

УДК 519.652:519.254

П. О. Приставка, О. В. Тиводар

Національний авіаційний університет

МОДЕЛЬ НА ОСНОВІ ЛАНЦЮГІВ МАРКОВА В ЗАДАЧІ ПРИЙНЯТТЯ РІШЕНЬ ПРО КУПІВЛЮ АБО ПРОДАЖ МАТЕРІАЛЬНИХ ЦІННОСТЕЙ

Використовуючи дані торгованих на біржі акцій, запропоновано новий підхід для прийняття рішень щодо купівлі та продажу акцій, використовуючи модель на основі ланцюгів Маркова, та проаналізовано її доцільність з використанням котирувань популярних акцій AMZN (Amazon), NFLX (Netflix), FB (Facebook), GOOGL (Google Class A).

Ключові слова: часовий ряд; модель Маркова; ланцюг Маркова; подвійне експоненціальне ковзне середнє, стани системи.

Используя данные торгованных на бирже акций, предложен новый подход для принятия решений в покупке и продаже акций, используя модель на основе цепей Маркова, и проанализирована ее целесообразность с использованием котировок популярных акций AMZN (Amazon), NFLX (Netflix), FB (Facebook), GOOGL (Google Class A).

Ключевые слова: временной ряд; модель Маркова; цепь Маркова; двойное экспоненциальное скользящее среднее; состояния системы.

Using the stock price data, new approach for decision making in buying and selling the security was introduced applying the Markov model and was analyzed with the daily data of popular stocks AMZN (Amazon), NFLX (Netflix), FB (Facebook), GOOGL (Google Class A).

Keywords: time series; Markov model; Markov chain; double exponential moving average, system's state.

Постановка проблеми. З розвитком економічних відносин у галузі міжнародної торгівлі спостерігається збільшення акціонерів компанії, що призводить до розширення керівного складу компанії. Процес збільшення управлінської ради відбувається за рахунок купівлі акцій додаткової емісії. Тому актуальними в наш час є вакансії, які пов'язані із посередництвом цінних паперів (брокери, трейдери тощо). Технічний аналіз дозволяє прогнозувати зміни ціни матеріальної цінності в майбутньому на основі аналізу зміни ціни у минулому. У його основі лежить аналіз часових рядів ціни (чартів), інформації про

© Приставка П. О., Тиводар О. В., 2017

обсяги торгів та оціночних мультиплікаторів. Незважаючи на те, що багато технічних аналітиків вважають, що їхня техніка дає їм перевагу перед іншими учасниками торгів, далеко не всі дослідники поділяють цю впевненість. Більшість критики полягає в неможливості оцінити ймовірність руху в тому чи іншому напрямку на підставі минулих даних у схожих обставинах. Технічний аналіз є неявним у своїх підходах. З іншого боку, можливість використання моделі Маркова – підхід до вирішення проблеми з точки зору моделювання процесу. Тому він представляє інтерес, оскільки переходячи до часткових випадків, він дозволяє доповнювати існуючі моделі.

У багатьох фінансових задачах стани досліджуваної системи можна моделювати як ланцюг Маркова (ЛМ), в якому кожен стан не залежить від попереднього стану.

Аналіз досліджень та постановка задачі. Трейдери завжди хочуть купувати акції за низькою ціною та продавати за високою. Проте, визначення найкращого моменту для купівлі чи продажу акції є нетривіальною задачею. У статті [1] прихована модель Маркова (ПММ) використовувалася з трьома станами для прогнозування валютних криз у шести країнах, що розвиваються. Р. Хасан і Б. Нат [2] використовували ПММ для прогнозування ціни акцій на взаємопов'язаних ринках. М. Крітцман, С. Пейдж і Д. Тюркінгтон [3] застосували ПММ з двома станами для прогнозування режимів ринку в умовах ринкової турбулентності та інфляції. Н. Нгуен [4] використовував ПММ для прогнозування економічних режимів та цін на акції. Б. Нобахт, К. Джозеф і Б. Лоні [5] впровадили ПММ, використовуючи різні дані спостережень (відкриття, закриття, найнижчі, найвищі) ціни акцій, щоб передбачити її ціну закриття. Проте поведінка ціни акції залежить від багатьох чинників, таких як корпоративний фінансовий стан та управління, а також загальні економічні та галузеві умови. Ці фактори та відповідні прибутки від акцій значно відрізняються від різних макроекономічних режимів. Крім того, довгострокові доходи від інвестицій в акції залежать від тенденцій цих економічних факторів.

Поставимо за мету даної роботи запропонувати новий підхід до прийняття рішень стосовно купівлі та продажу акції, використовуючи модель на основі ланцюгів Маркова, та проаналізувати її доцільність, використовуючи котирування популярних акцій AMZN (Amazon), NFLX (Netflix), FB (Facebook), GOOGL (Google Class A) [6–9].

Основний матеріал. Нехай задано процес x , що протікає в системі S , яка описує поведінку ціни акції. Система може знаходитись у чотирьох станах:

$$\begin{aligned} S_1 & - \text{зміцнення, } S_2 - \text{ослаблення,} \\ S_3 & - \text{відставання, } S_4 - \text{покращення,} \end{aligned} \quad (1)$$

причому переходи системи із стану в стан можливі в моменти:

$$t_1, t_2, \dots, t_k, \dots,$$

які є торговими днями.

Використовуючи подвійне експоненціальне ковзне середнє, або DEMA [10], формально стани зазначеної системи можна визначити так:

- S_1 – зміцнення:

$$\text{DEMA}(x_i) > 0, \quad \text{DEMA}(x_i) - \text{DEMA}(x_{i-1}) > 0, \quad (2)$$

де

$$\text{DEMA}_t(x) = 2 \cdot \text{EMA}_t(x) - \text{EMA}_t(\text{EMA}_t(x))$$

- S_2 – ослаблення:

$$\text{DEMA}(x_i) > 0, \quad \text{DEMA}(x_i) - \text{DEMA}(x_{i-1}) < 0; \quad (3)$$

- S_3 – відставання:

$$\text{DEMA}(x_i) < 0, \quad \text{DEMA}(x_i) - \text{DEMA}(x_{i-1}) < 0; \quad (4)$$

- S_4 – покращення:

$$\text{DEMA}(x_i) < 0, \quad \text{DEMA}(x_i) - \text{DEMA}(x_{i-1}) > 0. \quad (5)$$

Вибір використання DEMA у (2)–(5) обумовлений такими міркуваннями. Подвійне експоненціальне ковзне середнє є показником середньої ціни, що дає більші вагові коефіцієнти останнім даним ціни. Подібно до експоненціального ковзного середнього, або EMA, цей показник більше реагує на невеликі коливання цін, ніж просте ковзне середнє, або SMA, що є необхідним для роботи короткострокових інвесторів.

Розрахунок ковзного середнього від ковзного середнього ($\text{EMA}_t(\text{EMA}_t(x))$) більш ефективно усуває шум. DEMA краще виділяє особливості часового ряду, що демонструє зміну тенденцій, зокрема локальні максимуми та мінімуми процесу [11].

Специфіка поведінки економічних рядів полягає в тому, що зміна напрямку руху не завжди прив'язана до тенденцій, які спостерігаються у процесі. Тобто зміна поведінки процесу може бути обумовлена зовнішніми чинниками, які наперед важко завбачити (стихійні лиха, соціальні події, заяви політиків тощо). Отже, можна припускати, що перехід із поточного стану в будь-який інший деякою мірою задовольняє вимогам, що визначають марківський процес, але щодо остаточного висновку про те, що в системі S протікає саме марківський процес, можна буде говорити після введення відповідної моделі

поведінки системи та дослідження її адекватності на реальних експериментальних даних.

Будемо описувати ЛМ за допомогою т.з. ймовірностей подій. Нехай в будь-який момент часу t система S може знаходитися в одному зі станів (1). Позначимо ймовірність цих подій:

$$\begin{aligned} p_1(k) &= P\left(S_{\text{зміцнення}}^{(k)}\right), & p_2(k) &= P\left(S_{\text{ослаблення}}^{(k)}\right), \\ p_3(k) &= P\left(S_{\text{відставання}}^{(k)}\right), & p_4(k) &= P\left(S_{\text{покращення}}^{(k)}\right), \end{aligned} \quad (6)$$

причому для кожного номера кроку k :

$$p_1(k) + p_2(k) + p_3(k) + p_4(k) = 1.$$

Поставимо за мету знайти для будь-якого t імовірності станів (6). Для цього необхідно знати характеристики процесу, аналогічні ймовірностям переходу для ЛМ. Фактично можна вважати, що в системі S відбувається процес з дискретними станами та дискретними моментами часу переходу між ними, адже торговельні операції відбуваються в конкретний час у визначені торгові дні. Але з урахуванням того, що процес життя акції може тривати роками, то процес зміни поведінки ціни акції відбувається у випадкові моменти, отже, цілком логічним є введення до розгляду моделі з дискретними станами та неперервним часом, хоч і з одиничними відліками. Тож у подальшому поставимо за мету знаходити ймовірності станів системи S в довільні моменти часу.

Нехай нам відомі всі інтенсивності переходів $\lambda_{ij}(t)$ для усіх пар станів S_i, S_j . Побудуємо граф станів системи S і кожній стрілці поставимо у відповідність інтенсивності переходу (рис. 1). Кожна стрілка визначає переходи з конкретного стану в інший.

Знаючи розмічений граф станів, можна визначити ймовірності станів

$$p_1(t), p_2(t), p_3(t), p_4(t) \quad (7)$$

як функції часу. Ці ймовірності задовольняють системі диференціальних рівнянь Колмогорова – Чепмена, розв'язуючи які ми отримаємо ймовірності (7).

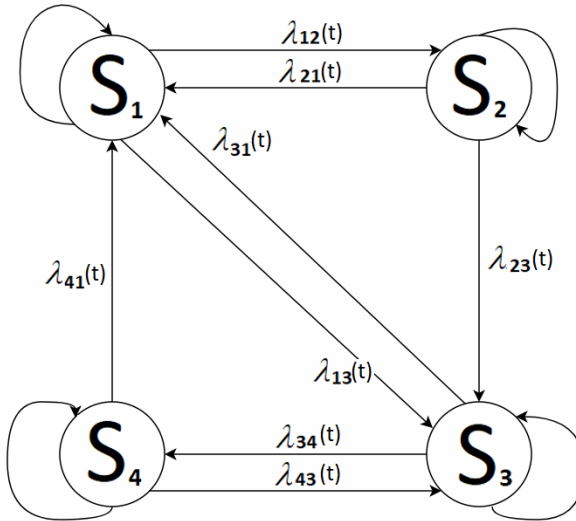


Рисунок 1 – Граф станів системи, що описує поведінку ціни акцій

Для введених станів (1) можливі такі переходи: зі стану S_1 можливі переходи у стани S_2 та S_3 з інтенсивностями $\lambda_{12}(t)$ та $\lambda_{13}(t)$ відповідно; зі стану S_2 можливі переходи у стани S_1 та S_3 з інтенсивностями $\lambda_{21}(t)$ та $\lambda_{23}(t)$; з S_3 – у стан S_1 з інтенсивністю $\lambda_{31}(t)$ та S_4 з інтенсивністю $\lambda_{34}(t)$; з S_4 – в S_1 та S_3 з інтенсивностями $\lambda_{41}(t)$ та $\lambda_{43}(t)$ відповідно. Така система описується такою системою диференціальних рівнянь:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{dp_1(t)}{dt} = -(\lambda_{12}(t) + \lambda_{13}(t))p_1(t) + \lambda_{21}(t)p_2(t) + \lambda_{31}(t)p_3(t), \\ \frac{dp_2(t)}{dt} = \lambda_{12}(t)p_1(t) - (\lambda_{21}(t) + \lambda_{23}(t))p_2(t), \\ \frac{dp_3(t)}{dt} = \lambda_{13}(t)p_1(t) - (\lambda_{31}(t) + \lambda_{34}(t))p_3(t) + \lambda_{43}(t)p_4(t), \\ \frac{dp_4(t)}{dt} = \lambda_{34}(t)p_3(t) - (\lambda_{41}(t) + \lambda_{43}(t))p_4(t), \\ p_1(t) + p_2(t) + p_3(t) + p_4(t) = 1. \end{array} \right.$$

Питання дослідження системи буде значно спрощено, якщо інтенсивності $\lambda_{ij}(t)$ не залежить від часу, тобто коли в системі переходи відбуваються за простішим марківським процесом. Для кожного часового ряду питання дослідження інтенсивностей має проводитися окремо, але, як показує практика, в більшості випадків короткострокові перебування в тому чи іншому стані переважають над довгостроковими, тобто можна припускати лівоасиметричні закони розподілу для інтервалів часу перебування системи S в тому чи іншому стані.

Для прикладу наведемо гістограму для інтервалів часу перебування у стані зміцнення (S_1) перед переходом у стан ослаблення (S_2) (рис. 2). Як видно з графіка, візуально ідентифікується розподіл, близький до експоненціального, тому використання ланцюгів Маркова є доцільним.

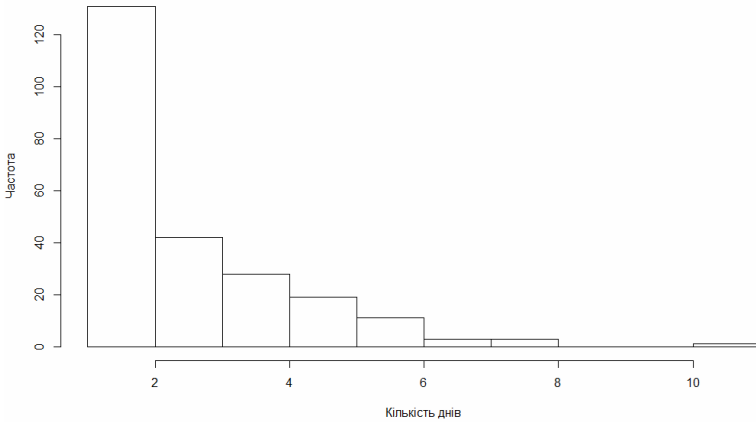


Рисунок 2 – Гістограма інтервалів часу перебування у стані зміцнення (S_1) перед переходом у стан ослаблення (S_2) для компанії FB [8]

Для ряду компаній наведемо інтервальну оцінку коефіцієнта асиметрії для доведення лівоасиметричності розподілів інтервалів часу перебування (табл. 1–4):

$$\hat{A} - t_{1-\alpha/2, \nu} \sigma\{\hat{A}\} \leq A \leq \hat{A} + t_{1-\alpha/2, \nu} \sigma\{\hat{A}\},$$

де

$$\sigma\{\hat{A}\} = \sqrt{\frac{6}{N} \left(1 - \frac{12}{2N+7} \right)}$$

та

\hat{A} – оцінка незсуненого коефіцієнта асиметрії;
 $t_{1-\alpha/2, \nu}$ – квантиль t -розподілу Стьюдента;
 $\nu = N - 1$, де N – кількість даних у вибірці;
 α – величина ймовірності «промаху» параметра повз довірчий інтервал, $\alpha = 0,1$.

Таблиця 1 – Інтервальна оцінка коефіцієнта асиметрії при $\alpha = 0,1$ для AMZN

Параметри оператора ДЕМА	(5, 25)	(10,25)	(15,25)	(5,30)	(10,30)	(15,30)
$S_1 \rightarrow S_3$	[0,4; 2,4]	[-0,7; 2,3]	[-1,9; 1,9]	[1,1; 3,2]	[0,6; 3,3]	[-1,9; 2,6]
$S_1 \rightarrow S_2$	[0,9; 1,6]	[0,4; 1,3]	[0,7; 1,7]	[1,0; 1,7]	[0,2; 1,1]	[0,6; 1,6]
$S_4 \rightarrow S_1$	[0,8; 2,0]	[0,6; 1,9]	[0,6; 2,0]	[0,8; 2,0]	[1,0; 2,3]	[0,4; 1,9]
$S_4 \rightarrow S_3$	[0,9; 1,8]	[0,9; 2,0]	[0,7; 1,8]	[0,9; 1,9]	[1,0; 2,1]	[0,8; 1,9]
$S_3 \rightarrow S_1$	[0,5; 2,8]	[-0,3; 3,1]	[-1,8; 3,2]	[0,0; 2,4]	[0,5; 3,6]	[-2,4; 3,4]
$S_3 \rightarrow S_4$	[0,8; 1,6]	[0,7; 1,5]	[0,7; 1,5]	[0,9; 1,6]	[0,6; 1,4]	[1,1; 2,0]
$S_2 \rightarrow S_1$	[1,5; 2,4]	[2,0; 3,1]	[1,5; 2,7]	[1,6; 2,6]	[1,7; 2,8]	[1,3; 2,6]
$S_2 \rightarrow S_3$	[0,8; 2,0]	[0,4; 1,7]	[0,2; 1,6]	[1,0; 2,3]	[0,5; 1,8]	[0,3; 1,8]

Таблиця 2 – Інтервальна оцінка коефіцієнта асиметрії при $\alpha = 0,1$ для NFLX

Параметри оператора ДЕМА	(5, 25)	(10,25)	(15,25)	(5,30)	(10,30)	(15,30)
$S_1 \rightarrow S_3$	[2,4; 4,5]	[0,3; 3,3]	[-0,4; 3,5]	[0,8; 3,2]	[-0,8; 2,6]	[-1,9; 3,1]
$S_1 \rightarrow S_2$	[0,6; 1,5]	[0,5; 1,4]	[0,6; 1,7]	[0,9; 1,8]	[0,9; 1,8]	[0,6; 1,7]
$S_4 \rightarrow S_1$	[0,3; 1,6]	[-0,5; 1,0]	[-0,7; 0,9]	[0; 1,3]	[-0,3; 1,2]	[-0,6; 1,1]
$S_4 \rightarrow S_3$	[1,2; 2,2]	[1,3; 2,4]	[0,9; 2,1]	[1,4; 2,4]	[0,9; 2,0]	[0,9; 2,0]
$S_3 \rightarrow S_1$	[-0,5; 2,2]	[-1,1; 3,4]	[-1,0; 4,0]	[-0,8; 2,3]	[1,0; 4,4]	[1,0; 2,2]
$S_3 \rightarrow S_4$	[0,4; 1,2]	[0,6; 1,5]	[0,6; 1,6]	[0,5; 1,3]	[0,8; 1,7]	[0,8; 1,8]
$S_2 \rightarrow S_1$	[1,9; 3,0]	[0,8; 2,1]	[1,0; 2,4]	[1,7; 2,8]	[1,1; 2,4]	[1,6; 3,0]
$S_2 \rightarrow S_3$	[0,9; 2,3]	[0,0; 1,6]	[0,3; 2,0]	[0,7; 2,1]	[0,5; 2,0]	[0,3; 2,0]

Таблиця 3 – Інтервальна оцінка коефіцієнта асиметрії при $\alpha = 0,1$ для GOOGL

Параметри оператора DEMA	(5, 25)	(10,25)	(15,25)	(5,30)	(10,30)	(15,30)
$S_1 \rightarrow S_3$	[-0,2; 2,8]	[-1,7; 2,3]	[-1,5; 2,9]	[0,3; 3,1]	[-1,9; 1,9]	[0,0; 1,9]
$S_1 \rightarrow S_2$	[0,9; 1,8]	[0,1; 1,2]	[0,0; 1,2]	[0,6; 1,6]	[0,0; 1,1]	[-0,1; 1,1]
$S_4 \rightarrow S_1$	[0,0; 1,5]	[-0,4; 1,3]	[-0,1; 1,7]	[0,6; 2,2]	[0,2; 2,0]	[-0,1; 1,8]
$S_4 \rightarrow S_3$	[0,5; 1,6]	[1,0; 2,1]	[0,8; 2,0]	[0,7; 1,8]	[0,9; 2,1]	[0,9; 2,2]
$S_3 \rightarrow S_1$	[0,1; 2,9]	[0,0; 3,8]	[-1,3; 3,2]	[0,8; 3,4]	[-0,3; 3,8]	[-2,5; 2,5]
$S_3 \rightarrow S_4$	[0,7; 1,5]	[0,5; 1,5]	[0,7; 1,6]	[0,6; 1,5]	[0,8; 1,8]	[0,4; 1,4]
$S_2 \rightarrow S_1$	[1,3; 2,6]	[0,5; 1,9]	[0,1; 1,7]	[1,4; 2,7]	[0,5; 1,9]	[0,0; 1,7]
$S_2 \rightarrow S_3$	[0,6; 2,0]	[0,1; 1,9]	[-0,1; 1,7]	[0,1; 1,6]	[0,2; 1,9]	[-0,3; 1,5]

Таблиця 4 – Інтервальна оцінка коефіцієнта асиметрії при $\alpha = 0,1$ для FB

Параметри оператора DEMA	(5, 25)	(10,25)	(15,25)	(5,30)	(10,30)	(15,30)
$S_1 \rightarrow S_3$	[0,2; 3,6]	[-2,9; 1,5]	[0,0; 1,5]	[-1,2; 2,6]	[-1,7; 4,1]	[0,1; 2,3]
$S_1 \rightarrow S_2$	[0,7; 2,0]	[0,1; 1,5]	[0,9; 2,4]	[0,6; 2,0]	[0,1; 1,6]	[1,0; 2,5]
$S_4 \rightarrow S_1$	[0,3; 2,6]	[-0,8; 1,6]	[-0,8; 1,9]	[0,2; 2,5]	[-1,0; 1,7]	[-1,0; 1,8]
$S_4 \rightarrow S_3$	[0,4; 2,3]	[-0,1; 2,0]	[0,4; 2,6]	[0,2; 2,0]	[0,4; 2,5]	[0,5; 2,6]
$S_3 \rightarrow S_1$	[-0,3; 2,9]	[-2,9; 4,3]	[0,0; 3,1]	[0,4; 3,7]	[0,5; 2,5]	[-2,1; 2,9]
$S_3 \rightarrow S_4$	[0,3; 1,8]	[0,0; 1,6]	[-0,2; 1,5]	[0,3; 1,7]	[-0,1; 1,6]	[-0,1; 1,6]
$S_2 \rightarrow S_1$	[0,2; 1,7]	[0,3; 2,1]	[1,1; 2,9]	[0,0; 1,6]	[0,3; 2,1]	[0,8; 2,6]
$S_2 \rightarrow S_3$	[-0,3; 1,9]	[-0,4; 2,2]	[-0,4; 2,3]	[-0,4; 1,7]	[-0,2; 2,3]	[-0,4; 2,3]

Як видно з результатів у табл. 1–4, значна частина оцінок коефіцієнта асиметрії доводить лівоасиметричність розподілів, тож у подальшому можна вважати, що переходи відбуваються за простішими потоками, тобто інтенсивності λ_{ij} від часу не залежать. Тоді система рівнянь набуває вигляду:

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dp_1(t)}{dt} &= -(\lambda_{12} + \lambda_{13})p_1(t) + \lambda_{21}p_2(t) + \lambda_{31}p_3(t), \\ \frac{dp_2(t)}{dt} &= \lambda_{12}p_1(t) - (\lambda_{21} + \lambda_{23})p_2(t), \\ \frac{dp_3(t)}{dt} &= \lambda_{13}p_1(t) - (\lambda_{31} + \lambda_{34})p_3(t) + \lambda_{43}p_4(t), \\ \frac{dp_4(t)}{dt} &= \lambda_{34}p_3(t) - (\lambda_{41} + \lambda_{43})p_4(t), \\ p_1(t) + p_2(t) + p_3(t) + p_4(t) &= 1. \end{aligned} \right. \quad (8)$$

Для розв’язку системи (8) необхідно задати початкові умови. Наприклад, для AMZN [6] на 2 січня 2017 року було визначено зону зміцнення, тому початковими умовами для розв’язання системи (8) були:

$$p_1(t) = 1, \quad p_2(t) = 0, \quad p_3(t) = 0, \quad p_4(t) = 0.$$

На рис. 3 наведено результати розв’язку системи (8) для компанії AMZN з параметрами DEMA (5, 25).

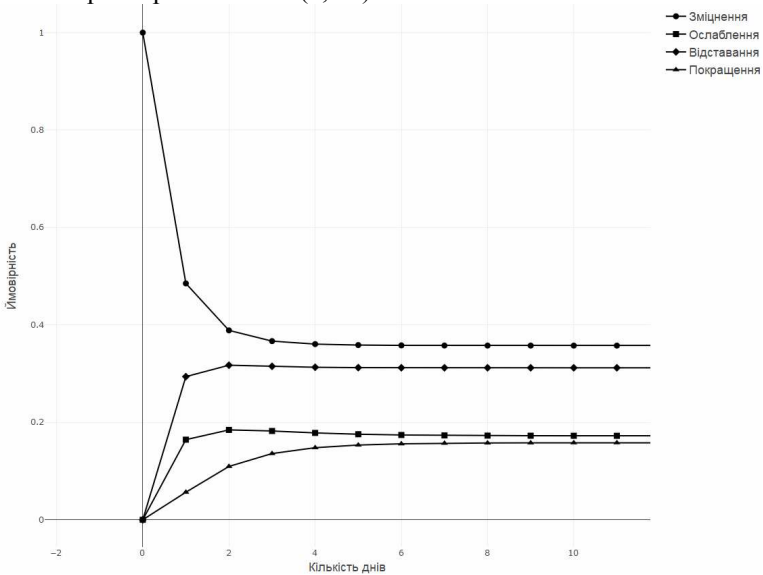


Рисунок 3 – Візуалізація розв’язку системи (8) для компанії AMZN при DEMA(5, 25)

Отже, маючи розв'язок, можна планувати стратегії подальших дій, враховуючи ймовірності того чи іншого стану після задання початкових умов. Зокрема, для наведеного прикладу, можна вважати, що система через 8 днів буде перебувати у стані ослаблення з ймовірністю 0,17, покращення – 0,16, відставання – 0,31, зміцнення – 0,35. Якщо при тих чи інших параметрах згладжування значення коефіцієнта асиметрії не задовольняє вимогам до лівоасиметричності, можна не застосовувати модель на основі ланцюгів Маркова, а скористатися сигналами, визначеними за допомогою DEMA (2) – (5).

Висновки. В роботі запропоновано модель на основі ланцюгів Маркова та її використання в задачах прийняття рішень про купівлю та продаж матеріальних цінностей (акцій). Досліджено стани системи поведінки ціни акцій та коефіцієнти асиметрії для розподілів інтервалів часу перебування системи в тому чи іншому стані, використовуючи котирування популярних акцій (AMZN, FB, GOOGL, NFLX). Дана модель має рекомендаційний характер, тому якщо при деяких параметрах DEMA користувача не задовольняє значення коефіцієнта асиметрії, модель можна не застосовувати та скористатися сигналами DEMA. Подальші дослідження авторів будуть полягати у застосуванні та тестуванні запропонованої моделі для інших котирувань акцій.

Бібліографічні посилання

1. **Gupta A., Dhingra B.** Stock Market Prediction Using Hidden Markov Models // IEEE Engineering and Systems (SCES). 2012.
2. **Hassan R., Nath B.** Stock Market Forecasting Using Hidden Markov Models: A New approach. Proceeding of IEEE 5th International Conference on Intelligent Systems Design and Applications. 2005.
3. **Kritzman M., Page S., Turkington D.** Regime Shifts: Implications for Dynamic Strategies // Financial Analysts Journal. № 68(3): 22–39.
4. **Baum L., Petrie T.** The Annals of Mathematical Statistics. Statistical inference for probabilistic functions of finite state Markov chains 1966, 1554–1563.
5. **Nguyen N.** Probabilistic Methods in Estimation and Prediction of Financial Models. Electronic Theses, Treatises and Dissertations, Florida State University, Tallahassee, FL, USA, 2014. P. 9059.
6. **Nobakht B., Joseph C.E., Loni B.** Stock market analysis and prediction using hidden markov models. In Proceeding of the 2012 Students

Conference on Engineering and Systems (SCES), Allahabad, Uttar Pradesh, India, 16–18 March 2012. P. 1–4.

7. AMZN: Ціна акції // База даних «Yahoo Finance». URL: <https://finance.yahoo.com/quote/AMZN?p=AMZN>
8. FB: Ціна акції // База даних «Yahoo Finance». URL: <https://finance.yahoo.com/quote/FB?p=FB>
9. GOOGL: Ціна акції // База даних «Yahoo Finance». URL: <https://finance.yahoo.com/quote/GOOGL?ql=1&p=GOOGL>
10. NFLX: Ціна акції // База даних «Yahoo Finance». URL: <https://finance.yahoo.com/quote/NFLX?p=NFLX>
11. Double exponential moving average // Вікіпедія. URL: https://en.wikipedia.org/wiki/Double_exponential_moving_average
12. What is the Double exponential moving average (DEMA) formula and how is it calculated // Investopedia. URL: <http://www.investopedia.com/ask/answers/121814/what-double-exponential-moving-average-dema-formula-and-how-it-calculated.asp>

Надійшла до редколегії 19.07.2017