об'єкти протесту. При цьому в перелічених аспектах соціально - економічних протестів прослідковується негативна динаміка. Фактично, можна констатувати зростання насильства й подрібнення соціально - економічних протестів у столиці протягом останніх трьох років.

Все це підтверджує висловлену на початку статті тезу про занехаяність в цілому перспективного поля соціально - економічних протестів у Києві. У цьому контексті наступним логічним кроком має стати розгляд основних діячів цих протестів, аби зрозуміти, хто і як спричинився до такого стану.

Список використаних джерел

1. Воеводин А. И. Стратагемы. Стратегии войны, манипуляции, обмана. / А. И. Воеводин – М.: Изд-во "Белые альвы", 2002. - 256 с.
2. Гладышев С. А. Борьба бульдогов под ковром. Секреты влияния на людей. / С. А. Гладышев – М.: Изд-во Фаир-Пресс, 2001. – 512 с.
3. Левада Ю. О. Индексы социальных настроений в "норме" и в кризисе / Ю. О. Левада // Мониторинг общественного мнения: Экономические и социальные перемены. – 1998. – № 6. – 6 с.
4. Centre for Society Research. – [Електронний ресурс]. – Режим доступу: http://www.cedos.org.ua/uk/protests/bazy-protestnykh-podii-ta-povidomlen

Отримано 22.02.2014 р.

УДК 303.09, 303.733

Сидоров М.В.-С. °

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, факультет соціології, кандидат фізико-математичних наук, доцент

ОСНОВИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ДЛЯ СОЦІОЛОГІВ: ДЕМОГРАФІЧНІ БАЗОВІ МОДЕЛІ ЗРОСТАННЯ ПОПУЛЯЦІЇ БЕЗ ЗОВНІШНЬОГО ВПЛИВУ ТА КОНКУРЕНЦІЇ

У роботі розглядаються базові елементарні моделі динаміки популяції за умови безстатевого розмноження. Представлено моделі Фібоначчі, диференційна та різницева моделі Мальтуса та їх розв'язки.

Ключові слова: *модель зростання популяції, модель Фібоначчі, модель Мальтуса*

В работе рассматриваются базовые элементарные модели динамики популяции при условии бесполого размножения. Представлены модели Фибоначчи, дифференциальная и разностная модели Мальтуса и их решения.

Ключевые слова: *модель роста популяции, модель Фибоначчи, модель Мальтуса*

The paper discusses the basic elementary population dynamics model provided asexual reproduction. The model of Fibonacci, differential equation and difference scheme of Malthus model and their solutions are presented.

Keywords: *population growth model, the model Fibonacci, Malthus model*

Математичні моделі, які широко застосовуються в природознавстві, у дослідженнях процесів, пов'язаних з суспільством, є рідкістю. Причиною цього є складність моделювання соціальних, історичних, політичних процесів, слабкою або поганою формалізацією багатьох явищ та факторів соціальної еволюції, які беруть участь у моделі. Однак, останнім часом досягнуті значні успіхи в області створення досить адекватних моделей соціальної історії, демографії та ін. [6].

Суспільство є надзвичайно складною системою, що знаходиться у постійній зміні, зі складною структурою, культурою та відносинами [5, 508], які не завжди можна однозначно виявити та сформулювати. Але, як виявляється, [7, розділ 4.1] розвиток суспільства, розвиток соціальних систем підкоряється строгим та порівняно простим макрозаконам.

Впровадження математичного аналізу дало можливість проникнути у суть законів у природничих науках і привело до науково-технічної революції. Це сталось завдяки тому, що математика оперує з числами та за її допомогою можна описати та спрогнозувати роботу формалізованої системи. Таким чином, для того, щоб описати закони та процеси, які мають місце у суспільстві, потрібно також знайти можливість формалізувати ці закони, розробити та прийняти підходи до вимірювання цих процесів та їх параметрів.

Одним з найбільш доступних для формалізації та безпосереднього кількісного вимірювання процесів у суспільстві є підрахунок чисельності населення. Тому одними з перших математичних моделей, які знайшли застосування у суспільних науках стали демографічні моделі.

Демографічних моделей на даний момент є досить багато – вони можуть описувати як глобальні демографічні процеси, так і процеси, що відбуваються у межах країни чи спільноти, можуть описуватись диференціальними рівняннями, системами диференціальних рівнянь, Марковськими процесами та ін. Ці моделі будуються на більш простих математичних моделях розвитку біологічних популяцій. Однією з найбільш вагомих ***актуальних проблем***, які не дають соціологам вільно застосовувати результати, пов’язані з цими моделями є математична складність моделей та недостатність математичної підготовленості самих соціологів.

Метою даної роботи є пояснення на елементарному рівні цих моделей та їх розв’язків, що значно полегшить їх розуміння та застосовність.

Самою першою математичною моделлю розвитку популяції вважають, сформульовану Леонардо Пізано, інакше відомого як Фібоначчі (Leonardo Pisano Bigollo Fibonacci 1170-1250), та опубліковану у 1202 році у книзі "Liber abacci" (Трактат про обчислення) модель розмноження кроликів у ізольованих умовах. Задача формулювалась наступним чином: чоловік посадив двох кроликів у загін, оточений парканом з усіх боків (ізольованість). Скільки пар кроликів зможе народитись від цієї пари протягом року, якщо припустити, що кожна пара продуктивних кроликів щомісяця приносить ще одну пару (продуктивною вважають пару кроликів, якій є, принаймні, 2 місяці від народження – місяць від народження до статевої зрілості та зачаття і місяць вагітності до народження нової пари)?

Цей процес описується так: спочатку є 1-а пара новонароджених кроликів, за місяць вони досягають статевої зрілості і зачинають 2-у пару нових кроликів, ще за місяць народжується 2-а пара нових кроликів і 1-ю парою зачинається 3-а пара нових кроликів , наступного місяця 1-а пара народжує 3-у пару і зачинає 4-у, а 2-а пара досягає зрілості і зачинає 5-у пару. Спостереження ведуться протягом року.

Кількість пар можна записати у вигляді числової послідовності

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34, 55, 89, 144, 233 \qquad (1)$$

Саме цю модель називають **моделлю Фібоначчі** зростання популяції у ізольованій системі, а послідовність – послідовністю Фібоначчі або числами Фібоначчі.

Параметрами у цій моделі виступає кількість пар кроликів на початку місяця, адже вимірювання здійснюють раз на місяць на його початку. Якщо позначити через F_n кількість пар кроликів на початку *n*-го місяця, то можна побудувати співвідношення

$$F_{n+1} = F_n + F_{n-1}, \text{ n=2, …, 12} \qquad (2)$$

тобто кількість пар кроликів наступного місяця дорівнює сумі кількості пар кроликів поточного та минулого місяців.

Цю формулу називають рекурентною формулою для членів послідовності Фібоначчі і вона є першою відомою у Європі послідовністю чисел, у якій співвідношення між двома або більше членами можна записати за допомогою рекурентного співвідношення.

Графічно зростання популяції кроликів можна зобразити

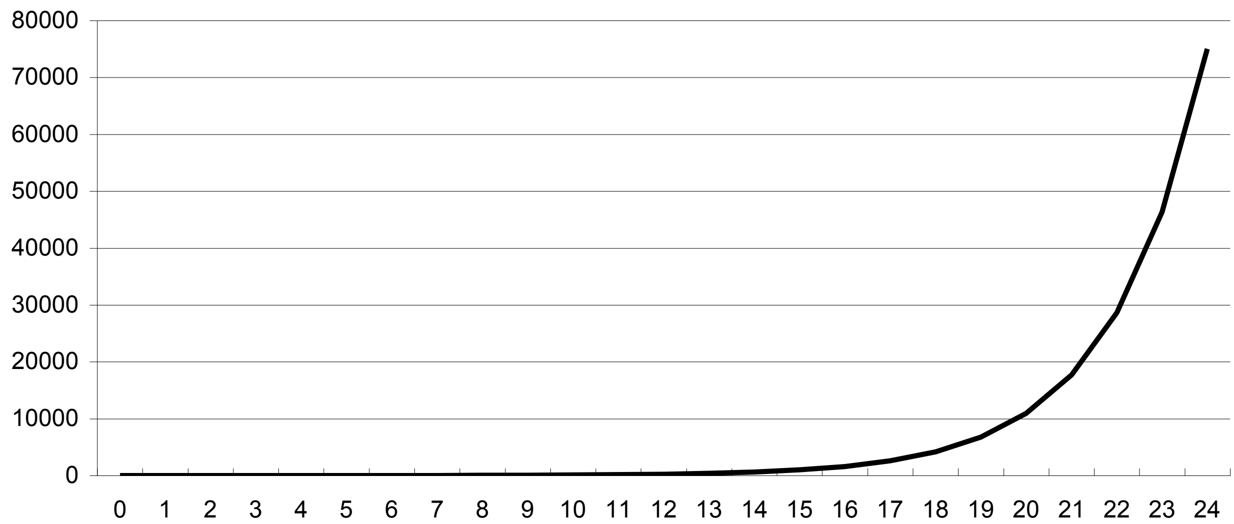

Рис.1.

Модель Фібоначчі зростання популяції кроликів

Формула (2) для членів ряду Фібоначчі вперше була представлена французьким математиком Альбертом Жираром (Albert Girard 1595-1632) у роботі " Le oeuvres (the works of) mathematiques de Simon Stevin. le tout rev, corrige et augmente", яка вийшла у 1634 році.

Було помічено, що частка сусідніх членів послідовності Фібоначчі наближається до **"золотого перерізу"**, який дорівнює $\frac{1+\sqrt{5}}{2} \approx$ 0,6180339887498948482… , тобто

$$\lim_{n\to\infty} \frac{F_n}{F_{n-1}} = \frac{1+\sqrt{5}}{2}.$$

Вважають, що це спостереження належить Йогану Кеплеру (Johannes Kepler 1571-1630), а саме співвідношення довів пізніше Роберт Сімсон (Robert Simson 1687-1768) у 1753 році.

Взагалі, з числами Фібоначчі пов’язано багато досягнень у математиці, про них написано багато книг [3, 2].

Модель Фібоначчі має багато недоліків. Перш за все ця модель при переносі на популяції інших тварин швидше за все виявиться хибною. По-друге, виміри здійснюються раз на місяць і прогноз стосовно кількості також точковим – тільки на початку місяця, тобто модель є дискретною. Але самим головним недоліком цієї моделі є те, що у ній не враховується смертність.

Наприклад, якщо спробувати спрогнозувати населення України за цією моделлю, враховуючи дані держкомстату України [4] у 1993 році населення України сягало 51870400 осіб, а у 1994 – 51715400, то за моделлю Фібоначчі у 2013 році населення України мало б складати 566 724 823 400, хоча за даними держкомстату воно складало 45 372 700 осіб.

Модель нескінченного розмноження за наявної смертності. За необмежених ресурсів та відсутності смертності від хвороб, хижаків і т.д, будь який біологічний вид може заповнити земну кулю за порівняно невеликий термін, навіть за малої початкової кількості.

Якщо продовжити "роботу" моделі Фібоначчі то вже на 50 місяці матимемо 12586269025 пар кроликів, на 60-му 1548008755920, а на 120-му, тобто за 10 років - $5{,}3583 \cdot 10^{24}$. Для порівняння, об’єм всіх кролів за 10 років перевищить об’єму Землі.

Розглянемо випадок, коли ресурсів є нескінченна кількість, але присутня смертність від хижаків, хвороб, старості та інших неконтрольованих факторів.

У цьому випадку, крім обліку народжених осіб, потрібно враховувати кількість осіб, що загинули.

Для простоти, вимірювання будемо здійснювати через інтервал Δt, а не щомісяця, як у моделі Фібоначчі. Через F_n позначимо обсяг популяції у кінці *n*-го кроку, тобто у момент часу $n \cdot \Delta t$, через B_n - кількість народжених протягом *n*-го кроку, а через D_n - кількість, що загинули протягом *n*-го кроку, тобто протягом часу Δt *n*-го кроку.

Виходячи з того, що приріст популяції протягом кроку є різницею між народженими та померлими протягом цього часу, можемо записати співвідношення

$$F_{n+1} = F_n + B_{n+1} - D_{n+1}, \text{ n=0, \dots ,} \tag{3}$$

де F_0 - обсяг популяції на початку досліду.

Припустимо, що кількість народжених та померлих залежить виключно від самого обсягу популяції та від кроку, на якому проводиться вимірювання. Тоді можна записати

коефіцієнт народження $b_n = \dfrac{B_n}{F_{n-1}}$, n=1, …

та (4)

коефіцієнт загибелі $d_n = \dfrac{D_n}{F_{n-1}}$, n=1, …, відповідно, інтенсивності народження та смерті на *n* – му кроці (протягом часу Δt *n*-го кроку).

Різницю $r_n = b_n - d_n$ називають **коефіцієнтом приросту** протягом *n*-го кроку.

Якщо коефіцієнт приросту на кожному кроці є постійним, то має місце рівняння

$$F_{n+1} = F_n(1+r) = F_0(1+r)^{n+1}, \text{ де } r = b - d. \qquad (5)$$

Якщо коефіцієнт приросту більший за 0, тобто народження перевищує смертність, то розмір популяції зростає, якщо дорівнює 0, то обсяг популяції залишається незмінною, якщо *r*<0, то популяція вимирає.

Наприклад, амеба ділиться навпіл що 3 години. Побудувати модель зростання кількості амеб за умов необмежених ресурсів та відсутності загибелі, якщо на початку у наявності було 2 амеби.

Так як кожна амеба ділиться навпіл через 3 години, то встановимо крок Δt =3, тобто вимірювання здійснюємо що 3 години. Можна вважати, що амеба за 3 години народжує 2 нових, а сама гине. Отже, на першому кроці з $F_0 = 2$ амеб стало 4, на другому – з 4 – 8 і т.д. Так як на першому кроці народилось 4 амеби і загинуло 2, маємо, $B_1 = 2F_0$, $D_1 = F_0$, $B_2 = 2F_1$, $D_2 = F_1$ і т.д., і можемо записати з (4) $b_1 = \frac{B_1}{F_0} = \frac{2F_0}{F_0} = 2$, $d_1 = \frac{D_1}{F_0} = \frac{F_0}{F_0} = 1$. Виявляється, що коефіцієнти загибелі на всіх кроках дорівнюють 2, а коефіцієнти загибелі – 1, тобто коефіцієнт приросту дорівнює 2-1=1. Остаточно з (5) можна записати співвідношення

$F_{n+1} = F_n(1+1) = 2F_n = F_0 2^{n+1}$. Так як кожен крок дорівнює 3 годинам, а початкова кількість амеб дорівнювала 2, то з (5) має місце співвідношення $F(3(n+1)) = 2 \cdot 2^{n+1}$. Зростання популяції амеб зображено на Рис.2

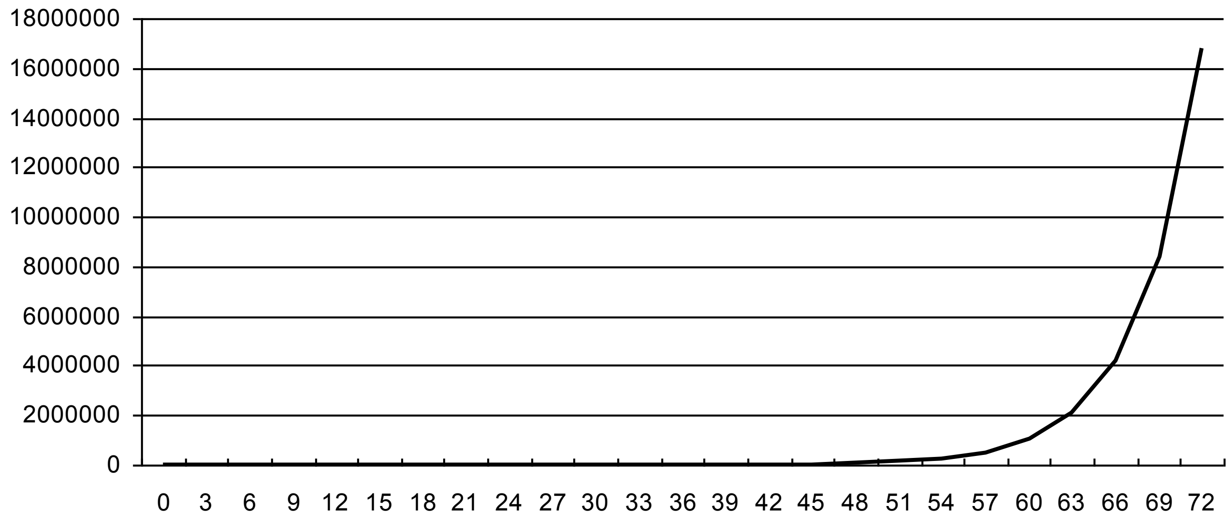

Рис.2. Динаміка зростання популяції амеб за необмежених ресурсів.

Модель Мальтуса зростання популяції при наявній смертності. Модель нескінченного розмноження за наявної смертності, розглянута вище, є різницевою рекурентною моделлю з дискретним часом, тобто вимірювання здійснюються через однакові проміжки часу і спрогнозувати розмір популяції теж можна тільки у визначені моменти часу.

Запишемо рівняння (5) у вигляді, коли моменти послідовних вимірювань відрізняються на час Δt.

$$F(t+\Delta t) = F(t)\cdot(1+r\Delta t), \tag{6}$$

де $r = b - d$ у випадку однакового коефіцієнту зростання для будь-якого моменту часу *t*, *b* – кількість народжених за одиницю часу Δt, *d* – кількість загиблих протягом одиниці часу Δt або інакше

$$F(t+\Delta t) - F(t) = r\Delta t \cdot F(t), \tag{7}$$

Якщо обидві частини рівняння поділити на Δt, то отримаємо

$$\frac{F(t+\Delta t) - F(t)}{\Delta t} = r\cdot F(t),$$

звідки, спрямувавши проміжок часу між спостереженнями Δt до 0, отримаємо диференціальне рівняння Томаса Мальтуса (Thomas Robert Malthus 1766 - 1834) [1]

$$\frac{dF(t)}{dt} = r\cdot F(t), \tag{8}$$

Розв'язком цього диференціального рівняння є експоненційна функція

$$F(t) = Ce^{rt}, \tag{9}$$

де *C* отримують з початкової умови $C = F(0) = F_0$ - обсяг популяції на початку експерименту, тому цю модель називають експоненційною моделлю зростання популяції Т.Мальтуса.

Коефіцієнт *r* називають **біотичним потенціалом**, тобто потенціалом розмноження. Його розмірністю є чистий приріст популяції за одиницю часу.

У різних біологічних видів цей потенціал має різне значення. Наприклад, для Δt=1 рік, у мілких комах, $r\Delta t = 10^{10} - 10^{30}$, у бактерій та одноклітинних – ще більший, у великих ссавців він складає 0,05 – 0,1 (Рис. 3).

Цю модель використовував Ч.Дарвін у своїх розрахунках стосовно потенціальних можливостей зростання різних популяцій. Згідно його розрахункам, наприклад, кількість нащадків однієї пари слонів за 750 років може сягнути 19 млн.

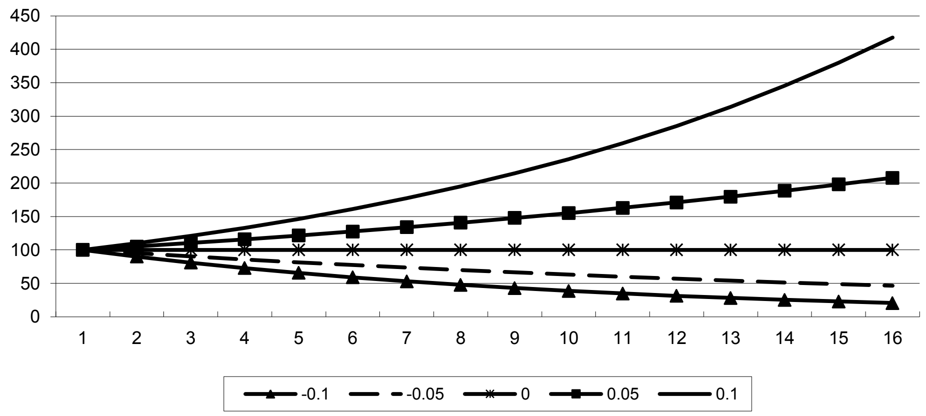

Рис.3. Динаміка зростання популяції у моделі Мальтуса для різних значень біотичного потенціалу *r*.

Для бактерій, які у сприятливому середовищі розмножуються що 20 хвилин, при збереженні таких темпів ділення, потомство всього 1 бактерії за 36 годин зможе утворити обсяг, яким можна буде покрити земну кулю суцільним шаром товщиною у 30 см, а ще за 2 години, його товщина сягне 2 м.

В.В. Налімов (1910-1997), досліджуючи питання наукометрії, сформулював інформаційні моделі процесу розвитку науки, у одній з яких обсяг наукових публікацій має експоненційно зростати згідно моделі Мальтуса, але таке зростання привело б до того, що у людства закінчився б папір та чорнило для статтей.

Модель Мальтуса має низку припущень, які сильно обмежують можливість її використання:

- Існують лише процеси розмноження та загибелі
- Не враховуються біологічні та фізіологічні процеси
- Не має конкуренції між видами
- Існує наявність нескінченної кількості ресурсів для виживання
- Розглядається популяція лише одного біологічного виду

Крім того, біотичний потенціал не змінюється протягом часу, не залежить від обсягу популяції, тобто є постійним.

Для прикладу, можемо розглянути модель зміни популяції населення України. Припустимо, що населення України змінюється за однією з наведених вище моделей нескінченного експоненційного зростання або ж за моделлю Мальтуса.

Модель експоненційного росту: якщо покласти, що параметр *r* є постійним і взяти за еталонний 1993 рік (тобто той, за яким буде розраховуватись параметр *r*), то отримаємо, що $R = B - D$ можна обчислити як різницю серед народжених та померлих у 1993 році громадянах України [4], тобто *R*=557500–741700=–184200, а *r* відповідно має значення $r = \frac{-184200}{51870400} \approx -0.00355$, що за формулою (5) при початковому обсязі популяції у 1993 році 51870400 осіб у 2013 мало б складати 48 136 525, хоча за даними держкомстату воно складало 45 372 700 осіб.

У моделі Мальтуса аналогічним чином розраховується параметр $r \approx -0.00355$, а саму популяцію можна обчислити за формулою (9), що дасть у 2013 році за моделлю обсяг 48 314 182 осіб (*t*=2013-1993=20).

На перший погляд, ці дві останні моделі досить близько описують реальну зміну популяції і за ними у 2493 році населення України має становити 8 758 362 та 8 786 084 відповідно, але, перш за все, ми просто "вдало" обрали еталонний рік. Наприклад, якщо початковим роком обрати 1990 з населенням 51556500 громадян та приростом 27600, то за цими моделями населення України становило б у 2013 році 52111316 та 52111466 осіб відповідно при $r \approx 0.000535$.

З іншого боку, навіть якщо припустити закономірність вибору еталонним роком 1993 з якихось інших міркувань, то за моделлю Мальтуса у 1893 році населення, що проживало на території України мало б становити 73 985 130 осіб, що є нісенітницею, навіть з врахуванням втрат у війнах.

Висновок. Таким чином, розглянуті базові моделі динаміки обсягу популяції без зовнішнього впливу та міжвидової конкуренції можуть використовуватись за певних умов, але є дуже спрощеними і не є універсальними. З іншого боку вони можуть виступати основою або частиною та компонентою більш складних моделей.

Усвідомлення цих моделей дає можливість надалі ефективно їх використовувати, адже процеси поширення інформації, впливу тісно пов'язані з моделями динаміки обсягу популяції.

Розвиток моделей, які можна використовувати у соціології і є метою подальших досліджень.

Список використаних джерел:

1. T. Malthus. An Essay on the Principle of Population // Malthus, Thomas Robert / [Текст, електронний ресурс].- London, J. Johnson, in St. Paul's Church-yard, 1798. Режим доступу: http://www.econlib.org/library/Malthus/malPop.html
2. Бендукидзе А.Д. Золотое сечение // Бендукидзе А.Д./ [Текст, електронний ресурс], М. Квант.- 1973, №8, С 22-27. Режим доступу: http://kvant.mccme.ru/1973/08/zolotoe_sechenie.htm
3. Воробьёв Н. Н. Числа Фибоначчи. Популярные лекции по математике. [Текст]- М. "Наука" 1978 г., 144 стр.
4. Держкомстат України [Електронний ресурс] Режим доступу: http://ukrstat.gov.ua/operativ/operativ2007/ds/nas_rik/nas_u/nas_rik_u.html
5. Джери Д., Джери Дж. Большой толковый социологический словарь. Collins. // Дэвид Джери, Джулия Джери/ Том 1 [Текст].- М., Вече-АСТ.- 2001, 544 с.
6. Плотинский Ю.М. Модели социальных процессов: Учебное пособие для высших учебных заведений. [Текст] - Изд. 2-е, перераб. и доп. - М.: Логос, 2001.-296 с.: ил. ISBN 5-94010-045-7
7. Самарский А.А., Михайлов А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. [Текст]- 2-е узд., испр.- М.:Физматлит, 2001.- 320с.-ISBN 5-9221-0120-X

Отримано 15.02.2014 р.

УДК [37.014.5::372.83][316]

Цимбал Т.В. °

Київський національний університет імені Тараса Шевченка, факультет соціології, кандидат соціологічних наук, асистент кафедри теорії та історії соціології

ЦІЛІ ТА ОСОБЛИВОСТІ ВИКЛАДАННЯ СОЦІАЛЬНОЇ АНТРОПОЛОГІЇ СТУДЕНТАМ СПЕЦІАЛЬНОСТІ «СОЦІОЛОГІЯ» В УКРАЇНІ

У статті обґрунтовано завдання вищої освіти України з огляду на поточне міжнародне становище країни, перспективи його динаміки та внутрішні трансформаційні процеси. До їх переліку входять: формування критичного мислення, здатність до професійного діалогу на світовому рівні, творчий підхід до професійної діяльності, вміння пов'язувати теорію й практику, прагматична налаштованість на знання та усвідомлення потреби коренізувати будь-яке запозичене знання. Відповідно до цих завдань продемонстровано потенціал соціальної антропології як навчальної дисципліни для покращення підготування фахівців-соціологів, а також запропоновано відповідну концепцію викладання цієї дисципліни студентам-соціологам.

***Ключові слова**: соціальна антропологія, викладання у ВНЗ, підготування фахівців-соціологів, завдання вищої освіти України*

В статье обосновываются задания высшего образования Украины с учетом настоящего международного положения страны, перспектив его динамики и внутренних