

Олександра Г. Белз (Львівський національний
університет імені Івана Франка, Україна)

УСУНЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНОСТІ ЧАСОВИХ РЯДІВ ПІД ЧАС СТАТИСТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ СОЦІАЛЬНО-ЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ*

У статті досліджено вплив способів усунення нестационарності часових рядів на прогностні характеристики економетричних моделей. Запропоновано альтернативні способи усунення нестационарності часових рядів, а саме: подавати їх як ланцюгові темпи росту та модифіковані ланцюгові темпи росту. Доведено доцільність застосування принципу зовнішнього доповнення під час вибору адекватних економетричних моделей соціально-економічних процесів.

Ключові слова: стаціонарний часовий ряд, моделювання соціально-економічних процесів, прогнозування значень економічних показників.

Форм. 8. Рис. 1. Табл. 4. Літ. 11.

Александра Г. Белз (Львовский национальный
университет имени Ивана Франко, Украина)

УСТРАНЕНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ ВО ВРЕМЯ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ СОЦИАЛЬНО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

В статье исследовано влияние способов устранения нестационарности временных рядов на прогностные характеристики економетрических моделей. Предложено альтернативные способы устранения нестационарности временных рядов, а именно пересчитывать их как цепочные темпы роста и модифицированные цепочные темпы роста. Доказано целесообразность использования принципа внешнего дополнения в процессе выбора адекватных економетрических моделей социально-экономических процессов.

Ключевые слова: стационарный временной ряд, моделирование социально-экономических процессов, прогнозирование значений экономических показателей.

Oleksandra G. Belz (Lviv National University
of Ivan Franko, Ukraine)

ELIMINATION OF TIME SERIES NONSTATIONARITY DURING STATISTICAL MODELING OF SOCIOECONOMIC PROCESSES

The article studies the influence of the methods eliminating the nonstationarity of time series upon the forecast features of econometric models. Alternative methods of eliminating the nonstationarity of time series are offered, in particular, to recalculate them as chain rate of growth and the modified chain rate of growth. The expediency of applying the principle of external add-on while selecting the corresponding econometric models of socioeconomic processes is grounded.

Keywords: stationary time series; modeling of socioeconomic processes; forecast values of economic indices.

Постановка проблеми. Важливим завданням сучасної економічної науки є знаходження закономірностей функціонування економічних систем. Одним з потужних інструментів реалізації цього завдання є апарат статистичного моделювання.

* статтю підготовлено на основі доповіді на XII-му міжнародному науковому семінарі «Сучасні проблеми інформатики в управлінні, економіці, освіті та екології» (1–5 липня 2013 р., оз. Світязь – Київ).

Аналіз останніх досліджень і публікацій та невирішені частини проблеми. Однією з умов якісної побудови економетричних моделей є забезпечення однорідності сукупності спостережень, що, зокрема, вимагає застосування порівняльних цін та однакових інших зовнішніх економічних умов [9]. Проте сучасні економісти зазначають, що характерною ознакою економіки другої половини ХХ ст. – початку ХХІ ст. є так звана *сучасна інфляція*, яка має хронічний характер. Останніми роками майже не було дефляцій, а загальний рівень цін щорічно зростав у всіх без винятку країнах [10]. Значення ж більшості макроекономічних показників країн розраховують та оприлюднюють з урахуванням цін поточного періоду.

Оскільки більшість соціально-економічних процесів є нестационарною, то особливо актуальним є моделювання та прогнозування нестационарних часових рядів.

Проблеми математичного моделювання та прогнозування нестационарних часових рядів досліджені у працях таких зарубіжних і вітчизняних науковців: В. Артеменка [1], Дж. Бокса [2], Є. Демківського [3], Г. Дженкінса [2], Г. Канторовича [6], О. Назаренко [8]. Загальна ідея роботи алгоритмів моделювання нестационарних часових рядів полягає в трансформації значень часового ряду з метою приведення їх до стационарних. Основним інструментарієм моделювання таких часових рядів є так звана модель Бокса-Дженкінса (ARIMA-model) та різноманітні модифікації такої моделі. Проте більшість дослідників зосереджують свою увагу на методиці побудови одновимірних часових рядів.

Мета дослідження. Дослідження впливу нестационарності часових рядів і способів її усунення на прогнозні характеристики багатовимірних економетричних моделей.

Основні результати дослідження.

Вхідними даними для дослідження є помісячні значення 15 макроекономічних показників з січня 2006 р. по грудень 2012 р. (на підставі даних Держкомстату України [11]):

1. Обсяг реалізованої промислової продукції, млн. грн.
2. Обсяг продукції сільського господарства, млн. грн.
3. Обсяг роздрібного товарообороту, млн. грн.
4. Грошова маса М3 (залишки коштів на кінець періоду), млн. грн.
5. Доходи зведеного бюджету, млн. грн.
6. Видатки зведеного бюджету, млн. грн.
7. Індекс споживчих цін (ІСЦ) (до попереднього місяця), %.
8. Індекс цін виробників промислової продукції (до попереднього місяця), %.
9. Чисельність громадян, зареєстрованих як безробітні, тис. осіб.
10. Рівень безробіття (на кінець періоду), %.
11. Середньомісячна номінальна заробітна плата працівників, грн.
12. Середньозважена ставка рефінансування за всіма інструментами.
13. Внутрішній кредит (залишки коштів на кінець періоду), млн. грн.
14. Депозити резидентів, залучені депозитними корпораціями окрім Національного банку України (залишки коштів на кінець періоду), млн. грн.

15. Офіційний курс гривні до 100 дол. США середній за період, грн.

Інструментарієм дослідження є програмні засоби STATISTICA 7 та MS Excel.

Для проведення дослідження використано підхід Сімса, запропонований у 1980 р., який має назву VAR або векторна авторегресія, де запропоновано не ділити змінні на екзогенні та ендогенні, а подавати кожен з компонент багатовимірнього випадкового процесу як лінійну комбінацію від попередніх значень усіх змінних. Цей підхід передбачає побудову системи рівнянь такого виду [7]:

$$\begin{cases} \tilde{X}_t^1 = \alpha_1 + \beta_{11} \times X_{t-1}^1 + \beta_{12} \times X_{t-1}^2 + \dots + \beta_{1n} \times X_{t-1}^n \\ \tilde{X}_t^2 = \alpha_2 + \beta_{21} \times X_{t-1}^1 + \beta_{22} \times X_{t-1}^2 + \dots + \beta_{2n} \times X_{t-1}^n \\ \dots \\ \tilde{X}_t^n = \alpha_n + \beta_{n1} \times X_{t-1}^1 + \beta_{n2} \times X_{t-1}^2 + \dots + \beta_{nn} \times X_{t-1}^n \end{cases} \quad (1)$$

де $\tilde{X}_t^1, \tilde{X}_t^2, \dots, \tilde{X}_t^n$ – теоретичні значення макроекономічних показників у часі t ; $X_{t-1}^1, X_{t-1}^2, \dots, X_{t-1}^n$ – фактичні значення макроекономічних показників у часі $(t - 1)$; $\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n$ та $\beta_{11}, \beta_{12}, \dots, \beta_{nn}$ – коефіцієнти побудованих моделей, розраховані за допомогою методу найменших квадратів; n – кількість макроекономічних показників.

Оскільки вхідними даними є 15 макроекономічних показників, то система (1) містить 15 рівнянь. Для подальшого дослідження обрано 2 рівняння системи (1) для прогнозування значень показників «ІСЦ» та «обсяг роздрібного товарообороту». Для показника «ІСЦ» усереднене абсолютних значень коефіцієнтів кореляції між фактичним значенням цього показника у часі t та фактичним значенням кожної компоненти багатовимірнього випадкового процесу (кожним макроекономічним показником) у часі $(t - 1)$ становить 0,30, а для показника «обсяг роздрібного товарообороту» – 0,65.

З метою дослідження прогнозних характеристик побудованих моделей статистичну вибірку розділено на дві частини (навчальну й тестову). На підставі даних навчальної вибірки розраховують коефіцієнти моделей, а на підставі даних тестової вибірки оцінюють якість прогнозування. Навчальна вибірка містить дані з січня 2006 р. по грудень 2010 р., а тестова – з січня 2011 р. по грудень 2012 року.

У роботі обрано способи трансформації часового ряду, які дослідники [1; 2; 3; 6; 8] найчастіше застосовують для усунення нестационарності процесу:

- вилучення детермінованого тренду, а саме:

$$x_t^{dt} = x_t - (a + b \times t), \quad (2)$$

де x_t^{dt} – значення часового ряду, перетворене вилученням детермінованого тренду у часі t ; x_t – значення часового ряду, неперетворене у часі t ; t – час; a та b – коефіцієнти, розраховані методом найменших квадратів;

- усунення автокореляції (методом послідовних різниць), а саме:

$$x_t^{kr} = x_t - (a + b \times x_{t-lag}), \quad (3)$$

де x_t^{kr} – значення часового ряду, перетворене методом послідовних різниць у часі t ; x_t – значення часового ряду, неперетворене у часі t ; x_{t-lag} – значення

часового ряду, неперетворене у часі $(t - lag)$; lag – лаг; a та b – коефіцієнти, розраховані методом найменших квадратів;

- попереднє вилучення детермінованого тренду й подальше усунення автокореляції;

- логарифмування, а саме:

$$x_t^l = \ln(x_t), \quad (4)$$

де x_t^l – значення часового ряду, перетворене логарифмування у часі t ; x_t – значення часового ряду, неперетворене у часі t ;

- нормалізація, а саме:

$$x_t^n = \frac{x_t - M}{SD}, \quad (5)$$

де x_t^n – значення часового ряду, перетворене нормалізацією у часі t ; x_t – значення часового ряду, неперетворене у часі t ; M – середнє значень часового ряду; SD – дисперсія.

Окрім того, побудовано модель, яка містить нетрансформовані (неперетворені) показники.

У дослідженні зроблено припущення, що під час моделювання соціально-економічних процесів взаємозалежності між показниками визначаються не на підставі їхніх абсолютних значень, а на підставі величини їхньої динаміки, тому запропоновано подавати вхідні дані, як:

- ланцюгові темпи росту, а саме:

$$x_t^{tr} = \frac{x_t}{x_{t-1}}, \quad (6)$$

де x_t^{tr} – значення часового ряду у часі t , подане як ланцюгові темпи росту; x_t та x_{t-1} – значення часового ряду відповідно у часі t та $(t - 1)$ неперетворені;

- модифіковані ланцюгові темпи росту, а саме:

–для показників, які подані в абсолютних величинах

$$x_t^{mtr} = \begin{cases} \frac{x_t}{x_{t-1}}, \text{ якщо } x_t \geq x_{t-1} \\ -\frac{x_{t-1}}{x_t} + 2, \text{ якщо } x_{t-1} > x_t \end{cases}, \quad (7)$$

де x_t^{mtr} – значення часового ряду у часі t , подане як модифіковані ланцюгові темпи росту; x_t та x_{t-1} – значення часового ряду відповідно у часі t та $(t - 1)$ неперетворені;

–для показників, які подані у відсотках

$$x_t^{mtr} = \begin{cases} x_t, \text{ якщо } x_t \geq 100 \\ -\frac{1}{\frac{x_t}{100}} + 2, \text{ якщо } x_t < 100, \end{cases} \quad (8)$$

де x_t^{mtr} – значення часового ряду у часі t , подане як модифіковані темпи росту, x_t – значення часового ряду у часі t неперетворене;

- попереднє логарифмування та подальший розрахунок модифікованих ланцюгових темпів росту.

Запропоновані способи трансформації часового ряду дадуть змогу частково уникнути проблеми неоднорідності сукупності спостережень, оскільки побудова моделей соціально-економічних процесів на підставі динаміки значень показників усуває потребу застосування порівняльних цін.

Застосування модифікованих ланцюгові темпів росту спричинене тим, що ланцюгові темпи росту відображають динаміку процесів з неоднорідною щільністю. Оскільки значення макроекономічних показників є додатними і теоретично можуть бути в діапазоні $[0, \infty)$, то значення ланцюгових темпів росту цих показників можуть бути в діапазоні $[0, \infty)$. За таких умов значення ланцюгових темпів росту у діапазоні $[0, 1]$ є «ущільненою» характеристикою динаміки значень показників.

Проілюструємо це твердження. На підставі даних Держкомстату України [11] проведено аналіз показників відображення динаміки доходів зведеного бюджету протягом 2009–2012 рр., зокрема ланцюгових темпів росту (рис. 1). Значні абсолютні зменшення значень доходів зведеного бюджету (наприклад, 15519,9 млн. грн. у грудні 2009 р. до 40043,9 млн. грн. у листопаді 2009 р.) характеризуються відносно незначними відхиленнями від одиниці значень ланцюгових темпів росту порівняно з такими ж абсолютними збільшеннями значень показників. Застосування модифікованих ланцюгових темпів росту дає змогу усунути таке «ущільнення» характеристики динаміки показників (рис. 1).

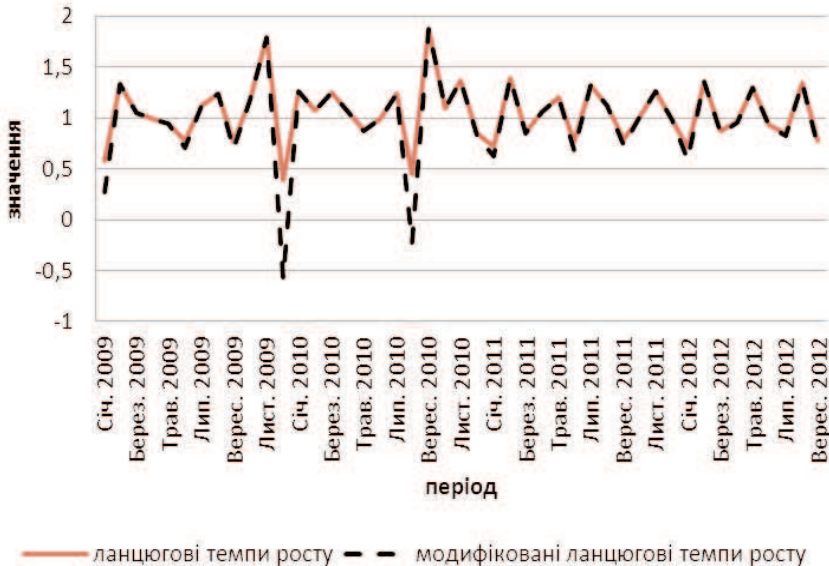


Рис. 1. Відображення динаміки доходів Зведеного бюджету України [11]

Для оцінення якості побудованих моделей Г.Г. Канторович у [6] рекомендує застосовувати коефіцієнт множинної детермінації R^2 . Коефіцієнт R^2 розраховують на підставі фактичних значень результатного показника, які ввійшли в навчальну вибірку, й теоретичних значень результатного показника, обчислених на підставі навчальної вибірки.

Для побудови моделі (1) здійснюватимемо трансформацію часових рядів. Для економіста значення коефіцієнта множинної детермінації R^2 , який характеризує якість моделі взаємозв'язку трансформованих показників, є несуттєвим. Важливе значення має критерій якості теоретичних значень результатного показника, обчислених на підставі тестової вибірки та поданих у вихідних (неперетворених) одиницях виміру, тому якість побудованих моделей оцінено на підставі тестової вибірки та після приведення значень результатного показника до вихідних одиниць виміру (після процедури ретрансформації) за допомогою коефіцієнта, який можна назвати коефіцієнтом множинної детермінації модифікований (R^{2m}). Алгоритм розрахунку цього коефіцієнта аналогічний до алгоритму розрахунку коефіцієнта множинної детермінації R^2 .

Для дослідження впливу нестаціонарності часових рядів і способів її усунення на прогностні характеристики багатовимірних економетричних моделей проаналізуємо часові ряди з погляду стаціонарності. Якщо випадковий процес такий, що у нього математичне очікування та дисперсія існують і не залежать від часу t , а автокореляційна (автоковаріаційна) функція залежить тільки від різниці значень $(t_1 - t_2)$, тоді такий процес називають стаціонарним у широкому розумінні [5, 90]. Для перевірки рівня стаціонарності часового ряду розіб'ємо його на дві приблизно рівні частини та для кожної з них розрахуємо математичне сподівання (середнє значення), дисперсію й автоковаріацію. Розрахуємо відносні відхилення цих показників. Відносне відхилення для дисперсії визначимо як відношення більшого значення дисперсії до меншого значення дисперсії. Відносне відхилення для математичного сподівання й автоковаріації розрахуємо як відношення модуля різниці їхніх значень до кореня квадратного середньозваженої дисперсії.

Після проведення необхідних розрахунків отримано такі характеристики моделі залежності обсягу роздрібного товарообороту від макроекономічних показників (табл. 1) та моделі залежності ІСЦ від макроекономічних показників (табл. 2).

Як видно з табл. 1 та 2, висока якість моделі на підставі даних навчальної вибірки не гарантує позитивних прогностичних характеристик такої моделі. Трансформація часових рядів з метою усунення нестаціонарності у багатьох випадках покращує характеристики економетричних моделей. Проте застосування найпопулярніших способів трансформації часових рядів, таких як вилучення детермінованого тренду й усунення автокореляції, не значно зменшує відносного відхилення автоковаріації. Також відсутній прямий зв'язок між критеріями оцінки стаціонарності часового ряду та прогностичними характеристиками моделі.

Оскільки покращення критеріїв оцінки стаціонарності часового ряду не є підставою для вибору адекватних економетричних моделей, то пропонується застосовувати так званий принцип зовнішнього доповнення О.Г. Івахненка [4]. Статистичну вибірку поділено на 3: навчальну, контрольну й тестову. Навчальна вибірка містить дані з січня 2006 р. по грудень 2010 р., контрольна вибірка – з січня 2011 р. по грудень 2011 р., а тестова вибірка – з січня по грудень 2012 року. На підставі даних навчальної вибірки будуюмо модель, на під-

Таблиця 1. Характеристики моделі залежності обсягу роздрібного товарообороту від макроекономічних показників, авторська розробка

Тип трансформації часового ряду	Коефіцієнт множинної детермінації модифікований				Критерії оцінки стаціонарності (відносно вхідлення) для показаних на «обсяг роздрібного товарообороту»				
	на підставі даних навчальної вибірки	на підставі даних тестової вибірки	математичне сподівання	дисперсія	автоковаріація з лагом 1	автоковаріація з лагом 12	математичне сподівання	дисперсія	автоковаріація з лагом 12
Нетрансформовані	0,93 ²	-0,044	1,763	18,936	37,107	22229	2,125	1,689	217003
Модифікований темп росту	0,911	-0,548	0,32	9,413	0,108	0,062 ³	0,007 ¹	2,368	0,07
Темп росту	0,891	-0,997	0,237 ³	9,159	0,108 ³	0,037 ²	0,059 ³	2,179	0,065 ²
Логарифмування	0,929	0,685 ³	1,725	31,108	0,1 ²	0,149	2,0035	0,054 ²	0,09
Дегермінований тренд	0,933 ¹	0,694 ²	0,3	2,05 ¹	5,141	4672	0,327	1,386 ²	2422,6
Автокореляція	-0,047	-0,25	0,332	11,485	3961	1402	0,392	1,386 ³	1,499
Дегермінований тренд + автокореляція	0,861	0,79 ¹	0,167 ¹	4,029 ²	4030	1094	0,228	1,363 ¹	1905,8
Логарифмування + модифікований темп росту	0,553	0,437	0,235 ²	8,91 ³	0,013 ¹	0,006 ¹	0,023 ²	2,25	0,0055 ¹
Нормалізація	0,930 ³	-0,048	1,763	18,936	0,307	0,335	2,124	1,689	0,378

^{1, 2, 3} найкращі значення показників виокремлено індексами відповідно до зниження якості.

Таблиця 2. Характеристики моделі залежності ІСЦ від макроекономічних показників, авторська розробка

Тип трансформації часового ряду	Коефіцієнт множинної детермінації модифікований				Критерії оцінки стаціонарності (відносно вхідлення) для показаних «ІСЦ»				
	на підставі даних навчальної вибірки	на підставі даних тестової вибірки	математичне сподівання	дисперсія	автоковаріація з лагом 12	автоковаріація з лагом 1	математичне сподівання	дисперсія	автоковаріація з лагом 12
Нетрансформовані	0,93 ²	-0,044	1,763	18,936	37,107	22229	0,989	1,87	0,005
Модифікований темп росту	0,911	-0,548	0,32	9,413	0,108	0,062 ²	0,984	1,916	8,3Е-05 ²
Темп росту	0,891	-0,997	0,237 ³	9,159	0,108 ³	0,037 ²	0,022 ¹	1,595 ²	0,002
Логарифмування	0,929	0,685 ³	1,725	31,108	0,1 ²	0,149	0,99	1,848	5,1Е-05 ¹
Дегермінований тренд	0,933 ¹	0,694 ²	0,3	2,05 ¹	5,141	4672	0,229	2,447	0,167
Автокореляція	-0,047	-0,25	0,332	11,485	3961	1402	0,405	1,656 ³	0,148
Дегермінований тренд + автокореляція	0,861	0,79 ¹	0,167 ¹	4,029 ²	4030	1094	0,1299 ³	1,762	0,158
Логарифмування + модифікований темп росту	0,553	0,437	0,235 ²	8,91 ³	0,013 ¹	0,006 ¹	0,023 ²	1,583 ¹	0,0004 ³
Нормалізація	0,930 ³	-0,048	1,763	18,936	0,307	0,335	0,989	1,874	0,004

^{1, 2, 3} найкращі значення показників виокремлено індексами відповідно до зниження якості.

ставі даних контрольної вибірки – вибираємо модель, а підставі даних тестової вибірки – оцінюємо результат вибору.

Після проведення необхідних розрахунків отримано такі характеристики критеріїв вибору моделі залежності обсягу роздрібного товарообороту від макроекономічних показників (табл. 3) та моделі залежності ІСЦ від макроекономічних показників (табл. 4).

Таблиця 3. Критерії вибору моделі залежності обсягу роздрібного товарообороту від макроекономічних показників, авторська розробка

Тип трансформації часового ряду	Коефіцієнт множинної детермінації модифікований		
	на підставі даних навчальної вибірки	на підставі даних контрольної вибірки (критерій вибору)	на підставі даних тестової вибірки (критерій оцінки якості вибору)
Нетрансформовані	0,930157 ²	0,429036	-1,30544
Модифікований темп росту	0,910771	-0,68105	-1,32836
Темп росту	0,891148	-0,99991	-2,22433
Логарифування	0,928517	0,731038 ²	0,429795 ³
Детермінований тренд	0,932647 ¹	0,689923 ³	0,511358 ²
Автокореляція	-9,04669	-28,2742	-52,0951
Детермінований тренд + автокореляція	0,861395	0,770378 ¹	0,685689 ¹
Логарифування + модифікований темп росту	0,552986	0,361638	0,187551
Нормалізація	0,930153 ³	0,426164	-1,31395

^{1, 2, 3} найкращі значення показників виокремлено індексами відповідно до зниження якості.

Таблиця 4. Критерії вибору моделі залежності ІСЦ від макроекономічних показників, авторська розробка

Тип трансформації часового ряду	Коефіцієнт множинної детермінації модифікований		
	на підставі даних навчальної вибірки	на підставі даних контрольної вибірки (критерій вибору)	на підставі даних тестової вибірки (критерій оцінки якості вибору)
Нетрансформовані	0,495042 ³	-0,0424	-3,57984
Модифікований темп росту	0,500598 ¹	-0,3858	-6,64069
Темп росту	0,365112	-0,61355	-4,66868
Логарифування	0,4917061	-0,01846 ³	-0,82612 ³
Детермінований тренд	0,498824 ²	-0,16311	-1,48175
Автокореляція	-4234,0082	-8765,85	-105460
Детермінований тренд + автокореляція	0,4213969	0,341269 ¹	-0,35242 ²
Логарифування + модифікований темп росту	0,226063	0,227822 ²	0,256512 ¹
Нормалізація	0,4932230	-0,04106	-2,99623

^{1, 2, 3} найкращі значення показників виокремлено індексами відповідно до зниження якості.

Як видно із табл. 3 і 4, корелюється взаємозв'язок між критерієм вибору та критерієм оцінки якості вибору, що свідчить про ефективність застосування принципу зовнішнього доповнення.

Висновки. Отже, трансформація часових рядів з метою усунення нестаціонарності у значній кількості випадків покращує прогностні характеристики багатовимірних економетричних моделей. Застосування принципу зовнішньо-

го доповнення дає змогу вибрати адекватні економетричні моделі соціально-економічних процесів.

1. *Артеменко В.Б.* Моделювання і прогнозування економічних рядів динаміки: Навч. посібник. – Львів: Львівська комерційна академія, 2003. – 228 с.
2. *Бокс Дж., Дженкінс Г.* Анализ временных рядов. Прогноз и управление / Пер. с англ. А.Л. Левшина; Под ред. В.Ф. Писаренко. – М.: Мир. 1974. – Вып. 1. – 408 с.
3. *Демківський Є.О.* Інформаційні технології аналізу і прогнозування нестационарних процесів: Автореф. дис... канд. техн. наук: спец. 05.13.06 «Автоматиз. системи упр. та прогрес. інформ. технології». – К., 2007. – 16 с.
4. *Ивахненко А.Г.* Метод группового учета аргументов в задачах прогнозирования: Препринт 77-4. – К.: Институт кибернетики АН СССР, 1971. – 24 с.
5. *Канторович Г.Г.* Анализ временных рядов // Экономический журнал ВШЭ. – 2002. – №1. – С. 85–116.
6. *Канторович Г.Г.* Анализ временных рядов // Экономический журнал ВШЭ. – 2002. – №2. – С. 251–273.
7. *Канторович Г.Г.* Анализ временных рядов // Экономический журнал ВШЭ. – 2002. – №4. – С. 498–523.
8. *Назаренко О.М., Карпуша М.В.* Моделювання та прогнозування нестационарних часових рядів // Вісник національного технічного університету «Харківський політехнічний інститут»: Збірник наук. праць. – Тематичний випуск: Математичне моделювання в техніці та технологіях. – 2012. – №2. – С. 162–171.
9. *Наконечний С.І., Терещенко Т.О., Романюк Т.П.* Економетрія: Підручник. – Вид. 2-ге, допов. та перероб. – К.: КНУ, 2000. – 296 с.
10. *Панчишин С.* Макроекономіка: Навч. посібник. – Вид. 2-ге, стереотип. – К.: Либідь, 2002. – 616 с.
11. Статистичний бюлетень // Національний банк Україна // www.bank.gov.ua.

Стаття надійшла до редакції 24.07.2013.