Геннадій Г. Швачич, Олександр В. Соболенко, Максим О. Ткач

РОЗПОДІЛЕНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВІЗУАЛІЗАЦІЇ ВЕКТОРІВ РОЗВ'ЯЗКІВ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ НА ОСНОВІ СХЕМ ПІДВИЩЕНОГО ПОРЯДКУ ТОЧНОСТІ

У статті розглянуто розподілене моделювання візуалізації векторів розв'язків прикладних задач на основі схем підвищеного порядку точності. Більш високе прискорення обчислень порівняно з кінцево-різницевим підходом проілюстровано використанням аналітичних розв'язків, які дозволяють проводити обчислення одночасно та паралельно за всіма часовими шарами. Показано, що найбільш перспективним підходом до математичного моделювання прикладних задач варто вважати той, що ґрунтується на чисельно-аналітичних розв'язках.

Ключові слова: *багатопроцесорна обчислювальна система; візуалізація; розподілене моделювання.*

Форм. 11. Рис. 1. Літ. 16.

Геннадий Г. Швачич, Александр В. Соболенко, Максим О. Ткач

РАСПРЕДЕЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВИЗУАЛИЗАЦИИ ВЕКТОРОВ РЕШЕНИЙ ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧ НА ОСНОВЕ СХЕМ ПОВЫШЕННОГО ПОРЯДКА ТОЧНОСТИ

В статье рассмотрено распределенное моделирование визуализации векторов решений прикладных задач на основе схем повышенного порядка точности. Более высокое ускорение вычислений по сравнению с конечно-разностным подходом проиллюстрировано использованием аналитических решений, которые позволяют проводить вычисление одновременно и параллельно по всем временным слоям. Показано, что наиболее перспективным подходом к математическому моделированию прикладных задач следует считать тот, который основывается на численно-аналитических решениях.

Ключевые слова: *многопроцессорная вычислительная система; визуализация; распределенное моделирование.*

Gennady G. Shvachych[1], Olexandr V. Sobolenko[2], Maxym O. Tkach[3]

DISTRIBUTED MODELLING OF VECTORS' VISUALIZATION FOR APPLIED TASKS' SOLUTIONS ON THE BASIS OF SCHEMES WITH INCREASED ORDER OF ACCURACY

The article is dedicated to the distributed modelling of vectors visualization for applied tasks' solutions on the basis of schemes with increased order of accuracy. Higher acceleration of computations as compared with the finite-difference approach is illustrated by the use of analytical solutions that allow simultaneous and parallel computation for all temporary layers. It is shown that the most perspective approach to mathematical modelling of applied tasks should be considered the one based on numerical and analytical decisions.

Keywords: *multiprocessor computer system; visualization; distributed modelling.*

Постановка проблеми. При економіко-математичному моделюванні часто виникає ситуація, коли економічна система, що досліджується, має надзвичайно складну структуру. Дійсно, дослідник досить часто має справу з багатовимірністю опису. До таких задач відносяться, наприклад, задачі сегментації

[1] National Metallurgical Academy of Ukraine, Dnipro, Ukraine.
[2] National Metallurgical Academy of Ukraine, Dnipro, Ukraine.
[3] National Metallurgical Academy of Ukraine, Dnipro, Ukraine.

ринку, прогнозування кон'юнктури ринку, вивчення і прогнозування економічної депресії, аналізу і прогнозування соціально-економічних явищ тощо. Крім того, відмітимо, що багатовимірні моделі є незамінними для дослідників в галузях маркетингу та менеджменту.

Наведений клас задач є надзвичайно важливим для розвитку економіки в цілому, у зв'язку з цим розробка ефективних методів рішення подібних задач і реалізація їх у вигляді пакетів прикладних програм представляється актуальною науковою і практичною проблемою. Крім того, важливою особливістю рішення приведеного типу задач є їх висока обчислювальна складність.

Відмітимо окремий клас задач економіки, який описується диференціальними рівняннями в частинних похідних. Перш за все, це задачі математичного моделювання грошових і матеріальних накопичень, а також задачі математичного моделювання динаміки вартості цінних паперів. Такі моделі описуються диференціальними рівняннями в частинних похідних параболічного типу [5].

Ефективне дослідження наведених задач може здійснюватися, з одного боку, лише на основі застосування багатопроцесорних обчислювальних систем. Нині істотний інтерес зріс саме до побудови багатопроцесорних паралельних обчислювальних систем (кластерів), побудованих на основі стандартних загальнодоступних технологій і компонентів. Можна відмітити, що використання систем, побудованих на базі стандартних технологій, стає більш актуальним завданням. Причому залежно від типу задач і бюджету проекту можливі досить різноманітні варіанти їх конфігурації.

З іншого боку, значне прискорення обчислень вказаних задач за рахунок застосування кінцево-різницевих схем досягається шляхом ефекту розпаралелювання. Проте на окрему увагу заслуговують чисельно-аналітичні алгоритми розв'язування прикладних задач. Більш високе прискорення обчислень порівняно з кінцево-різницевим підходом можна досягти використанням аналітичних розв'язків, які дозволяють проводити обчислення одночасно та паралельно за всіма часовими шарами та не використовують при цьому комбінованої пам'яті. Отже, найбільш перспективним підходом до математичного моделювання вказаного класу прикладних задач економіки доцільно вважати той, що ґрунтується на чисельно-аналітичних розв'язках.

Крім того, окрему складність досліджень вказаного типу задач викликає проблема візуалізації їх розв'язків. Ефективним засобом під час опрацювання таких задач вважають застосування технологій паралельних обчислень на розподілених системах кластерного типу, що мають порівняно невелику вартість і досить легко масштабуються, як за кількістю процесорів, так і за обсягом оперативної пам'яті [3; 14]. Отже, розподілене моделювання візуалізації векторів розв'язків прикладних задач на основі схем підвищеного порядку точності є задачею важливою та актуальною.

Аналіз останніх досліджень і публікацій. Процеси моделювання грошових і матеріальних накопичень, динаміки вартості цінних паперів слід розглядати як великі системи [8], причому аналогічного плану системи мають важливе значення і в технічних дослідженнях [9–11]. Відзначимо, що на сьогодні розв'язування складних, великих за обсягом задач вимагає потужних комп'ютерів і характеризується словом «паралельний», тобто існують паралельні комп'ютери, обчислювальні системи, паралельні обчислювальні методи тощо [4; 6; 7]. У широкий вжиток цей термін увійшов майже одразу після появи перших комп'ютерів, а точніше — після усвідомлення того факту, що створені комп'ютери не в змозі розв'язати протягом оптимального терміну багато актуальних для практики задач. Появу в обчислювальних системах нових і коштовних засобів комунікації, більш досконалої елементної бази стимулював розвиток високопродуктивних обчислень на базі багатопроцесорних обчислювальних систем [2; 7].

Крім того, відзначимо, що клас задач, який розглядається в даній роботі, як правило, описується диференціальними рівняннями в частинних похідних та розв'язується на основі застосування апарату різницевих схем, суть якого полягає в тому, що здійснюється заміна похідних різницевими співвідношеннями. При цьому, з точки зору чисельного алгоритму розв'язок різницевих рівнянь розподіляється на явні та неявні схеми [12]. В явній схемі значення шуканої функції визначаються послідовно, шар за шаром. Проте, незважаючи на очевидну простоту та зручність обчислень, така схема має один істотний недолік. Якщо розміри сітки $l > h$, то похибки округлення можуть стати настільки великими, що отриманий розв'язок втрачає сенс. Відомо, що для застосування явної схеми повинна виконуватися умова: $l / h^2 \leq 0{,}5$. Але справедливим виявляється таке емпіричне правило: якщо зменшувати величини l і h, то похибка апроксимації частинних похідних кінцево-різницевими похідними теж зменшуватиметься. Проте, чим дрібнішою буде сітка, тим ще більше обчислень необхідно зробити, а це означає, що тим більшими будуть похибки округлення. Неявні схеми дозволяють вести обчислення з великим кроком без істотного погіршення точності, але такий підхід вимагає більшого обсягу обчислень.

Розглянутий аналіз показує, що методи розв'язку даного класу задач мають бути не тільки різноманітними, але й поєднувати кількісні оцінки з можливостями якісного аналізу. На сьогодні намітилися певні тенденції в розробці чисельно-аналітичних методів із складною логічною структурою, але вони мають, порівняно з кусково-різницевими методами, вищий порядок точності й можливість побудови алгоритмів з адаптацією за порядками апроксимації [13; 15]. З погляду обчислення цей підхід відрізняється деякою громіздкістю, але він стає своєрідним еталоном для порівняння з іншими практичними методами. Разом з тим, зважаючи на те, що обчислювальний експеримент здійснюється на багатопроцесорній системі, можна стверджувати, що обставина, яка стримувала розвиток числово-аналітичного підходу, тепер втрачає свою актуальність. У зв'язку з цим, для візуалізації векторів розв'язків прикладних задач у даній роботі набула подальшого розвитку ідея розробки схем підвищеного порядку точності на основі чисельно-аналітичного підходу до обчислень широкого класу досліджуваних задач.

Невирішені частини проблеми. Чисельний розв'язок типової задачі моделювання грошових і матеріальних накопичень, динаміки вартості цінних паперів, особливо багатомірної та нестаціонарної, породжує величезну кількість даних. Тому великого значення набувають питання систематизації та інтерпретації цієї інформації. Наприклад, побудова графіків або ізоліній є досить поширеним способом подання інформації. Разом з тим, сервісні пакети, які використовуються, базуються на обробці масивів даних, впорядкованих відносно вузлів сіткової області. Як правило, вони не застосовують апріорну інформацію про методи побудови. Це можна пояснити хіба лише тим, що в практиці використання методів кінцево-різницевої апроксимизації склалася стійка думка про невизначеність зміни шуканої функції в інтервалах між вузловими точками сіткової області.

На думку авторів [8; 16] прості ідеї, які лежать в основі примітивної заміни похідних кінцевими різницями, без аналізу та врахування специфічних властивостей розв'язків конкретного класу задач не можуть бути успішними. Під час опрацювання обчислювального алгоритму необхідно використовувати апріорну інформацію про задачу, в першу чергу, про її належність до того чи іншого класу гладкості функцій. Зазначений підхід став базовим для розподіленого моделювання векторів розв'язків прикладних задач. Його важливість в даній роботі ілюструється на прикладі початково-крайової задачі.

Мета дослідження полягає в розробці чисельного розв'язку задач економіки, які описуються диференціальними рівняннями в частинних похідних та розв'язуються на основі застосування багатопроцесорних систем. Окрему увагу необхідно приділити чисельно-аналітичним алгоритмам розв'язування поставлених задач. Більш високе прискорення обчислень порівняно з кінцево-різницевим підходом можна виконати за рахунок застосування аналітичних розв'язків, які дозволяють проводити обчислення одночасно та паралельно за всіма часовими шарами, без використовування комбінованої пам'яті. Для проведення обчислювальних експериментів на основі застосування багатопроцесорної обчислювальної системи пропонуємо пакет прикладних програм (ППП), що реалізує розв'язок вказаного типу задач методом математичного моделювання. ППП розроблено з урахуванням вимог об'єктно-орієнтованого програмування. При цьому розв'язок коефіцієнтних задач економіки зводиться до задач оптимального керування, алгоритми обчислювання яких закладено в пакет. Також ППП повинен включати блок візуалізації даних.

Основні результати дослідження. Розглядається розв'язок крайової задачі, при цьому необхідно знайти функцію, яка описується рівнянням вигляду:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \qquad (1)$$

при цьому

$$u(0,x) = 0,\ u(t,0) = 1,\ u(t,2) = 1. \qquad (2)$$

Побудуємо рівномірну сітку, крок якої відповідно:

$$Dx1 = 0{,}01;\ Dt1 = 0{,}001. \qquad (3)$$

Нехай послідовний алгоритм реалізується за неявною схемою методом прогонки. Тоді після дискретизації рівняння (1) отримуємо СЛАР вигляду:

$$U_{p,1} - U0_{p,1} = \left(\frac{Dt1}{Dx1^2}\right)\left[U_{p+1,1} + U_{p-1,1} - 2U_{p,1}\right], \qquad (4)$$

при цьому номери внутрішніх сіткових вузлів відповідають виразу: $p=\overline{1,2m-1}$; шукані сіткові функції – $U_{0,1}=1$, $U_{2m,1}=1$, $U_{p,1}$; значення величин $U0_{p,1}$ беруться з попереднього часового шару.

Система лінійних алгебраїчних рівнянь (4) має тридіагональну структуру, а саме:

$$C_p U_{p+1,1} - U_{p,1} + D_p U_{p-1,1} = f_p, \tag{5}$$

при цьому

$$\left.\begin{aligned} C_p = B_p &= \frac{Dt1/Dx1^2}{\left(1+Dt1/Dx1^2\right)}, \\ f_p &= \frac{-U0_{p,1}}{\left(1+Dt1/Dx1^2\right)}, \quad \text{якщо } p=\overline{1,2m-1} \end{aligned}\right\}. \tag{6}$$

Досить простий та зручний послідовний спосіб розв'язку різницевої крайової задачі (4)–(6) являє собою один із варіантів методу виключення невідомих за схемою Гауса й має назву методу прогонки. Мале число арифметичних операцій, а також досить слабка чутливість до обчислювальних похибок роблять прогонку дуже зручним засобом для реалізації послідовних обчислювальних алгоритмів.

Наведемо деякі аспекти обчислювального характеру при комп'ютерному моделюванні. При розв'язуванні нестаціонарних задач за допомогою неявних (або явних) методів розрахунки завжди ведуться за часовими шарами послідовно. Якщо вся інформація про сусідній шар вміщається в оперативну пам'ять, особливих ускладнень не виникає. Але, якщо задача є настільки великою, що не відповідає викладеній раніше умові, доводиться користуватися комбінованою пам'яттю. Час перенесення інформації з повільної пам'яті в оперативну є пропорційним числу точок у шарі. Час знаходження розв'язку задачі на черговому шарі також є пропорційний числу точок у шарі. Але період виконання однієї операції значно менший від середнього значення часу пересилання одиниці інформації з повільної пам'яті в оперативну. Тому при подібному обчисленні велика частина часу буде відводитися на організацію пересилань, тобто витрачатись непродуктивно. Отже, виникає питання: чи можна якимось чином підвищити ефективність використання комп'ютерної пам'яті при розв'язуванні зазначеного класу задач? А якщо є така можливість, то як саме? Відповіді на ці запитання можна отримати при більш детальному вивченні графа алгоритму розв'язку поставленої задачі. По-перше, очевидно, що таку проблему можна вирішити за рахунок паралельного процесора. По-друге, особливості розпаралелювання задачі повинні бути такими, щоб час відповідних обчислень і обробки даних в оперативній пам'яті були б більшими за час, який відводиться на пересилання даних. Для того, щоб позбутися використання комбінованої пам'яті при розв'язуванні задачі (1), необхідно застосувати до такого рівняння або числово-аналітичний підхід, або один із методів математичної фізики, наприклад, інтегральне перетворення Лапласа за часом.

Чисельно-аналітичний підхід. У кожному вузлі ($x = xp$) сіткової області розв'язок заданого рівняння шукається в класі аналітичних функцій, які допускають його подання у вигляді ряду Тейлора, тобто

$$u_{p+\varepsilon_{x,1}}(t,x)=\sum_{n=0}^{\infty}\varepsilon_x^n u_{p,n+1}(t), \tag{7}$$

при цьому нормована змінна

$$\varepsilon_x=\frac{x-x_p}{x_{p+1}-x_p}\in[-1,1]; \tag{8}$$

невідомі тейлорівські компоненти шуканої функції u визначаються таким чином:

$$u_{p,n+1}(t)=\frac{(x_{p+1}-x_p)^n}{n!}\frac{\partial^n u}{\partial x^n}\Big|_{x=x_p}. \tag{9}$$

Після підстановки ряду (9) у співвідношення (7), використовуючи метод невизначених коефіцієнтів, одержимо систему диференціальних наслідків у формі системи звичайних диференціальних рівнянь (СЗДР). Розглядаючи отримане співвідношення як рекурентне за величиною n, можемо записати відповідні наслідки. Тоді загальний розв'язок рівняння (1) набуває вигляду:

$$\begin{aligned}u_{p+\varepsilon_{x,1}}(x,t)=&\left\{u_{p,1}(t)+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\varepsilon_x^{2n}}{(2n)!}\left(\frac{Dx1^2}{a}\right)^n\frac{\partial^n u_{p,1}(t)}{\partial t^n}\right\}-\\&-\frac{\varepsilon_x}{\lambda}\times\left\{u_{p,2}(t)+\sum_{n=0}^{\infty}\frac{\varepsilon_x^{2n}}{(2n+1)!}\left(\frac{Dx1^2}{a}\right)^n\frac{\partial^n u_{p,2}}{\partial t^n}\right\}.\end{aligned} \tag{10}$$

Необхідно відзначити, що обчислювальна система може використовуватися і для збільшення обсягу доступної оперативної пам'яті. Так, із збільшенням в N разів числа процесорів, у стільки ж збільшується й обсяг доступної оперативної пам'яті. Ця обставина стає вельми суттєвою під час розв'язку багатовимірних задач, коли виникають проблеми з пам'яттю обчислювального середовища (свопінг тощо). Тому для більш повного аналізу ефективності розробленої багатопроцесорної системи було проведено обчислювальні експерименти при моделюванні багатовимірних задач.

Розглянемо особливість конструювання схем розщеплення для розподіленого моделювання прикладних задач економіки. Для того, щоб з'явилася можливість переходу до суттєво більш складних алгоритмів, необхідно розроблену методологію поставити на фундаментальну теоретичну основу. Для цього можна використати різницеві схеми розщеплення як один із найбільш важливих засобів моделювання багатовимірних нестаціонарних задач математичної фізики. Різницеві схеми розщеплення – це один з важливих засобів розрахунку багатовимірних нестаціонарних задач математичної фізики. Річ у тім, що різницеві схеми, в яких число арифметичних дій, потрібних для переходу між часовими шарами, пропорційне числу невідомих значень шуканих функцій, прийнято називати *економічними*. Відомо, що обчислення за явними схемами дуже прості. Якість арифметичних дій у них не підлягає удосконаленню. Проте, будучи економічною, явна схема є стійкою тільки при жорсткому її обмеженні на крок сітки у часі. Різницеві схеми розщеплення на основі сукупності пропозицій, не зовсім еквівалентних одна одній, але таких, що мають стереотипну мету — звести задачу тривимірного поширення області залежності до послідовності схем, включають невідомі величини, які діють поперемінно за координатними напрямками і зводять розв'язок таких задач до скалярних прогонок. Тому різницева схема розщеплення вважається економічною і, безумовно, стійкою, тобто поєднує в собі переваги явної і неявної схем.

Окрім цього, відзначимо, що найбільший ефект від застосування сучасних систем обробки інформації з високим рівнем паралелізму, ймовірно, досягається в тих випадках, коли описані схеми використовуються для виконання матричних обчислень у лінійній алгебрі або в методах розв'язування диференціальних рівнянь з частинними похідними. Якщо є можливість під час розв'язку згаданих рівнянь використати один процесор на один вузол розрахунку, тоді можна виконати обчислення в усіх вузлах паралельно й одночасно. Певна річ, це нереально. Типова скінченно-різницева сітка складається з 50x50 або 100x100 вузлів, тому для її обчислення при такій архітектурі знадобиться система з 2500 або 10000 процесорів.

Застосування чисельно-аналітичних розв'язків дозволяє для кожного часового шару проводити обчислення одночасно в будь-який момент, отже, не вимагає організації пересилання інформації з повільної пам'яті в оперативну, тобто виключається міжпроцесорний обмін даними. Цим і пояснюється суттєве прискорення розв'язування тих задач, які моделювалися за допомогою чисельно-аналітичних методів.

Нині набули значного поширення різні програмні продукти, які часто називають пакетами або комплексами програм. У даній роботі йдеться про пакет прикладних програм, призначений для обробки економіко-математичних експериментів оберненими методами. Основна мета створення ППП — надання практичної допомоги дослідникові на всіх етапах обробки відповідного експерименту оберненими методами за допомогою персонального обчислювального кластера.

Отже, досліджується клас обернених задач економіки. Їх постановка формулюється з точки зору співвідношення «причина-наслідок». До причинних характеристик досліджуваного процесу згідно з прийнятою моделлю відносяться граничні умови та їх параметри, початкові умови, відповідні властивості моделі тощо. В такій інтерпретації встановлення причинно-наслідкових зв'язків являє собою мету прямих задач економіки. І навпаки, якщо за певною інформацією про досліджуваний процес потрібно відновити причинні характеристики, маємо ту або іншу постановку обернених задач економіки (ОЗЕ), що належать до класу некоректних, з позицій Адамара задач [9].

В основу методу ідентифікації диференціальних рівнянь в частинних похідних, за даними економічного експерименту, покладено інтерпретацію ОЗЕ як задач оптимального керування [6]. Математична модель при цьому розглядається як керована за сукупністю вхідних параметрів, заданих вектором R. Під ними маються на увазі коефіцієнти досліджуваного диференціального рівняння. При заданих значеннях компонент вектора R розв'язок відповідного рівняння з початковими та граничними умовами являє собою не тільки функцію просторових координат і часу, але й вхідних параметрів.

Припустивши, що в певні моменти часу стан відповідної математичної моделі відомий, а деякі параметри вектора R невідомі, ми приходимо до задачі оптимального керування. Введення в розгляд функціонала дозволяє сформулювати сам метод ідентифікації алгоритму розв'язку ОЗЕ.

Завдяки вибраному способу апроксимації розв'язок диференціального рівняння в частинних похідних (метод прямих) зводиться до стандартних обчислювальних процедур – методу прогонки і використання диференціальних наслідків аналітичних розв'язків на вузлах сітки за умови, що $p = \overline{1{,}2m_x - 1}, m_x \in Z.$ Область припустимих значень параметрів вектора R вибирається з огляду на апріорні відомості про модель. У ППП ця процедура формалізується введенням в алгоритм ряду умов. Методологія підходу зведена до побудови мінімізуючої послідовності функціонала, а саме:

$$J(R) = (T_e - T_p)^2, \tag{11}$$

де T_e, T_p – значення досліджуваних параметрів, відомі з експерименту та розрахунку, отримані у результаті розв'язків математичної моделі. В такій постановці обчислення коефіцієнтної ОЗЕ зводиться до задачі оптимального керування, алгоритм розв'язку якої реалізовано в даному ППП.

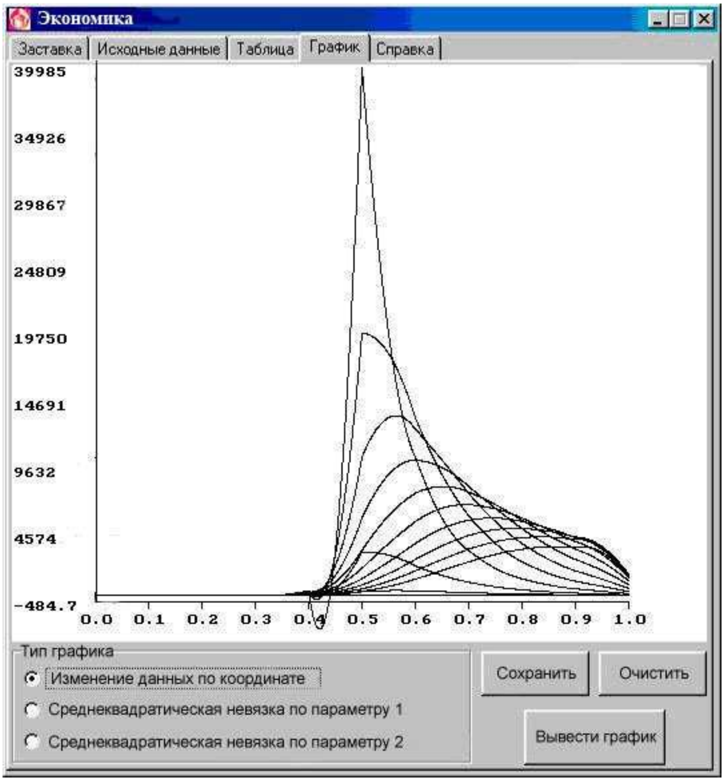

Рис. 1. **Обробка результатів розв'язку тестової задачі у вигляді графіків,** *авторська розробка*

Візуалізація даних експериментальних досліджень представлена на рис. 1. З аналізу результатів візуалізації видно, що ізолінії згладжуються, а це найточніше відображає обчислювальний алгоритм. Таким чином, при створенні сервісних програм обробки й видачі результатів до друку у вигляді графіків та ізоліній, запропонований підхід дозволяє звести до мінімуму роботу над вхідними та вихідними даними досліджуваного класу задач. Оскільки значення базових вузлів упорядковуються сітковою областю, то на кожному часовому шарі операції, які відображено у формулі (10), не пов'язуються між собою. Тому розрахунки при побудові графіків або ізоліній можуть виконуватися паралельно й одночасно.

ППП використовується при плануванні й обробці результатів економічного експерименту оберненими методами. Розроблені алгоритми, використані в ППП, досить просто перебудовуються на розв'язок інших коефіцієнтних і граничних ОЗЕ.

Висновки. Розглянутий у даній роботі підхід до чисельно-аналітичної концепції візуалізації векторів у розв'язках дозволяє отримати будь-які необхідні дані для побудови гладких графіків або ізоліній на відповідних сітках. Максимальні ж паралельні форми алгоритму становлять предмет особливого інтересу, оскільки визначають мінімально можливий час реалізації алгоритму візуалізації.

Для проведення обчислювальних експериментів на базі застосування багатопроцесорної обчислювальної системи розроблено пакет прикладних програм, що реалізує розв'язок коефіцієнтних обернених задач економіки методом математичного моделювання. ППП розроблено з урахуванням вимог об'єктно-орієнтованого програмування. При цьому обчислення коефіцієнтних ОЗЕ зводиться до задач оптимального керування, алгоритми розв'язку яких реалізовано в цьому ППП. Зауважимо, що ППП також включає блок візуалізації даних.

1. *Башков Е.А., Иващенко В.П., Швачич Г.Г.* Перспективы применения современных коммуникационных технологий и исследование их влияния на эффективность многлпроцессорных вычислительных систем // Наукові праці Донецького національного технічного університету.– Серія: Інформатика, кібернетика та обчислювальна техніка.– 2011.– Вип. 14. – С. 100–112.

Bashkov E.A., Ivashchenko V.P., Shvachich G.G. Perspektivy primeneniia sovremennykh kommunikatcionnykh tekhnologii i issledovanie ikh vliianiia na effektivnost mnoglprotcessornykh vychislitelnykh sistem // Naukovi pratsi Donetskoho natsionalnoho tekhnichnoho universytetu.– Seriia: Informatyka, kibernetyka ta obchysliuvalna tekhnika.– 2011.– Vyp. 14. – S. 100–112.

2. *Башков Є.О., Іващенко В.П., Швачич Г.Г.* Високопродуктивна багатопроцесорна система на базі персонального обчислювального кластера // Проблеми моделювання та автоматизації проектування.– 2011.– Вип. 9. – С. 312–324.

Bashkov Ie.O., Ivashchenko V.P., Shvachych H.H. Vysokoproduktyvna bahatoprotsesorna systema na bazi personalnoho obchysliuvalnoho klastera // Problemy modeliuvannia ta avtomatyzatsii proektuvannia.– 2011.– Vyp. 9. – S. 312–324.

3. *Букатов А.А., Дацюк В.Н., Жегуло А.И.* Программирование многопроцессорных вычислительных систем. – Ростов-на-Дону: ЦВВР, 2003. – 208 с.

Bukatov A.A., Datciuk V.N., Zhegulo A.I. Programmirovanie mnogoprotcessornykh vychislitelnykh sistem. – Rostov-na-Donu: TcVVR, 2003. – 208 s.

4. *Воеводин В.В.* Математические модели и методы в параллельных процессах. – М.: Наука, 1986. – 296 с.

Voevodin V.V. Matematicheskie modeli i metody v parallelnykh protcessakh. – M.: Nauka, 1986. – 296 s.

5. *Ерофеенко В.Т., Козловская И.С.* Уравнения с частными производными и математические модели в економике. – Мн.: БГУ, Либроком, 2016. – 248 с.

Erofeenko V.T., Kozlovskaia I.S. Uravneniia s chastnymi proizvodnymi i matematicheskie modeli v ekonomike. – Mn.: BGU, Librokom, 2016. – 248 s.

6. *Иващенко В.П., Швачич Г.Г., Шмукин А.А.* Параллельные вычисления и прикладные задачи металлургической теплофизики // Системні технології: регіональний: Збірник наук. праць.– 2008.– Вип. 3, Т. 1. – С. 123–138.

Ivashchenko V.P., Shvachich G.G., Shmukin A.A. Parallelnye vychisleniia i prikladnye zadachi metallurgicheskoi teplofiziki // Sistemni tekhnologiї: regionalnii: Zbirnik nauk. pratc.– 2008.– Vip. 3, T. 1. – S. 123–138.

7. Информационные системы и технологий: Монография / В.П. Иващенко, Е.А. Башков, Г.Г. Швачич и др. – Красноярск: Научно-инновационный центр, 2011. – 302 с.

Informatcionnye sistemy i tekhnologii: Monografiia / V.P. Ivashchenko, E.A. Bashkov, G.G. Shvachich i dr. – Krasnoiarsk: Nauchno-innovatcionnyi tcentr, 2011. – 302 s.

8. *Іващенко В.П., Ткач М.А., Щербина П.А.* Інформаційне забезпечення систем, прийняття рішень в економіці, техніці та організаційних сферах. – Донецьк: ЛАНДОН-ХХІ, 2013. – 592 с.

Ivashchenko V.P., Tkach M.A., Shcherbyna P.A. Informatsiine zabezpechennia system, pryiniattia rishen v ekonomitsi, tekhnitsi ta orhanizatsiinykh sferakh. – Donetsk: LANDON-KhKhI, 2013. – 592 s.

9. *Коздоба Л.А.* Вычислительная теплофизика. – К.: Наук. думка, 1992. – 224 с.

Kozdoba L.A. Vychislitelnaia teplofizika. – K.: Nauk. dumka, 1992. – 224 s.

10. *Пасконов В.М., Полежаев В.И., Чудов Л.А.* Численное моделирование процессов тепло- и массобмена. – М.: Наука, 1984. – 288 с.

Paskonov V.M., Polezhaev V.I., Chudov L.A. Chislennoe modelirovanie protcessov teplo- i massobmena. – M.: Nauka, 1984. – 288 s.

11. *Роуч П.* Вычислительная гидромеханика / Пер. с англ. – М.: Мир, 1980. – 616 с.

Rouch P. Vychislitelnaia gidromekhanika / Per. s angl. – M.: Mir, 1980. – 616 s.

12. *Тихонов А.Н., Самарский А.А.* Уравнения математической физики. – М.: Наука, 1966. – 724 с.

Tikhonov A.N., Samarskii A.A. Uravneniia matematicheskoi fiziki. – M.: Nauka, 1966. – 724 s.

13. *Швачич Г.Г.* К вопросу конструирования параллельных вычислений при моделировании задач идентификации параметров окружающей среды // Математичне моделювання.– 2006.– №2. – С. 23–34.

Shvachich G.G. K voprosu konstruirovaniia parallelnykh vychislenii pri modelirovanii zadach identifikatcii parametrov okruzhaiushchei sredy // Matematichne modeliuvannia.– 2006.– №2. – S. 23–34.

14. *Швачич Г.Г., Ткач М.А., Щербина П.А.* Суперкомпьютеры и высокопроизводительные вычисления // Бъдещето проблемите на световната наука: Материали за 4-а международна практична конференция. – София, 2008. – Т. 21. Съвремении технологии на информации. – С. 22–27.

Shvachich G.G., Tkach M.A., Shcherbina P.A. Superkompiutery i vysokoproizvoditelnye vychisleniia // Bdeshcheto problemite na svetovnata nauka: Materiali za 4-a mezhdunarodna praktichna konferentciia. – Sofiia, 2008. – T. 21. Svremenii tekhnologii na informatcii. – S. 22–27.

15. *Швачич Г.Г., Шмукин А.А.* Определение теплофизических свойств материалов на основе решений коэффициентных ОЗТ в экстремальной постановке // Теория и практика металлургии.– 2015.– №1,2. – С. 104–108.

Shvachich G.G., Shmukin A.A. Opredelenie teplofizicheskikh svoistv materialov na osnove reshenii koeffitcientnykh OZT v ekstremalnoi postanovke // Teoriia i praktika metallurgii.– 2015.– №1,2. – S. 104–108.

16. *Шпаковский Г.И.* Организация параллельных ЭВМ и суперскалярных процессоров: Учеб. пособие. – Мн.: Белгосуниверситет, 1996. – 296 с.

Shpakovskii G.I. Organizatciia parallelnykh EVM i superskaliarnykh protcessorov: Ucheb. posobie. – Mn.: Belgosuniversitet, 1996. – 296 s.

Стаття надійшла до редакції 4.01.2016.