Юрій П. Тадеєв

ОДНОСЕКТОРНА МОДЕЛЬ ЕКОНОМІЧНОГО ЗРОСТАННЯ З ТЕХНОЛОГІЧНИМ ПРОГРЕСОМ ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНИМ КАПІТАЛОМ

У статті запропоновано та досліджено нову модель економічного зростання, яка враховує капіталоінтенсивний технологічний прогрес та інтелектуальний капітал як адитивну частину трудового ресурсу. Доведено існування магістральної траєкторії та досліджено перехідну динаміку для виходу економіки з початкового стану на магістральну траєкторію.

Ключові слова: *модель економічного зростання, капіталоінтенсивний технологічний прогрес, інтелектуальний капітал, магістральна траєкторія, перехідна динаміка.*
Форм. 26. Літ. 11.

Юрий П. Тадеев

ОДНОСЕКТОРНАЯ МОДЕЛЬ ЭКОНОМИЧЕСКОГО РОСТА С ТЕХНОЛОГИЧЕСКИМ ПРОГРЕССОМ И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫМ КАПИТАЛОМ

В статье предложена и исследована новая модель экономического роста, которая учитывает капиталоинтенсивный технологический прогресс и интеллектуальный капитал как адитивную часть трудового ресурса. Доказано существование магистральной траектории и исследована переходная динамика для выхода экономики из начального состояния на магистральную траекторию.

Ключевые слова: *модель оптимального экономического роста, капиталоинтенсивный технологический прогресс, интеллектуальный капитал, магистральные траектории, переходная динамика.*

Yuriy P. Tadeyev[1]

THE ONE-SECTOR MODEL OF ECONOMIC GROWTH WITH TECHNOLOGICAL PROGRESS AND INTELLECTUAL CAPITAL

A new model of economic growth which relies on capital-intensive technological progress and intellectual capital as an additive component of labor resource is proposed and analyzed. The existence of a turnpike trajectory is validated. Transitional dynamics that characterises the economy shift from the initial phase to the turnpike trajectory is examined.

Keywords: *optimal economic growth model, capital-intensive technological progress, intellectual capital, turnpike trajectories, transitional dynamics.*

Постановка проблеми. Теорія динамічних макроекономічних виробничих функцій знайшла широке застосування при побудові та дослідження цілої низки актуальних задач економічного зростання [4].

Як відомо, макроекономічна виробнича функція $Y = F(K,L)$, де $K(t)$ – фізичний капітал; $L(t)$ – праця (людський капітал), називається неокласичною, якщо їй притаманні такі властивості:

1) стала ефективність при зміні масштабу виробництва: $F(\lambda K,\lambda L) = \lambda F(K,L)$ для всіх $\lambda > 0$;

2) додатня та зменшуюча віддача ресурсів: для всіх $K > 0$ та $L > 0$ буде $F(K,L) > 0$, $\dfrac{\partial F}{\partial K} > 0$, $\dfrac{\partial^2 F}{\partial K^2} < 0$; $\dfrac{\partial F}{\partial L} > 0$, $\dfrac{\partial^2 F}{\partial L^2} < 0$;

[1] Taras Shevchenko Kyiv National University, Ukraine.

3) умови К. Інади [9]: $\lim\limits_{K\to 0}\frac{\partial F}{\partial K}=\lim\limits_{L\to 0}\frac{\partial F}{\partial L}=\infty$; $\lim\limits_{K\to \infty}\frac{\partial F}{\partial K}=\lim\limits_{L\to \infty}\frac{\partial F}{\partial L}=0$;

4) істотність: $F(0,L) = F(K,0) = 0$.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. У сучасній економічній літературі багато уваги приділяється моделям оптимального керування, що враховують інвестиції як у фізичний, так і в людський капітал, зокрема в ту його частину, що називається інтелектуальним капіталом [1].

Важливим питанням у теорії виробничих функцій є включення у виробничу функцію технологічного прогресу. Найбільш поширеною є така класифікація врахування екзогенного технологічного прогресу:

1. Технологічна інновація є нейтральною за Дж. Хіксом [8], якщо $Y = T(t)F(K,L)$, де $T(t)$ – індекс стану технологій, $\dot{T}(t)\geq 0$.

2. Технологічна інновація є нейтральною за Р. Харродом [7], якщо $Y=F(K,L\cdot T(t))$ (це так званий праціеінтенсивний технологічний прогрес).

3. Технологічна інновація є нейтральною за Р. Солоу [10], якщо $Y=F(K\cdot T(t),L)$ (це так званий капіталоінтенсивний технологічний прогрес, причому $F(\cdot)$ – капіталоінтенсивна виробнича функція [1]).

Побудові та дослідженню як концептуальних, так і економіко-математичних моделей економічного зростання, що враховують інтелектуальний капітал і технологічний прогрес, присвячені наукові розробки вітчизняних і зарубіжних вчених: Д. Асемоглу [6], В. Гейця [5], Р. Лукаса [3], Р. Солоу [10], Х. Узави [11], Р. Харрода [7], Дж. Хікса [8] та інших.

Невирішені частини проблеми. У вищезгаданих працях закладено вагоме методологічне підґрунтя для побудови й дослідження моделей економічного зростання з технологічним прогресом та інтелектуальним капіталом. Слід зазначити, що у відомих моделях інтелектуальний капітал є множником до людського капіталу [1], проте задача врахування в моделях інтелектуального капіталу як адитивної частини людського ресурсу та впливу технологічного прогресу є недослідженою.

Метою дослідження є побудова та аналіз моделі економічного зростання, яка враховує капіталоінтенсивний технологічний прогрес та інтелектуальний капітал як адитивну частину трудового ресурсу.

Основні результати дослідження. Розглядається капіталоінтенсивна виробнича функція, у якій ресурсами є фізичний капітал із заданим екзогенним технологічним прогресом і людський капітал, що адитивно включає інтелектуальний капітал, який збільшує цей ресурс:

$$Y=F(KT(t),L+H(t)). \tag{1}$$

У моделі виробничої функції (1) $F(\cdot)$ – неокласична виробнича функція; K – фізичний капітал; $T(t)>0, \dot{T}(t)>0$ – екзогенний технологічний прогрес; $L + H(t)$ – людський капітал; L – праця; $H(t)$ – інтелектуальний капітал, що в даному випадку є ендогенним і вимірюється додатковими одиницями робочої сили. Такий підхід адитивного врахування інтелектуального капіталу є новим і не зустрічається в загальновідомих класичних працях [1].

Випуск продукції може використовуватись для споживання і для інвестування у фізичний та інтелектуальний капітали. Припускається, що обсяги фізичного та інтелектуального капіталів амортизуються й вибувають з темпами δ_K та δ_H відповідно.

Ресурсне обмеження економіки має вигляд:

$$Y = C + I_K + I_H, \tag{2}$$

де I_K та I_H – валове інвестування у фізичний та інтелектуальний капітали відповідно. Зміни у двох видах капіталів описуються диференціальними рівняннями:

$$\begin{aligned} \dot{K} &= I_K - \delta_K K,\ K(0) = K_0, \\ \dot{H} &= I_H - \delta_H H,\ H(0) = H_0. \end{aligned} \tag{3}$$

Праця L зростає з відомим сталим темпом:

$$L(t) = L_0 e^{nt},\ n > 0. \tag{4}$$

Індекс стану технології також зростає з відомим сталим темпом:

$$T(t) = e^{xt}, \quad x > 0. \tag{5}$$

Для виробничої функції (1) введемо поняття ефективного фізичного капіталу $\hat{K}$ та ефективного людського капіталу $\hat{L}$:

$$\hat{K} = KT, \quad \hat{L} = L + H. \tag{6}$$

Тоді виробнича функція (1) може бути записана у вигляді:

$$Y = F(\hat{K}, \hat{L}). \tag{7}$$

Будемо вважати, що для виробничої функції (7) виконуються всі умови неокласичної виробничої функції, зокрема й умови К. Інади [9], які в нашому випадку набудуть такого вигляду:

$$\lim_{K \to 0} \frac{\partial F}{\partial \hat{K}} = \lim_{\hat{L} \to 0} \frac{\partial F}{\partial \hat{L}} = \infty;\ \lim_{K \to \infty} \frac{\partial F}{\partial \hat{K}} = \lim_{\hat{L} \to \infty} \frac{\partial F}{\partial \hat{L}} = 0. \tag{8}$$

Вважаємо, що домогосподарства максимізують інтегральну функцію корисності:

$$U = \int_0^\infty u(C(t)) e^{-\rho t} dt,\ \rho > 0, \tag{9}$$

де

$$u(C) = \frac{C^{1-\theta} - 1}{1 - \theta}, \quad \theta > 0. \tag{10}$$

Функція корисності зі сталою міжчасовою еластичністю заміщення [1] обчислюється за формулою:

$$\sigma = -\frac{u'(C)}{u''(C)} = \frac{1}{\theta}. \tag{11}$$

Припускаємо, що числові параметри моделі такі (11), невласний інтеграл (9) є збіжним.

Дану задачу оптимального керування розв'язуватимемо, використовуючи принцип максимуму Понтрягіна [2]. Для цього побудуємо гамільтоніан:

$$J = u(C) e^{-\rho t} + \mu(I_K - \delta_K K) + \nu(I_H - \delta_H H) + \omega\left(F(\hat{K}, \hat{L}) - C - I_K - I_H\right) \tag{12}$$

де μ та ν – тіньові ціни, пов'язані з K та H відповідно; ω – множник Лагранжа, пов'язаний з рівнянням (2). Слід зауважити, що обмеження невід'ємності валових інвестицій $I_K \geq 0,\ I_H \geq 0$ поки що не враховується.

Необхідні умови оптимальності (умови першого порядку) мають вигляд:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial J}{\partial C}=0 \quad \Rightarrow \quad u'(C)e^{-\rho t}=\omega; \\ &\frac{\partial J}{\partial I_K}=0 \quad \Rightarrow \quad \mu=\omega; \\ &\frac{\partial J}{\partial I_H}=0 \quad \Rightarrow \quad \nu=\omega; \\ &\dot{\mu}=-\frac{\partial J}{\partial K} \quad \Rightarrow \quad \dot{\mu}=\mu\delta_K-\omega\frac{\partial F}{\partial \hat{K}}T; \\ &\dot{\nu}=-\frac{\partial J}{\partial H} \quad \Rightarrow \quad \dot{\nu}=\nu\delta_H-\omega\frac{\partial F}{\partial \hat{L}}. \end{aligned} \tag{13}$$

Із (13) отримуємо $\mu = \nu = \omega$, звідки випливає, що

$$\frac{\partial F}{\partial \hat{K}}T-\frac{\partial F}{\partial \hat{L}}=\delta_K-\delta_H. \tag{14}$$

Із співвідношення (10) та виразу для змінної ω одержуємо:

$$\frac{\dot{\omega}}{\omega}=-\theta\frac{\dot{c}}{c}-\rho. \tag{15}$$

Співвідношення для темпу приросту споживання виражається формулою:

$$\frac{\dot{C}}{C}=\frac{1}{\theta}\left(-\frac{\dot{\omega}}{\omega}-\rho\right)=\frac{1}{\theta}\left(\frac{\partial F}{\partial \hat{K}}T-\delta_K-\rho\right)=\frac{1}{\theta}\left(\frac{\partial F}{\partial \hat{L}}-\delta_H-\rho\right). \tag{16}$$

Введемо допоміжну змінну:

$$z:=\frac{\hat{L}}{\hat{K}}=\frac{L+H}{KT} \tag{17}$$

і розглянемо співвідношення (14) як рівняння відносно змінної z.

З лінійної однорідності виробничої функції $F(\hat{K},\hat{L})$ випливає, що величини $\frac{\partial F}{\partial \hat{K}}$ та $\frac{\partial F}{\partial \hat{L}}$ є однорідними функціями степеня 0, тобто можна записати $\frac{\partial F}{\partial \hat{K}}=\phi(z)>0,\ \frac{\partial F}{\partial \hat{L}}=\psi(z).$

Разом з тим

$$\begin{aligned} &\frac{\partial^2 F}{\partial \hat{K}^2}=\phi'(z)\left(-\frac{\hat{L}}{\hat{K}^2}\right)<0 \quad \Rightarrow \quad \phi'(z)>0; \\ &\frac{\partial^2 F}{\partial \hat{L}^2}=\psi'(z)\frac{1}{\hat{K}}<0 \qquad \Rightarrow \quad \psi'(z)<0. \end{aligned} \tag{18}$$

Використовуючи умови К. Інади [9] (8), одержуємо:

$$\begin{aligned} &\lim_{z\to 0}\phi(z)=\lim_{\hat{K}\to\infty}\frac{\partial F}{\partial \hat{K}}=0,\ \lim_{z\to 0}\psi(z)=\lim_{\hat{L}\to 0}\frac{\partial F}{\partial \hat{L}}=\infty; \\ &\lim_{z\to\infty}\phi(z)=\lim_{\hat{K}\to 0}\frac{\partial F}{\partial \hat{K}}=\infty,\ \lim_{z\to\infty}\psi(z)=\lim_{\hat{L}\to\infty}\frac{\partial F}{\partial \hat{L}}=0. \end{aligned} \tag{19}$$

Перепишемо рівняння (14) у вигляді

$$\phi(z)e^{xt}-\psi(z)=\delta_K-\delta_L. \tag{20}$$

У рівнянні (20) зліва маємо монотонно зростаючу функцію, яка при зростанні аргументу z на інтервалі $(0,\infty)$ буде зростати від $-\infty$ до ∞. У такому випадку очевидно, що рівняння (20) має єдиний додатний розв'язок $z^* > 0$.

Рівність $z = z^*$ умовою рівності чистого граничного продукту фізичного капіталу та чистого граничного продукту інтелектуального капіталу:

$$\frac{\partial F^*}{\partial K} - \delta_K = \frac{\partial F^*}{\partial H} - \delta_H. \tag{21}$$

З цього випливає, що при $z = z^*$ чиста норма дохідності фізичного та інтелектуального капіталів рівні:

$$r^* = \frac{\partial F^*}{\partial K} - \delta_K = \frac{\partial F^*}{\partial H} - \delta_H. \tag{22}$$

Для того, щоб показати, як наша модель відповідає загальноприйнятій класифікації моделей [1], підставимо вираз $\frac{L+H}{KT} = z^*(t)$ у виробничу функцію (1) та одержимо:

$$Y = T(t)F(1, z^*(t))K = A(t)K. \tag{23}$$

Запропонована модель у кінцевому випадку еквівалентна класичній AK-моделі з нейтральним за Дж. Хіксом [8] технологічним прогресом [1], в якій відсутнє чітке розділення капіталів, тому для подальшого аналізу нашої можна застосувати методи аналізу АК-моделі.

Розглянемо питання врахування в розглянутій моделі (1)—(11) додаткового обмеження невід'ємності валових інвестицій I_K та I_H. Припустимо, що економіка стартує з двома обсягами капіталів $K(0)$ та $H(0)$. Якщо відношення $\frac{L(0)+H(0)}{K(0)T(0)}$ відхиляється від значення z*(0), знайденого з рівняння (20), то оптимальний розв'язок диктує необхідність дискретного стрибка в цих двох обсягах так, щоб миттєво було досягнуто значення $z^*(0)$. Це дає змогу припустити, що інвестиції миттєво стають взаємозамінними, що неможливо Інвестори можуть обирати, куди інвестувати: в інтелектуальний капітал чи у фізичний. Але якщо рішення реалізоване, то воно незворотне. Математично ці умови незворотності набувають вигляду обмежень-нерівностей $I_K \geq 0$ та $I_H \geq 0$.

Якщо $\frac{L(0)+H(0)}{K(0)T(0)} < z^*(0)$, тобто коли H на початку часу є малим відносно K, то оптимальний розв'язок диктує збільшення H і зменшення K в нульовий момент часу. Бажання зменшити K на дискретну величину призводить до того, що нерівність $I_K \geq 0$ є зв'язуючою в початковий момент часу. Тоді домогосподарство обирає $I_K = 0$, темп приросту K задається рівнянням $\frac{\dot{K}}{K} = -\delta_K$так, що траєкторія К визначається співвідношенням

$$K(t) = K(0)e^{-\delta_K t},\ t \geq 0. \tag{24}$$

Ключовим моментом у даному випадку є те, що $\frac{L+H}{KT}$ при $x < \delta_K$ зростає і досягає оптимального значення $z^*(t)$ за скінченний час, що є досить реалістичним. У цій точці граничні продукти людського й фізичного капіталів стають рівними. І обмеження невід'ємності валового інвестування у фізичний капітал перестає бути зв'язуючим.

Якщо $I_K = 0$, то оптимізаційна задача домогосподарства може бути записана у вигляді спрощеного гамільтоніану:

$$J = u(C)e^{-\rho t} + \nu(I_H - \delta_H H) + \omega\left(F\left(\hat{K}, \hat{L}\right) - C - I_H\right). \quad (25)$$

Дана модель еквівалентна стандартній неокласичній моделі зростання, в якій домогосподарства обирають між споживанням та інвестуванням в один вид капіталу H за наявності екзогенного технологічного прогресу.

Таким чином, $\frac{L+H}{KT}$ монотонно зростає з часом, частково у зв'язку із зниженням K (з від'ємним темпом $-\delta_K$), а частково у зв'язку із зростанням $\hat{L}$.

Аналогічні результати отримуються і у випадку, коли економіка починає розвиватись в умовах відносного надлишку людського капіталу:

$$\frac{L(0) + H(0)}{K(0)} > z^*(0). \quad (26)$$

Висновки. Отже, побудована нова модель економічного зростання враховує капіталоінтенсивний технологічний прогрес та інтелектуальний капітал як адитивну частину трудового ресурсу. Крім того, доведено існування динамічної магістральної траєкторії й проаналізовано перехідну динаміку для виходу економіки з початкового стану на магістральну траєкторію.

1. *Барро Р.Дж., Сала-и-Мартин Х.* Экономический рост / Пер. с англ. — М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2010. — 824 с.
2. *Григорків В.С.* Оптимальне керування в економіці: Навч. посібник. — Чернівці: Чернівецький нац. ун-т, 2011. — 200 с.
3. *Лукас Р.Э.* Лекции по экономическому росту / Пер. с англ. — М.: Институт Гайдара, 2013. — 288 с.
4. *Пономаренко О.І., Перестюк М.О., Бурим В.М.* Сучасний економічний аналіз: Навч. посібник у 2 ч. — К.: Вища школа, 2004. — Ч. 2. Макроекономіка. — 207 с.
5. Трансформація моделі економіки України: ідеологія, протиріччя, перспективи / В.М. Геєць, Б.Є. Кваснюк, М.І. Звєряков, А.А. Гриценко, С.І. Киреєв, Л.Ю. Возна, А.К. Покритан, П.С. Єщенко, В.І. Голіков, А.В. Мар'єнко; Ред.: В.М. Геєць. — К.: Логос, 1999. — 497 с.
6. *Acemoglu, D.* (2009). Introduction to Modern Economic Growth. Princeton and Oxford: Princeton University Press. 990 p.
7. *Harrod, R.F.* (1942). Toward a Dynamic Economics: Some Recent Developments of Economic Theory and their Application to Policy. London: Macmillan. 168 p.
8. *Hicks, J.* (1932). The Theory of Wages. London: Macmillan. 247 p.
9. *Inada, K.* (1963). On a Two-Sector Model of Economic Growth: Comments and a Generalization. Review of Economic Studies, 30(2): 119—127.
10. *Solow, R.* (1969). Investment and Technical Change. In: Kenneth J. Arrow et al. (eds.). Mathematical Methods in the Social Sciences. Palo Alto, CA: Stanford University Press.
11. *Uzawa, H.* (1965). Optimal Technical Change in an Aggregative Model of Economic Growth. International Economic Review, 6: 18—31.

Стаття надійшла до редакції 3.04.2013.