rightarrow A_{x+1-4}$ , і  $A_x, A_{x+1} \rightarrow A_{x+1-4}$ . Вони, в свою чергу, можуть бути об'єднані в одну групу, оскільки мають спільну ліву частину « $A_x, A_{x+1}$ »:  $A_x, A_{x+1} \rightarrow A_{x+1+9}, A_{x+1-4}, A_{x+1-4}$ .

**Крок 7.** Вибір групи трансформованих нечітких логічних відношень  $n$ -го порядку для побудови прогнозу. Нехай  $F(t-n) = A_{in}$ ,  $F(t-(n-1)) = A_{i(n-1)}$ , ...,  $F(t-2) = A_{i2}$ ,  $F(t-1) = A_{i1}$  і нехай ми хочемо спрогнозувати  $F(t)$ , де  $A_{i1}, A_{i2}, \dots, A_{in}$  – нечіткі множини. Згідно з отриманими на попередньому кроці групами нечітких логічних відношень  $n$ -го порядку, оберемо відповідну групу для побудови знаходження прогнозного значення. Якщо було обрано таку групу

$A_X, A_{X+V(y_1)}, \dots,$   
 $A_{X+V(y_1)+V(y_2)+V(y_{n-1})} \rightarrow A_{X+V(y_1)+\dots+V(y_{n-1})+V(a_n)},$   
 $A_{X+V(y_1)+\dots+V(y_{n-1})+V(b_n)}, \dots, A_{X+V(y_1)+\dots+V(y_{n-1})+V(k_n)},$   
 де  $A_{in} = A_X, A_{i(n-1)} = A_{X+V(y_1)}, \dots, A_{i1} = A_{X+V(y_1)+V(y_2)+\dots+V(y_{n-1})},$   
 тоді замінимо  $X$  індексом  $in$  нечіткої множини  $A_{in}$  для отримання нечітких множин  $A_{in+V(y_1)+\dots+V(y_{n-1})+V(a_n)}, A_{in+V(y_1)+\dots+V(y_{n-1})+V(b_n)},$   
 $\dots, A_{in+V(y_1)+\dots+V(y_{n-1})+V(k_n)}$  для прогнозування.

Нехай  $A_{j1} = A_{in+V(y_1)+\dots+V(y_{n-1})+V(a_n)},$   
 $A_{j2} = A_{in+V(y_1)+\dots+V(y_{n-1})+V(b_n)}, \dots, A_{jk} = A_{in+V(y_1)+\dots+V(y_{n-1})+V(k_n)}.$   
 Тоді прогнозне значення  $FV$  для дня  $t$  обчислюється за такою формулою

$$FV = \frac{\sum_{i=1}^k m_{ji}}{k}, \tag{6}$$

де максимальні значення функцій приналежності нечітких множин  $A_{j1}, A_{j2}, \dots, A_{jk}$  набувається відповідно на інтервалах  $u_{j1}, u_{j2}, \dots, u_{jk}$ , а  $m_{j1}, m_{j2}, \dots, m_{jk}$  – центри ваги даних нечітких множин.

Апробація запропонованої інформаційної технології виконана на декількох незалежних наборах фінансових даних (курсу акцій банку «Bank Of America Corp»; курсу євро по відношенню до долара; фунта стерлінгів до долара; комплексного показника по акціям підприємств України за індексом UX-C). Побудовано прогнози за допомогою методу, оснований на нечітких свічкових патернах; за допомогою нечітких логічних відношень другого; другого та третього; другого, третього та четвертого порядків. Дані результати порівнювалися із результатами, отриманими застосуванням нечіткого підходу Мамдані після налаштування параметрів функцій приналежності. 75 % кожного з наборів даних використовувалося для навчання системи, всі інші дані – для тестування. У таблицях 1 – 4 наводяться обчислені значення середньоквадратичної, середньої та максимальної помилки для взятих наборів даних.

Таблиця 1

**Дані «Bank Of America Corp» за період липень – грудень 2011р.**

Метод	Середньо-квадратична помилка	Середня помилка	Максималь-на помилка
Відношення першого порядку	0.09341	0.23260	0.64369
Метод японської свічки	0.02437	0.12042	0.40280
Нечіткі відношення 2-го порядку	0.02073	0.11319	0.33894
Нечіткі відношення 2-го та 3-го порядків	0.02741	0.13175	0.36969
Нечіткі відношення 2-го, 3-го та 4-го порядків	0.03711	0.15783	0.37368

Таблиця 2

**Дані «Курс Forex EUR USD» за період листопад 2011р. – березень 2012р.**

Метод	Середньо-квадратична помилка	Середня помилка	Максималь-на помилка
Відношення першого порядку	0.00010	0.00695	0.03154
Метод японської свічки	0.00012	0.00852	0.02310
Нечіткі відношення 2-го порядку	0.00005	0.00561	0.01492
Нечіткі відношення 2-го та 3-го порядків	0.00006	0.00614	0.01759
Нечіткі відношення 2-го, 3-го порядків та 4-го порядків	0.00007	0.00686	0.01733

Таблиця 3

**Дані «Курс Forex GBP EUR» за період листопад 2011р. – квітень 2012р.**

Метод	Середньо-квадратична помилка	Середня помилка	Максимальна помилка
Відношення першого порядку	0.00001	0.00250	0.00662
Метод японської свічки	0.00005	0.00650	0.01371
Нечіткі відношення 2-го порядку	0.00001	0.00251	0.00998
Нечіткі відношення 2-го порядку після налаштування параметрів функцій приналежності	0.00001	0.00223	0.00759
Нечіткі відношення 2-го та 3-го порядків	0.00001	0.00260	0.00755
Відношення 2-го, 3-го та 4-го порядків	0.00001	0.00275	0.00752

Таблиця 4

**Дані «МТХ» за період січень – березень 2012р.**

Метод	Середньо-квдратична помилка	Середня помилка	Максимальна помилка
Відношення першого порядку	4519.20150	54.81747	120.74102
Метод японської свічки	7305.44031	64.31292	191.48429
Нечіткі відношення 2-го порядку	6330.71301	61.35305	213.66600
Нечіткі відношення 2-го порядку після налаштування параметрів функцій приналежності	3486.17473	49.66126	143.57980
Нечіткі відношення 2-го та 3-го порядків	5492.42331	60.72588	167.53933
Нечіткі відношення 2-го, 3-го та 4-го порядків	5392.50373	59.11080	164.35955

Таблиця 5

**Дані «UX-C 2009-2012» за період 2009-2012 р.**

Метод	Середньо-квдратична помилка	Середня помилка	Максимальна помилка
Відношення першого порядку	3044.90540	46.69723	130.48601
Метод японської свічки	1485.36913	29.06150	110.62950
Нечіткі відношення 2-го порядку	1195.54247	26.65964	109.29556
Нечіткі відношення 2-го порядку після налаштування параметрів функцій приналежності	996.85698	22.74599	106.80162
Нечіткі відношення 2-го та 3-го порядків	1109.52496	25.54228	112.68330
Нечіткі відношення 2-го, 3-го та 4-го порядків	1312.23357	28.06804	111.69616

Із наведених вище результатів видно, що використання нечітких логічних відношень другого порядку окремо та відношень другого і третього порядку забезпечує найвищу точність прогнозування. Для тих рядів, де нечіткі відношення першого порядку давали більш якісні результати, було проведено налаштування параметрів функцій приналежності нечітких відношень другого порядку і отримані результати забезпечували нижчі значення показників помилок. У більшості випадків підхід із застосуванням нечітких свічкових патернів давав також якісні результати, однак він помітно програв

порівняно із більш простим у реалізації підходом із нечіткими логічними відношеннями вищих порядків, навіть без налаштування параметрів функцій приналежності. Також з отриманих результатів видно, що для даних таких об'ємів має сенс будувати прогноз базуючись лише на відношеннях другого та третього порядку. Застосування відношень більш високих порядків не дозволяє покращити результат.

**Висновки.** Розглянуто два ефективних методи прогнозування фінансових даних – на основі нечітких свічкових моделей та нечітких логічних відношень вищих порядків. Обидва методи забезпечили достатньо якісні результати на розглянутих наборах даних при незначній складності реалізації і тривалості виконання. Показано, що підхід із застосуванням логічних відношень дає кращі результати навіть без налаштування параметрів функцій приналежності нечітких множин та не вимагає від дослідника врахування для побудови прогнозу чотири ціни для кожного проміжку часу, що скорочує обсяг спостережень. З'ясовано, що для даних такого об'єму використання нечітких логічних відношень більш високих, ніж третій, порядків не є доцільним, оскільки такі дані не можуть забезпечити достатню інформацію про внутрішні залежності високих порядків. Для деяких рядів налаштування параметрів функцій приналежності може займати значний проміжок часу, хоча і не забезпечує значного зменшення помилок прогнозу. Тому у випадку, коли максимальна точність прогнозу не є надважливою, можна використовувати функції приналежності із заданими за замовчанням параметрами.

#### Бібліографічні посилання

1. **Song Q.** Fuzzy time series and its models / Q. Song, B.S. Chissom // Fuzzy Sets and Systems. – Vol. 54, – P. 269 – 277, – 1993.
2. **Song Q.** Forecasting enrollments with fuzzy time series – part I / Q. Song, B.S. Chissom // Fuzzy Sets and Systems. – Vol. 54, – P. 1–9, – 1993.
3. **Song Q.** Forecasting enrollments with fuzzy time series – part I / Q. Song, B.S. Chissom // Fuzzy Sets and Systems. – Vol. 62, – P. 1 – 8, – 1994.
4. **Chen S.M.** Handling forecasting problems based on high-order fuzzy time series and fuzzy-trend logical relationships / S.M. Chen and N.Y. Wang // Proceedings of the 2008 Workshop on Consumer Electronics, Taipei County, Taiwan, Republic of China, – P. 759 – 764, –2008.

5. **Yu H. K.** A bivariate fuzzy time series model to forecast the TAIEX / H.K. Yu and K.H. Huarng // Expert Systems with Applications. – Vol. 34, № 4, – P. 2945 – 2952, – 2008.
6. **Teoh H. J.** A hybrid multiorder fuzzy time series for forecasting stock markets / H. J. Teoh, T. L. Chen, C. H. Cheng, and H. H. Chu // Expert Systems with Applications. – Vol. 36, № 4, – P. 7888 – 7897, –2009.
7. **Chiung-Hon Leon Lee.** Pattern Discovery of Fuzzy Time Series for Financial Prediction / Leon Lee Chiung-Hon // IEEE Transactions on knowledge and data engineering. – Vol. 18, № 5, – 2006.
8. **Chao-Dian Chen.** A New Method for Forecasting the TAIEX Based on High-Order Fuzzy Logical Relationships / Chao-Dian Chen, Shyi-Ming Chen // Proceedings of the 2009 IEEE International Conference on Systems, Man, and Cybernetics San Antonio, – 2009.
9. **Ємел'яненко Т.Г.** Використання нечітких моделей в задачах фінансового прогнозування / Т.Г. Ємел'яненко, Д.Л. Самарська // «Людина і космос»: XIV міжнародна молодіжна науково-практична конференція, 11–13 квітня 2012 р.: тези допов. – Д., 2012. – С. 271.

*Надійшла до редколегії 29.06.2012*