Наталія М. Коркуна *(Львівський національний університет імені Івана Франка, Україна)*
Григорій Г. Цегелик *(Львівський національний університет імені Івана Франка, Україна)*

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ І МОДЕЛІ УДОСКОНАЛЕННЯ МЕХАНІЗМУ ПОДАТКОВОГО НАВАНТАЖЕННЯ*

У статті представлено математичні моделі для визначення оптимальної ставки оподаткування підприємств та запропоновано математичну модель розрахунку оптимальної сукупної ставки оподаткування суб'єктів господарської діяльності з урахуванням коефіцієнта тінізації.

Ключові слова: *податкове навантаження; зведений бюджет; тіньова економіка; математична модель.*
Форм. 45. Рис. 1. Літ. 16.

Наталия М. Коркуна *(Львовский национальный университет имени Ивана Франка, Украина)*
Григорий Г. Цегелик *(Львовский национальный университет имени Ивана Франка, Украина)*

ЭКОНОМИКО-МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ И МОДЕЛИ СОВЕРШЕНСТВОВАНИЯ МЕХАНИЗМА НАЛОГОВОЙ НАГРУЗКИ

В статье представлены математические модели для определения оптимальной ставки налогообложения предприятий и предложена математическая модель расчета оптимальной совокупной ставки налогообложения субъектов хозяйственной деятельности с учетом коэффициента тенизации.

Ключевые слова: *налоговая нагрузка; сводный бюджет; теневая экономика; математическая модель.*

Nataliia M. Korkuna *(Ivan Franko Lviv National University, Ukraine)*
Grygorii G. Tsehelyk *(Ivan Franko Lviv National University, Ukraine)*

ECONOMIC AND MATHEMATICAL METHODS AND MODELS FOR IMPROVEMENT OF TAX BURDEN MECHANISM

The article presents the mathematical models for determination of the optimal taxation rate for enterprises and offers a mathematical model for the calculations of the optimal total tax rate for business entities taking into account the ratio of shadowing.

Keywords: *tax burden; consolidated budget; shadow economy; mathematical model.*

Постановка проблеми. У формуванні стратегії економічного зростання кожної держави важлива роль відводиться податковій системі. Система оподаткування підприємств як інструмент державного регулювання економічних і соціальних процесів має відображати інтереси держави, підприємницьких структур та громадян.

* статтю підготовлено на основі доповіді на XII-му міжнародному науковому семінарі «Сучасні проблеми інформатики в управлінні, економіці, освіті та екології» (1–5 липня 2013 р., оз. Світязь – Київ).

© *Наталія М. Коркуна, Григорій Г.Цегелик, 2013*

У той же час практика свідчить про низький рівень ефективності вітчизняної моделі оподаткування підприємств, її неадекватність умовам функціонування ринкового господарства. Саме тому питання реформування оподаткування підприємств сьогодні знаходяться серед важливих фінансово-економічних проблем, від позитивного вирішення яких значною мірою залежить доля трансформаційних процесів в Україні. Потребує вдосконалення механізм функціонування як податкової системи в цілому, так і окремі її складові. Складність реформування системи оподаткування підприємств посилюється передусім тим, що воно відбувається в умовах дефіциту фінансових ресурсів.

Чинна податкова система характеризується високим і нерівномірним податковим навантаженням на доходи суб'єктів господарювання. Суттєві недоліки характерні для в методології визначення бази та розміру ставок оподаткування доходів підприємств, кількості податкових пільг [8; 9].

Зниження податкового навантаження на підприємницькі структури на початковому етапі об'єктивно призведе до зменшення податкових надходжень до бюджету, але потім почне діяти мультиплікатор їх зростання. Саме тому реформування податкової сфери обов'язково має супроводжуватись заходами щодо розширення бази оподаткування.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Суттєвий доробок у питання теорії й практики функціонування податків зробили українські і російські вчені: Є. Балацький [1], В. Вишневський [3], В. Короленко [5], Д. Малигін [7], В. Опарін [12], А. Скрипник [8], В. Федосов [12], В. Федосеев [15], О. Чередниченко [13].

Аналіз економічного розвитку різних країн підтверджує існування певного оптимального рівня податкового навантаження, ідея якого спочатку з'явилася в США у вигляді концепції кривої Лаффера, хоча в пізніших дослідженнях ця концепція використовувалась здебільшого як один з елементів узагальнених економіко-математичних моделей. Серед українських науковців проблему використання економіко-математичних методів і моделей розглядали П. Буряк [2], С. Лондар [6], Т. Михайлова [10], І. Чугунов [14], Г. Ястребова [16] та інші.

Невирішені раніше частини загальної проблеми. Питання оподаткування в умовах трансформації економіки України вимагають свого вирішення з урахуванням українських реалій. Так, чинні законодавчі акти з оподаткування прибутку значно ускладнили облік і звітність, що викликає справедливі нарікання платників податку. У працях зазначених вчених не повністю вирішені проблеми визначення рівня оподаткування, які б враховували особливості нашої економіки та значний рівень її тінізації. Невизначеними залишаються кількісні характеристики тіньового сектору української економіки, що й зумовлює необхідність вирішення цих проблем за допомогою економіко-математичних методів і моделей. Також на сьогодні ще не розроблені та не реалізовані ефективні методи зменшення рівня корумпованості в українському суспільстві. Це спонукає до розбудови теорії, концепції та підходів до моделювання процесів визначення податкового навантаження з урахуванням особливостей національного розвитку.

Метою дослідження є побудова математичних моделей для визначення оптимальної ставки оподаткування суб'єктів господарської діяльності та математичної моделі розрахунку оптимальної сукупної ставки оподаткування суб'єкта господарської діяльності з урахуванням коефіцієнта тінізації на основі модифікації кривої Лаффера.

Основні результати дослідження. Розглянемо математичну модель, яка пов'язує прибуток фірми з обсягом випуску продукції:

$$P = CN - (F + VN), \tag{1}$$

де P — прибуток фірми; C — ціна одиниці продукції; N — кількість одиниць продукції за певний період; F — постійні витрати фірми; V — змінні витрати на одиницю продукції. Тоді відрахування до бюджету від прибутку матиме вигляд:

$$D = xP, \tag{2}$$

де D — відрахування до бюджету від прибутку; x — податкова ставка $(0 \le x \le 1)$.

Для визначення податкової ставки x, за якої відрахування до бюджету буде максимальним, спочатку встановимо залежність між податковою ставкою x та обсягом випуску продукції N. Розглянемо окремо три випадки такої залежності:

1) лінійну $$N = \alpha(1-x),\ \alpha > 0; \tag{3}$$

2) степеневу $$N = \alpha(1-x)^{\beta},\ 0 < \beta < 1,\ \alpha > 0; \tag{4}$$

3) квадратичну $$N = \alpha(1-x^2),\ \alpha > 0. \tag{5}$$

Припустимо, що на основі результатів спостережень визначено невідомі параметри α та β, і моделі адекватно відображають реальну дійсність (кожна для певного виду продукції).

1. Нехай

$$N = \alpha(1-x),\ \alpha > 0. \tag{6}$$

Тоді відрахування в бюджет матиме вигляд:

$$D = xP = x(C\alpha(1-x) - (F + V\alpha(1-x))) = \alpha(C-V)x(1-x) - Fx. \tag{7}$$

Оскільки похідна від функції $D = D(x)$

$$D' = \alpha(C-V)(1-x-x) - F, \tag{8}$$

то $D' = 0$, якщо

$$x = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{F}{\alpha(C-V)}\right). \tag{9}$$

Знайдена точка є точкою максимуму функції $D = D(x)$, оскільки

$$D'' = -2\alpha(C-V) < 0. \tag{10}$$

Отже, за податкової ставки $x = \frac{1}{2}\left(1 - \frac{F}{\alpha(C-V)}\right)$ відрахування до бюджету буде максимальним.

2. Якщо

$$N = \alpha(1-x)^{\beta},\ 0 < \beta < 1,\ \alpha > 0, \tag{11}$$

то відрахування до бюджету можна виразити формулою:

$$D = \alpha(C-V)x(1-x)^{\beta} - Fx. \tag{12}$$

Оскільки похідна від функції $D = D(x)$

$$D' = \alpha(C-V)[(1-x)^{\beta} - \beta x(1-x)^{\beta-1}] - F, \tag{13}$$

то $D'=0$, якщо

$$(1-x)^{\beta}-\beta x(1-x)^{\beta-1}=\frac{F}{\alpha(C-V)}, \tag{14}$$

або

$$\beta x=1-x-\frac{F(1-x)^{1-\beta}}{\alpha(C-V)}. \tag{15}$$

Звідси одержуємо таке рівняння для визначення податкової ставки:

$$x=\frac{1}{\beta+1}(1-\frac{F(1-x)^{1-\beta}}{\alpha(C-V)}). \tag{16}$$

Покажемо, що одержане рівняння (16) має єдиний розв'язок, який міститься на проміжку (0,1). Для цього розглянемо праву частину рівняння (16):

$$y=\frac{1}{\beta+1}(1-\frac{F(1-x)^{1-\beta}}{\alpha(C-V)}). \tag{17}$$

Якщо $x=0$, то $y=\frac{1}{\beta+1}(1-\frac{F}{\alpha(C-V)})$. Якщо $x=1$, то $y=\frac{1}{\beta+1}$. Оскільки похідна

$$y'=\frac{1}{\beta+1}(\frac{(1-\beta)F}{\alpha(C-V)(1-x)^{\beta}})>0, \tag{18}$$

то функція y зростає на проміжку [0,1] від $\frac{1}{\beta+1}(1-\frac{F}{\alpha(C-V)})$ до $\frac{1}{\beta+1}$ при зростанні x від нуля до одиниці. Крім того, якщо $x\in(0,1)$ то друга похідна від функції y визначається за формулою:

$$y''=\frac{\beta(1-\beta)F}{(1+\beta)\alpha(C-V)(1-x)^{1+\beta}}>0. \tag{19}$$

Це означає, що функція у на проміжку [0, 1] є опуклою (рис. 1).

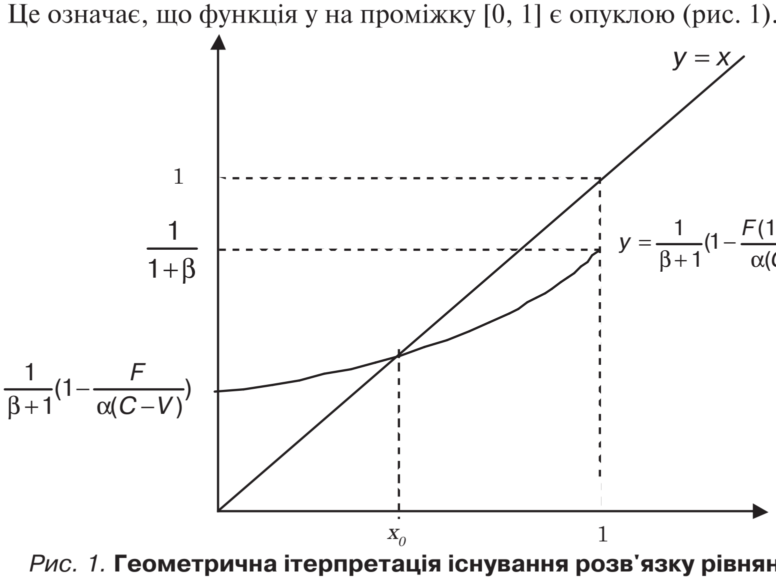

Рис. 1. **Геометрична ітерпретація існування розв'язку рівняння,** *авторська розробка*

Рівняння (1) має єдиний корінь x_0, який належить проміжку (0,1).

Оскільки на проміжку (0,1) друга похідна від функції $D = D(x)$

$$D'' = \alpha(C-V)(-\beta(1-x)^{\beta-1} - \beta(1-x)^{\beta-1} + \beta x(\beta-1)(1-x)^{\beta-2}) = \\ = -\alpha(C-V)(2\beta(1-x)^{\beta-1} + \beta x(1-\beta)(1-x)^{\beta-2}) < 0, \qquad (20)$$

то знайдена підозріла на екстремум точка x_0 є точкою максимуму функції $D = D(x)$.

Отже, якщо за податкову ставку обрати корінь рівняння (16), то відрахування до бюджету буде максимальним.

3. Нехай

$$N = \alpha(1-x^2),\ \alpha > 0. \qquad (21)$$

Тоді

$$D = xP = x(C\alpha(1-x^2) - (F + V\alpha(1-x^2))) = \\ = C\alpha x(1-x^2) - Fx - V\alpha x(1-x^2) = (C-V)\alpha x(1-x^2) - Fx. \qquad (22)$$

Знайдемо похідну від функції $D = D(x)$. Одержимо

$$D' = (C-V)\alpha(1-x^2-2x^2) - F = (C-V)\alpha(1-3x^2) - F. \qquad (23)$$

Звідси випливає, що $D' = 0$, якщо

$$3x^2 = 1 - \frac{F}{(C-V)\alpha}. \qquad (24)$$

Додатним коренем цього рівняння є точка

$$x_0 = \sqrt{\frac{1}{3}(1 - \frac{F}{(C-V)\alpha})}. \qquad (25)$$

Очевидно, $x_0 \in (0,1)$.

Оскільки для $x \in (0,1)$ друга похідна від функції $D = D(x)$

$$D'' = -6(C-V)\alpha x < 0, \qquad (26)$$

то точка x_0 є точкою максимуму функції $D = D(x)$.

Отже, за податкової ставки $x_0 = \sqrt{\frac{1}{3}(1 - \frac{F}{(C-V)\alpha})}$ надходження до бюджету буде найбільшим.

Однією з визнаних моделей, яка на якісному рівні дає змогу зрозуміти взаємозалежність між величиною встановленої сукупної податкової ставки (надалі — оптимальної ставки оподаткування) та обсягом податкових надходжень, є крива Лаффера. Суть її полягає в тому, що при поступовому збільшення податкової ставки від нуля сума податкових надходжень спочатку зростає, досягає максимуму, а при подальшому збільшенні податкової ставки — поступово зменшується [11].

Для визначення оптимальної ставки оподаткування нами розроблено математичну модель залежності величини відрахувань до бюджету від ставки оподаткування у вигляді:

$$D(x) = \lambda x^{\alpha}(1-x^2)^{\beta}, \qquad (27)$$

де $D(x)$ — надходження до бюджету від оподаткування; x $(0 \le x \le 1)$ — ставка оподаткування; λ, β, α ($\lambda > 0$, $\beta > 0$, $\alpha > 0$) — параметри, які задають вигляд кривої. В основу моделі (27) покладено залежність кількості підприємств N, які працюють за встановленою сукупною податковою ставкою x (далі – податкова ставка) у формі:

$$N = \lambda(1 - x^2), \tag{28}$$

а не як у моделі Лаффера $N = \lambda(1 - x)$. Варто зауважити, що залежність (28) є більш реальною.

Покажемо, що існує таке єдине значення $x = x_0 \in (0,1)$, за якого функція (27) досягає максимуму для будь-яких $\alpha > 0$, $\beta > 0$.

Оскільки

$$D'(x) = \lambda(\alpha x^{\alpha-1}(1 - x^2)^{\beta} + x^{\alpha}\beta(1 - x^2)^{\beta-1}(-2x)), \tag{29}$$

то для визначення точки підозрілої на екстремумі функції $D(x)$ одержуємо рівняння

$$x^{\alpha-1}(1 - x^2)^{\beta-1}(\alpha(1 - x^2) - 2\beta x^2) = 0, \tag{30}$$

або при $0 < x < 1$

$$\alpha(1 - x^2) - 2\beta x^2 = 0. \tag{31}$$

Звідси

$$x^2 = \frac{\alpha}{2\beta + \alpha}. \tag{32}$$

Отже, підозрілою на екстремум функції $D(x)$ є точка

$$x = x_0 = \left(\frac{\alpha}{2\beta + \alpha}\right)^{1/2}. \tag{33}$$

Очевидно, при $\alpha > 0$, $\beta > 0$ знайдена точка $x_0 \in (0,1)$.

Для того щоб встановити, чи точка $x = x_0$ є точкою максимуму функції $D(x)$, треба дослідити, як змінює знак похідна $D'(x)$ при переході через точку x_0.

Оскільки при $0 < x < 1$ виконується нерівність

$$x^{\alpha-1}(1 - x^2)^{\beta-1} > 0, \tag{34}$$

то досить перевірити, як змінюється знак виразу

$$\alpha(1 - x^2) - 2\beta x^2 \tag{35}$$

при переході через точку $x = x_0$.

При

$$x^2 = \frac{\alpha - 1}{2\beta + \alpha} < \frac{\alpha}{2\beta + \alpha} \tag{36}$$

одержуємо

$$\begin{aligned} \alpha(1 - x^2) - 2\beta x^2 &= \alpha\left(1 - \frac{\alpha - 1}{2\beta + \alpha}\right) - 2\beta\frac{\alpha - 1}{2\beta + \alpha} = \\ &= \frac{1}{2\beta + 1}((2\beta + 1)\alpha - (\alpha - 1) - 2\beta(\alpha - 1)) = 1 > 0. \end{aligned} \tag{37}$$

При

$$x^2 = \frac{\alpha + 1}{2\beta + \alpha} > \frac{\alpha}{2\beta + \alpha} \tag{38}$$

одержуємо

$$\alpha(1-x^2)-2\beta x^2=\alpha\left(1-\frac{\alpha+1}{2\beta+\alpha}\right)-2\beta\frac{\alpha+1}{2\beta+\alpha}= \\ =\frac{1}{2\beta+1}((2\beta-1)\alpha-2\beta(\alpha+1))=-1<0. \qquad (39)$$

Отже, похідна $D'(x)$ в точці $x = x_0$ змінює знак з «+» на «–», тому точка $x = x_0$ є точкою максимуму функції $D(x)$.

Для України характерна ситуація, коли підприємства змушені переходити (повністю або частково) у тіньовий сектор унаслідок непосильного податкового навантаження. В Україні, за даними Держкомстату, у 2010 р. кількість «нелегалів», які працювали у тіньовому секторі економіки, зросла на 179,3 тис. осіб [4].

Логічно припустити, що з подальшим збільшенням податкової ставки кількість підприємств у «тіні» буде зростати. В цьому випадку надходження до бюджету пропонується обчислювати за формулою:

$$D(x)=\lambda x^{\alpha}(1-Tx^2-x^2)^{\beta}, \qquad (40)$$

де T – відносна частка підприємств, які працюють в «тіні».

Оскільки:

$$D'(x)=\lambda(\alpha x^{\alpha-1}(1-Tx^2-x^2)^{\beta}+x^{\alpha}\beta(1-Tx^2-x^2)^{\beta-1}(-2Tx-2x)), \qquad (41)$$

то для визначення екстремуму функції $D(x)$ одержуємо рівняння

$$x^{\alpha-1}(1-Tx^2-x^2)^{\beta-1}(\alpha(1-Tx^2-x^2)-2x^2\beta(1+T))=0. \qquad (42)$$

Зробивши певні математичні перетворення, отримаємо

$$\alpha-\alpha x^2(1+T)-2x^2\beta(1+T)=0. \qquad (43)$$

Звідси

$$x^2=\frac{\alpha}{\alpha(1+T)+2\beta(1+T)}. \qquad (44)$$

Отже, підозрілою на екстремум функції $D(x)$ є точка

$$x=x_0=\sqrt{\frac{\alpha}{(1+T)(\alpha+2\beta)}}. \qquad (45)$$

Для того щоб встановити, чи точка $x = x_0$ є точкою максимуму функції $D(x)$, треба дослідити, як змінює знак похідна $D'(x)$ при переході через точку x_0. Оскільки похідна $D'(x)$ в точці $x = x_0$ змінює знак з «+» на «–», то точка $x = x_0$ є точкою максимуму функції $D(x)$.

Висновки. Математичне моделювання дає змогу заздалегідь передбачити хід подій і тенденції розвитку, властиві керованій системі, з'ясувати умови її існування й встановити режим діяльності з урахуванням впливу різних чинників, а також здійснити прогнозування на основі отриманих моделей. Завдання планування економічної діяльності та прогнозування її результатів є найскладнішим, що зумовлено нестаціонарністю економічних процесів, нестабільним станом сучасної економіки та багатьма іншими причинами.

У статті розв'язана задача визначення ставки оподаткування прибутку підприємства, за якої відрахування до бюджету буде максимальним у випадку різних залежностей між податковою ставкою і обсягом випуску продукції; побудовано математичну модель визначення оптимальної сукупної податкової ставки, за якої податкові надходження є максимальними на основі модифікації кривої Лаффера. Отримані результати будуть корисними керівним державним органам при виробленні податкової політики, яка б, з одного боку, сприяла збільшенню податкових надходжень держави, з іншого — не була б непосильним тягарем для господарських суб'єктів і не спонукала до переходу до тіньового сектору економіки.

1. *Балацький Є.О.* Оптимізаційні заходи при формуванні бюджетів різних рівнів 2010 року // Проблеми і перспективи розвитку банківської системи України: Збірник наук. праць. — Вип. 26. — Суми: УАБС НБУ, 2009. — С. 229—233.
2. *Буряк П., Лондар С.* Вплив зміни податкової ставки на доходи бюджету // Фінанси України.— 2002.— №1. — С. 41—44.
3. *Вишневский В., Пономаренко Н.* Налогообложение прибыли: поиски новых путей // Экономика Советской Украины.— 1990.— №9. — С. 21—30.
4. *Дружбляк Н.* Українці — у тіні // Високий замок.— 22—24.04.2011.— 22/№75(4455).
5. *Короленко В.В.* Вдосконалення організації оподаткування в системі державного регулювання розвитку національної економіки: Автореф. дис... канд. екон. наук: 08.00.0303 — економ. та управлін. нац. господар. / Харк. нац. ун-т ім. В.Н. Каразіна. — Х., 2009. — 20 с.
6. *Лондар С.Л.* Моделі прийняття рішень з проблем вдосконалення податкової політики в умовах ринкової трансформації економіки України: Монографія / Ред. проф. В. Юринець. — Львів: Львів. ун-т, 2001. — 224 с.
7. *Малыгин Д.Е.* Разработка и исследование макромоделей налогообложения: Монография. — Тамбов: Тамб. гос. техн. ун-т, 2009. — 88 с.
8. *Мельник П., Дудко В., Скрипник А.* Модель розрахунку оптимального рівня оподаткування для України // Науковий вісник: Збірник наук. праць УФЕІ.— 1998.— №2. — С. 23—31.
9. *Мельник П.В.* Розвиток податкової системи в перехідній економіці: Монографія. — Ірпінь: Академія державної податкової служби України, 2001. — 362 с
10. *Михайлова Т.Ф., Піскунова О.В., Заікін А.А.* Моделювання залежності зведеного бюджету України від агрегованої податкової ставки // // Вісник ДНУЗТ ім. академіка В. Лазаряна.— 2008.— №24 // www.nbuv.gov.ua.
11. *Сморгонский А.В.* Оптимизация налогов на прибыль предприятий // Экономика и математические методы.— 1992.— Т. 28, Вып. 2. — С. 316—318.
12. *Федосов В., Опарін В., Льовочкін С.* Фінансова реструктуризація в Україні: проблеми і напрями: Монографія / За наук. ред. В. Федосова. — К.: КНЕУ, 2002. — 387 с.
13. *Чередниченко О.М.* Непряме оподаткування в Україні на шляху інтеграції до Європейського Союзу: Автореф. дис... канд. екон. наук: спец. 08.04.01 / Київ. нац. ун-т ім. Т.Шевченка. — К., 2005. — 20 с.
14. *Чугунов І.Я., Лондар С.Л.* Фінансово-бюджетні відносини: аналіз тенденцій розвитку в умовах трансформації економіки: Монографія. — К.; Львів: Аліот, 2002. — 203 с.
15. Экономико-математические методы и прикладные модели / В.В. Федосеев, А.Н. Гармаш, Д.М. Дайитбегов та ін. — М.: ЮНИТИ, 2002. — 391 с.
16. *Ястребова Г.С.* Моделювання податкового навантаження підприємства в умовах трансформаційної економіки: Автореф. дис... канд. екон. наук: спец. 08.00.11 «Математичні методи, моделі та інформаційні технології в економіці» / Харк. нац. економ. унів. — Харків, 2009. — 22 с.

Стаття надійшла до редакції 1.08.2013.