УДК 62-50

Г.О. ДИМОВА, В.С. ДИМОВ
Херсонський національний технічний університет

ГЕНЕРУВАННЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ ДИНАМІЧНИМИ СИСТЕМАМИ

Багато системи представляються за допомогою диференціального рівняння, що зв'язує вхідний сигнал з вихідним. Імпульсна характеристика h(t, u) є просто розв’язок, коли вхідним сигналом служить імпульс в момент часу u. У даній статті розглянуті методи реалізації системи, що описується диференціальним рівнянням n-ого порядку з постійними коефіцієнтами. Будь-яке несингулярне лінійне перетворення вектора стану веде до нового уявлення стану. Отримано дисперсійне рівняння, що не містить прийнятого сигналу і є матричним рівнянням Ріккаті.

Ключові слова: матриця стану, матриця управління, генерація повідомлень, коваріаційна функція, імпульсна характеристика, білий шум, дисперсійна матриця.

А.О. ДЫМОВА, В.С. ДЫМОВ
Херсонский национальный технический университет

ГЕНЕРИРОВАНИЕ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ДИНАМИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ

Многие системы представляются посредством дифференциального уравнения, связывающего входной сигнал с выходным. Импульсная характеристика h(t, u) есть просто решение, когда входным сигналом служит импульс в момент времени u. В данной статье рассмотрены методы реализации системы, описываемой дифференциальным уравнением n-ого порядка с постоянными коэффициентами. Любое несингулярное линейное преобразование вектора состояния ведет к новому представлению состояния. Получено дисперсионное уравнение, не содержит принятого сигнала и является матричным уравнением Риккати.

Ключевые слова: матрица состояния, матрица управления, генерация сообщений, ковариационная функция, импульсная характеристика, белый шум, дисперсионная матрица.

G.O. DYMOVA, V.S. DYMOV
Kherson National Technical University

GENERATION OF RANDOM PROCESSES BY DYNAMIC SYSTEMS

The article is devoted to the analysis of the behavior of dynamic systems of various nature. Many dynamic systems are represented by one or several differential equations connecting the input signal with the output one. The impulse response h (t, u) is a simple solution when the input signal is the input pulse at time u. All processes in the system are generated by passing white noise through a linear system with time-varying parameters. The article discusses the three main ideas of the description of systems using differential equations. The methods for implementing the system described by an n-th order differential equation with constant coefficients are given. Any non-singular linear transformation of the state vector leads to a new representation of the state of a linear dynamical system. Systems with time-varying parameters and multichannel systems with many inputs and outputs are considered. Using the example of a system that generates two output messages, it was found

DOI 10.32782/2618-0340-2018-2-55-64

that the excitation function is a vector function. For the problem of modeling a message, it is assumed that the exciting function is white noise with a matrix covariance function, and the initial conditions can be random variables. The next step was to consider the solution of the equation of state of the system and the properties of the transition state matrix for the case of a system with constant parameters. By performing some transformations, a dispersion equation is obtained that does not contain the received signal, so it can be solved before receiving information of any nature and used to determine the transfer coefficients of a linear dynamic system. In the general case, it is impossible to explicitly obtain an exact analytical solution, but the equation is obtained in a form convenient for integration on a computer. The dispersion equation is the Riccati matrix equation, which is used to identify and predict the state of a dynamic system, namely, to determine the basic matrices of the equations of state and observation.

Keywords: state matrix, control matrix, message generation, covariance function, impulse characteristic, white noise, dispersion matrix.

Постановка проблеми

Лінійні системи характеризуються за допомогою імпульсної характеристики $h(t, u)$ або просто $h(\tau)$ у випадку з постійними в часі параметрами. Відмінною особливістю такого опису є те, що вхідний сигнал вважається відомим на інтервалі $-\infty < t < \infty$. Імпульсна характеристика $h(t, u)$ являється просто рішенням диференційного рівняння, коли вхідним сигналом служить імпульс в момент часу u.

Аналіз останніх досліджень і публікацій

Існує три рішення для опису систем за допомогою диференційних рівнянь.

Перше рішення пов'язане з початковими умовами і змінними стану при розгляді динамічних систем [2, 6]. Стан системи визначається як мінімальна кількість інформації щодо впливів попередніх сигналів на вході системи, необхідне для повного опису вихідного сигналу при $t \geq 0$. Змінні величини, що містять цю інформацію, є змінними стану. Якщо задані стан системи в момент часу t_0 та вхідний сигнал на інтервалі від t_0 до t_1, то можна знайти як вихідний сигнал, так і стан системи в момент часу t_1.

Друге рішення зводиться до реалізації (або моделювання) диференційного рівняння за допомогою аналогового обчислювача. Його можна представити як систему, що складається з інтеграторів, ланцюгів зі змінними в часі коефіцієнтами передачі, суматорів і нелінійних безінерційних пристроїв, об'єднаних таким чином, щоб відтворити необхідне співвідношення між вхідними і вихідним сигналами. Початкова умова $y(t_0)$ виступає тут як зміщення на виході інтегратора. Зміщена вихідна напруга інтегратора є змінною стану системи [1, 2, 4, 5, 9].

Третє рішення відноситься до питання генерації випадкового процесу. Якщо $u(t)$ є випадковим процесом або $y(t_0)$ є випадкова величина (або вони обидва є випадковими), то $y(t)$ є також випадковий процес.

Мета дослідження

Для визначення коефіцієнтів системи диференційних рівнянь, що описують динамічну систему, необхідно отримати таке рівняння, яке не залежить від вхідного сигнала.

Викладення основного матеріалу дослідження

Розглянемо систему, яка описується диференційним рівнянням виду:

$$y^{(n)}(t) + p_{n-1}(t)y^{(n-1)}(t) + ... + p_0(t)y(t) = b_0u(t),$$

де $y^{(n)}(t)$ – n-а похідна від $y(t)$;

DOI 10.32782/2618-0340-2018-2-55-64

$p_i(t)$ – оператор диференціювання;
$u(t)$ – сигнал на вході системи;
b_0 – ваговий коефіцієнт.

Для визначення розв'язку рівняння n-ого порядку необхідно знати значення $y(t)$, ..., $y^{(n-1)}(t)$ в момент часу t_0. Першим кроком при знаходженні реалізації в формі аналогового обчислювача є моделювання членів лівої частини цього рівняння. Наступний крок полягає в такому взаємному з'єднанні цих величин, щоб вказане рівняння задовольнялося. Диференціальне рівняння визначає вхідна напруга на суматорі. Вводимо початкові умови, задаючи визначені зміщення на виходах інтегратора. Змінні стану є зміщені напруги на виході інтегратора.

Простіше працювати з векторним диференціальним рівнянням першого порядку, ніж зі скалярним диференціальним рівнянням n-го.

Нехай

$$\begin{aligned}
&x_1(t) = y(t),\\
&x_2(t) = \dot{y}(t) = \dot{x}_1(t),\\
&\vdots\\
&x_n(t) = y^{(n-1)}(t) = \dot{x}_{n-1}(t),
\end{aligned}$$

$$\dot{x}_n(t) = y^{(n)}(t) = -\sum_{k=1}^{n} p_{k-1} y^{(k-1)}(t) + b_0 = -\sum_{k=1}^{n} p_{k-1} x_k(t) + b_0 u(t),$$

Позначивши систему $x_i(t)$ через матрицю-стовпець, помічаємо, що скалярному рівнянню n-ого порядку еквівалентне наступне n-мірне векторне рівняння першого порядку [2, 9, 10]:

$$\frac{dx(t)}{dt} = \dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t), \tag{1}$$

де **A** – матриця стану системи;
B – матриця управління (входу).

Вектор $\mathbf{x}(t)$ є вектором стану для даної лінійної системи, а (1) – рівнянням стану системи. Будь-яке несингулярне лінійне перетворення вектора $\mathbf{x}(t)$ дає інший вектор стану. Вихідна напруга $y(t)$ пов'язана з вектором стану рівнянням [7, 11, 12, 13]:

$$y(t) = \mathbf{C}\mathbf{x}(t), \tag{2}$$

де **C** – матриця вимірювання.

Рівняння (2) вихідне рівняння системи. Рівняння – (1) і (2) – повністю визначають систему.

Для систем зі змінними в часі параметрами в якості основного уявлення розглянемо векторні рівняння [3, 9]:

$$\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt} = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)u(t), \tag{3}$$

$$y(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t), \tag{4}$$

DOI 10.32782/2618-0340-2018-2-55-64

де $\mathbf{x}(t)$ – вектор стану;
$\mathbf{A}(t)$ та $\mathbf{B}(t)$ – змінні матриці диференційного рівняння;
$u(t)$ – сигнал на вході системи, процес типу білого шуму;
$\mathbf{C}(t)$ – матриця вимірювання.

Рівняння (3) – рівняння стану системи, а (4) – вихідне рівняння системи.
Використовуючи в якості вхідного впливу білий шум

$$E[u(t)u(\tau)] = q\delta(t-\tau),$$

можна моделювати деякі нестаціонарні випадкові процеси. Нестаціонарний процес може з'явитися навіть тоді, коли матриці **A** та **B** постійні, а $\mathbf{x}_0(t)$ – детермінована величина [2, 7].

Розглянемо систему, яка генерує два вихідних повідомлення $y_1(t)$ та $y_2(t)$ (рис. 1).

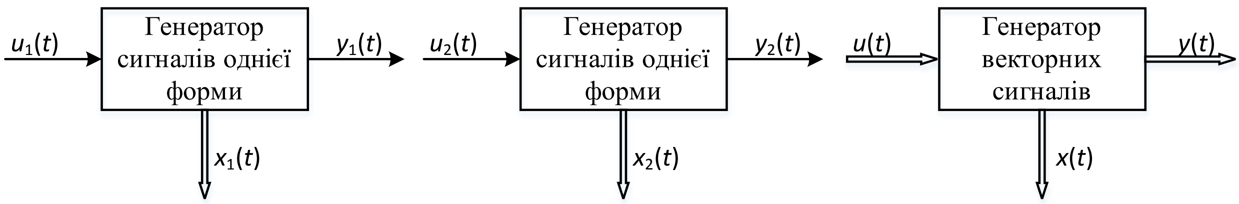

Рис. 1. Генерація двох повідомлень.

Стан першої системи описується рівняннями:

$$\dot{\mathbf{x}}_1(t) = \mathbf{A}_1(t)\mathbf{x}_1(t) + \mathbf{B}_1(t)u_1(t),$$

$$y_1(t) = \mathbf{C}_1(t)\mathbf{x}_1(t),$$

де $\mathbf{x}_1(t)$ – n-мірний вектор стану.

Представлення другої системи, аналогічно до першої, та має вигляд:

$$\dot{\mathbf{x}}_2(t) = \mathbf{A}_2(t)\mathbf{x}_2(t) + \mathbf{B}_2(t)u_2(t),$$

$$y_2(t) = \mathbf{C}_2(t)\mathbf{x}_2(t),$$

де $\mathbf{x}_2(t)$ – m-мірний вектор стану.

Єдина векторна система рівнянь з двомірним вектором стану є більш зручним способом опису цих двох систем:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_1(t) \\ \mathbf{x}_2(t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{A}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_1(t) & 0 \\ 0 & \mathbf{A}_2(t) \end{bmatrix},$$

DOI 10.32782/2618-0340-2018-2-55-64

$$\mathbf{B}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_1(t) & 0 \\ 0 & \mathbf{B}_2(t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{u}(t) = \begin{bmatrix} u_1(t) \\ u_2(t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{C}(t) = \begin{bmatrix} \mathbf{C}_1(t) & 0 \\ 0 & \mathbf{C}_2(t) \end{bmatrix},$$

$$\mathbf{y}(t) = \begin{bmatrix} y_1(t) \\ y_2(t) \end{bmatrix}.$$

Результуючі диференціальні рівняння мають вигляд:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)\,, \tag{5}$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}(t)\mathbf{x}(t)\,. \tag{6}$$

Збуджуюча функція є векторною.

Для моделювання процесу припустимо, що збуджуюча функція – білий шум з матричною коваріаційною функцією [12]:

$$E[u(t)u(\tau)] = \mathbf{Q}\delta(t-\tau)\,,$$

де **Q** – від’ємно визначена матриця.

Блок-схема процесу моделювання буде виглядати наступним чином (рис. 2):

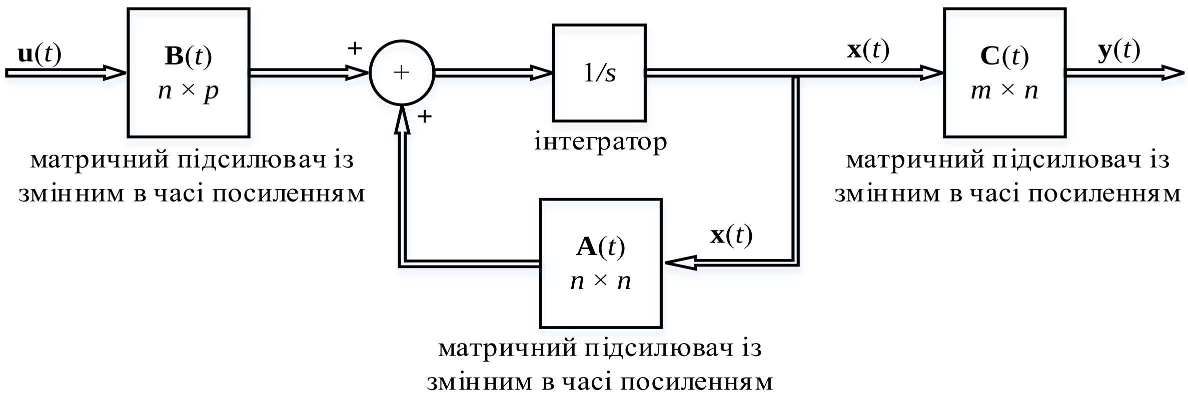

Рис. 2. Схема генерації процесу *y* (*t*).

При випадкових початкових умовах необхідно задати коваріаційну функцію і середнє значення $E[\mathbf{x}(t_0)]$ в початковий момент часу при t_0 [2, 13]:

$$\mathbf{K}_x(t_0, t_0) = E[\mathbf{x}(t_0)\,\mathbf{x}^T(t_0)]\,. \tag{7}$$

Пов'язані процеси можна моделювати шляхом заміни діагональних матриць в (5), (6) і (7) матрицями загального вигляду.

Якщо рівняння (5) – однорідне рівняння з постійними коефіцієнтами, тоді:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t),$$

з початковою умовою $\mathbf{x}(t_0)$. Якщо $\mathbf{x}(t)$ та $\mathbf{A}$ – скаляри, то розв'язок має вигляд:

$$x(t) = e^{A(t-t_0)}x(t_0).$$

Для векторного випадку можна показати, що

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_0)}\mathbf{x}(t_0),$$

де $e^{\mathbf{A}t}$ визначається нескінченним рядом:

$$e^{\mathbf{A}(t)} = \mathbf{I} + \mathbf{A}t + \frac{\mathbf{A}^2t^2}{2!} + \ldots \quad ,$$

де $\mathbf{I}$ – одинична матриця.

Функцію $e^{\mathrm{A}(t-t_0)}$ позначимо через $\mathbf{\Phi}(t\text{-}t_0) = \mathbf{\Phi}(\tau)$. Функція $\mathbf{\Phi}(t\text{-}t_0)$ являється перехідною матрицею стану системи, яка визначається як функція двох змінних $\mathbf{\Phi}(t, t_0)$, що задовольняє диференціальному рівнянню

$$\dot{\mathbf{\Phi}}(t,t_0) = \mathbf{A}(t)\mathbf{\Phi}(t,t_0) \tag{8}$$

з початковою умовою $\mathbf{\Phi}(t_0, t_0) = \mathbf{I}$.

Розв'язок в будь-який момент часу має вигляд:

$$\mathbf{x}(t,t_0) = \mathbf{\Phi}(t,t_0)\mathbf{x}(t_0). \tag{9}$$

Для неоднорідного випадку загальний розв'язок містить однорідний і частинний розв'язки вигляду:

$$\mathbf{x}(t) = \mathbf{\Phi}(t,t_0)\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t}\mathbf{\Phi}(t,\tau)\mathbf{B}(\tau)\mathbf{u}(\tau)d\tau. \tag{10}$$

Лінійні системи з параметрами, що змінюються в часі, характеризуються за допомогою імпульсної характеристики $\mathbf{h}(t, \tau)$ за умови, що вхідна величина відома на інтервалі від $-\infty$ до t [3]. Таким чином,

$$y(t) = \int_{-\infty}^{t}\mathbf{h}(t,\tau)\mathbf{u}(\tau)d\tau. \tag{11}$$

DOI 10.32782/2618-0340-2018-2-55-64

У більшості випадків вплив початкової умови $\mathbf{x}(-\infty)$ в (10) не проявляється, отже, приймаємо її рівною нулю. Тоді отримаємо

$$y(t) = \mathbf{C}(t) \int_{-\infty}^{t} \mathbf{\Phi}(t,\tau)\mathbf{B}(\tau)\mathbf{u}(\tau)d\tau \,. \tag{12}$$

Порівнюючи (11) та (12), маємо

$$\mathbf{h}(t,\tau) = \begin{cases} \mathbf{C}(t)\mathbf{\Phi}(t,\tau)\mathbf{B}(\tau), & t \ge \tau, \\ 0, & \text{при інших } t. \end{cases}$$

Матриці $\mathbf{C}(t)$, $\mathbf{\Phi}(t,\ \tau)$ та $\mathbf{B}(\tau)$ залежать від уявлення системи, але матрична імпульсна характеристика є єдиною.

Встановимо статистичні властивості векторних процесів $\mathbf{x}(t)$ та $\mathbf{y}(t)$, коли $\mathbf{u}(t)$ є вибірковою функцією векторного випадкового процесу типу білого шуму:

$$E[\mathbf{u}(t)\mathbf{u}^T(\tau)] = \mathbf{Q}\delta(t-\tau)\,.$$

Взаємна кореляція між вектором стану $\mathbf{x}(t)$ системи, що збуджується білим шумом $\mathbf{u}(t)$ з нульовим середнім, і вхідною величиною $\mathbf{u}(\tau)$, що дорівнює

$$\mathbf{K}_{xu}(t,\tau) = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{u}^T(\tau)]\,. \tag{13}$$

Ця розривна функція має вигляд

$$\mathbf{K}_{xu}(t,\tau) = \begin{cases} 0, & \tau > t, \\ \frac{1}{2}\mathbf{B}(t)\mathbf{Q}, & \tau = t, \\ \mathbf{\Phi}(t,\tau)\mathbf{B}(\tau)\mathbf{Q}, & t_0 < \tau < t. \end{cases} \,. \tag{14}$$

Підставимо (9) у визначення (13), тоді отримаємо

$$\mathbf{K}_{xu}(t,\tau) = E\left\{ \left[\mathbf{\Phi}(t,t_0)\mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t} \mathbf{\Phi}(t,\alpha)\mathbf{B}(\alpha)\mathbf{u}(\alpha)d\alpha \right] \mathbf{u}^T(\tau) \right\},$$

де α – час запізнювання.

Внесемо математичне очікування під знак інтеграла і припустимо, що початковий стан $\mathbf{x}(t_0)$ не залежить від $\mathbf{u}(\tau)$ при $\tau > t_0$, тоді

$$\mathbf{K}_{xu}(t,\tau) = \int_{t_0}^{t} \mathbf{\Phi}(t,\alpha)\mathbf{B}(\alpha)E[\mathbf{u}(\alpha)\mathbf{u}^T(\tau)]d\alpha = \int_{t_0}^{t} \mathbf{\Phi}(t,\alpha)\mathbf{B}(\alpha)\mathbf{Q}\delta(\alpha-\tau)d\alpha.$$

DOI 10.32782/2618-0340-2018-2-55-64

При $\tau > t$ цей вираз дорівнює нулю. Якщо $\tau = t$, а дельта-функція симетрична, так як є межею коваріаційної функції, то необхідно взяти тільки половину площі біля правої граничної точки інтервалу. Таким чином,

$$\mathbf{K}_{xu}(t,t) = \frac{1}{2}\mathbf{\Phi}(t,t)\,\mathbf{B}(t)\mathbf{Q}\,.$$

Використовуючи результат, який випливає з (8), отримаємо вираз, розташований у другому рядку формули (14).

Якщо $\tau < t$, матимемо

$$\mathbf{K}_{xu}(t,\tau) = \frac{1}{2}\mathbf{\Phi}(t,\tau)\,\mathbf{B}(\tau)\,\mathbf{Q}, \quad \tau < t, \tag{15}$$

що відповідає третьому рядку формули (14). Окремий випадок (15) має місце, якщо покласти $\tau \to t$

$$\lim_{\tau \to t} \mathbf{K}_{xu}(t,\tau) = \mathbf{B}(\tau)\,\mathbf{Q}\ .$$

Звідси взаємокореляційна функція вихідного вектора $\mathbf{y}(t)$ та $\mathbf{u}(\tau)$:

$$K_{yu}(t,\tau) = \mathbf{C}(t)\,\mathbf{K}_{xu}\,(t,\tau)\ .$$

Позначимо

$$\mathbf{\Lambda}_x(t) = \mathbf{K}_x(t,t)\,.$$

Отже,

$$\mathbf{\Lambda}_x(t) = E[\mathbf{x}(t)\mathbf{x}^T(t)]\,. \tag{16}$$

Диференціюючи обидві частини рівняння (16), отримаємо:

$$\frac{d\mathbf{\Lambda}_x(t)}{dt} = E\left[\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt}\mathbf{x}^T(t)\right] + E\left[\mathbf{x}(t)\frac{d\mathbf{x}^T(t)}{dt}\right]. \tag{17}$$

Підставляючи (5) в перший член (17), отримаємо:

$$E\left[\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt}\mathbf{x}^T(t)\right] = E\left\{\left[\mathbf{A}(t)\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{u}(t)\right]\mathbf{x}^T(t)\right\}. \tag{18}$$

Використовуючи властивість (15) до другого члену (18), отримаємо

$$E\left[\frac{d\mathbf{x}(t)}{dt}\mathbf{x}^T(t)\right] = \mathbf{A}(t)\mathbf{\Lambda}_x(t) + \frac{1}{2}\mathbf{B}(t)\,\mathbf{Q}\,\mathbf{B}^T(t)\,.$$

DOI 10.32782/2618-0340-2018-2-55-64

Тоді дисперсійна матриця вектора стану $\mathbf{x}(t)$ системи (5) задовольняє диференціальному рівнянню

$$\dot{\mathbf{\Lambda}}_x(t) = \mathbf{A}(t)\mathbf{\Lambda}_x(t) + \mathbf{\Lambda}_x(t)\mathbf{A}^T(t) + \mathbf{B}(t)\mathbf{Q}\mathbf{B}^T(t) \tag{19}$$

з початковою умовою

$$\mathbf{\Lambda}_x(t_0) = E[\mathbf{x}(t_0)\mathbf{x}^T(t_0)].$$

Висновки

Дисперсійне рівняння (19) не містить прийнятого сигналу, тому його можна розв’язувати до прийому будь-якої інформації та використовувати для знаходження коефіцієнтів передачі. Дисперсійне рівняння є матричним рівнянням Ріккаті, яке за допомогою метода підстановки в роботі [8] зводиться до лінійного диференціального рівняння, розв’язок якого трансформується в зворотному напрямі в розв’язок рівняння Ріккаті, що є вдосконаленням методу визначення основних матриць динамічної системи з використанням рівняння Ріккаті.

Список використаної літератури

1. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. Москва: Мир, 1989. 540 с.
2. Ван дер Варден Б. Л. Алгебра. Москва: Наука, 1976. 649 с.
3. Ван Трис Г. Л. Теория обнаружения, оценок и модуляции. Т. 1. Москва: Советское радио, 1972. 744 с.
4. Василенко Г. И. Теория восстановления сигналов: От редукции к идеальному прибору в физике и технике. Москва: Советское радио, 1979. 372 с.
5. Вдовин В. М., Суркова Л. Е., Валентинов В. А. Теория систем и системный анализ: Учебник. Москва: Издательско-торговая корпорация "Дашков и К°", 2016. 644 с.
6. Емельянов С. В., Коровин С. К., Сизиков В. И. Бинарные системы управления нестационарными процессами с применением аддитивных и мультипликативных обратных связей. Москва: МНИИПУ, 1983. 61 с.
7. Льюнг Л. Идентификация систем. Теория для пользователя. Москва: Наука, 1991. 432 с.
8. Марасанов В. В., Забытовская О. И., Дымова А. О. Прогнозирование структуры динамических систем. *Вісник ХНТУ*. 2012. № 1 (44). С. 292-302.
9. Обнаружение изменений сигналов в динамических системах / Ред. М. Бассвиля. Москва: Мир, 1989. 278 с.
10. Описание дискретных систем [Електронний ресурс]. 2017. URL: https://studizba.com/lectures/1-avtomatizaciya/32-kompyuternoe-upravlenie/475-16-opisanie-diskretnyh-sistem.html (дата звернення 15.03.18).
11. Ортега Дж., Рейнболд В. Итерационнные методы решения нелинейных систем уравнений с многими неизвестными. Москва: Мир, 1975. 558 с.
12. Сейдж Э. П., Уайт III Ч. С. Оптимальное управление системами. Москва: Радио и связь, 1982. 392 с.
13. Сейдж Э. П., Мелса Дж. Л. Теория оценивания и ее применение в связи и управлении. Москва: Связь, 1976. 496 с.

DOI 10.32782/2618-0340-2018-2-55-64

References

1. Bendat, Dzh., & Pirsol, A. (1989) Prikladnoy analiz sluchaynykh dannykh. Moskva: Mir.
2. Van der Varden, B. L. (1976) Algebra. Moskva: Nauka.
3. Van Tris, G. L. (1972) Teoriya obnaruzheniya, otsenok i modulyatsii. T I. Moskva: Sovetskoye radio.
4. Vasilenko, G. I. (1979) Teoriya vosstanovleniya signalov: Ot reduktsii k ideal'nomu priboru v fizike i tekhnike. Moskva: Sovetskoye radio.
5. Vdovin, V. M., Surkova, L. Ye., & Valentinov, V. A. (2016) Teoriya sistem i sistemnyy analiz: Uchebnik. Moskva: Izdatel'sko-torgovaya korporatsiya "Dashkov i K°".
6. Yemeliyanov, S. V., Korovin, S. K., & Sizikov, V. I. (1983) Binarnyye sistemy upravleniya nestatsionarnymi protsessami s primeneniyem additivnykh i mul'tiplikativnykh obratnykh svyazey. Moskva: MNIIPU.
7. L'yung, L. (1991) Identifikatsiya sistem. Teoriya dlya pol'zovatelya. Moskva: Nauka.
8. Marasanov, V. V., Zabytovskaya, O. I., & Dymova A. O. (2012) Prognozirovaniye struktury dinamicheskikh sistem. *Visnyk KhNTU*. **1** (44), pp. 292-302.
9. Bassvilya, M. (Ed.) (1989) Obnaruzheniye izmeneniy signalov v dinamicheskikh sistemakh. Moscow: Mir.
10. Opisaniye diskretnykh sistem (2017). Retrieved from https: // studizba.com /lectures / 1-avtomatizaciya / 32-kompyuternoe-upravlenie / 475-16-opisanie-diskretnyh-sistem.html (data zvernennya 15.03.18).
11. Ortega, Dzh., & Reynbold, V. (1975) Iteratsionnnyye metody resheniya nelineynykh sistem uravneniy s mnogimi neizvestnymi. Moscow: Mir.
12. Seydzh, E. P., & Uayt III, CH. S. (1982) Optimalnoye upravleniye sistemami. Moscow: Radio i svyaz'.
13. Seydzh, E. P., & Melsa, Dzh. L. (1976) Teoriya otsenivaniya i yeye primeneniye v svyazi i upravlenii. Moscow: Svyaz', 1976.

DOI 10.32782/2618-0340-2018-2-55-64