

## **КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ РОЗПОВСЮДЖЕННЯ РІДКИХ ЗАБРУДНЕНЬ НА ТЕХНОГЕННО НЕБЕЗПЕЧНИХ ОБ'ЄКТАХ**

Високий рівень техногенного навантаження на довкілля України викликав суттєву зміну гідрологічних, геохімічних умов, що в районах з високою концентрацією техногенних об'єктів призводить до порушення екологічної ситуації.

Аналіз та узагальнення інформації пор динаміку якості ґрунтів та підземних вод показує, що, незважаючи на локальний характер забруднення, воно має вплив на екологічний стан всього регіону.[1] Отже, попередження забруднення, розробка заходів щодо відновлення якості ґрунтів та підземних вод є важливою актуальною задачею.

Одним з підходів до вирішення даної проблеми є використання математичних моделей, які у вигляді диференційних, інтегральних та диференційно-інтегральних рівнянь описують фізико-хімічні явища, що відбуваються при забрудненні або відновленні ґрунтів та підземних вод.

При побудові полів розповсюдження забруднюючої рідини використовували модельні рівняння, що описують фільтрацію рідини у пористому середовищі. Але на території України значна кількість техногенно небезпечних об'єктів (до 40%) розташована в районах з тріщинувато-пористою структурою ґрунту. Згідно лабораторних досліджень було виявлено, що фільтраційні властивості такого середовища значною мірою змінюються (так, наприклад, значно зростає швидкість розповсюдження рідини, змінюється розподіл речовини у середовищі). Таким чином, виникає необхідність побудувати математичні моделі, які описують фільтрацію рідини у пористому середовищі з урахуванням його специфіки. Були запропоновані різні моделі: континуальна модель для нафтових резервуарів ([2]), стохастична модель ([3]), модель розподіленої мікроструктури ([4]). Головними недоліками даних моделей є: їх явна залежність від геометричних особливостей середовища, від типу рідини, проблеми при визначенні фізичних параметрів моделей. Все це ускладнює застосування запропонованих моделей у системі ефективного державного екологічного моніторингу, який потребує універсальну адекватну модель з параметрами, що легко задаються або визначаються за результатами спостережень.

Тріщинувато-пористе (або шпаристе) середовище складається з пористих блоків з кінцевою проникністю, розділених розвиненою системою тріщин. В результаті цього, навіть при самому незначному обсязі тріщин у загальному обсязі порожнин у твердому тілі, вони можуть здійснювати визначальний вплив на характер руху рідини.

При побудові математичної моделі використовувались такі припущення: для фільтрації рідини виконується закон Дарсі (ламінарна філь-

трація); фільтрація відбувається у пружному режимі. Тоді, розглядаючи одночасно процеси фільтрації в пористих блоках та тріщинах, використовуючи закон збереження маси рідини та закон Дарсі, отримаємо математичне рівняння, що описує процес фільтрації рідини у тріщинувато-пористому середовищі під дією зовнішнього впливу.

$$\begin{aligned} \frac{\partial p_1}{\partial t} - \eta \frac{\partial}{\partial t} \operatorname{div} \operatorname{grad} p_1 - \chi \operatorname{div} \operatorname{grad} p_1 &= f, \\ - \left( \frac{k_\beta}{\mu} \frac{\partial p_\beta}{\partial x} + \eta \gamma_0 \frac{\partial^2 p_\beta}{\partial t \partial x} \right) \Big|_{x=0} &= 0, \quad - \left( \frac{k_\beta}{\mu} \frac{\partial p_\beta}{\partial x} + \eta \gamma_0 \frac{\partial^2 p_\beta}{\partial t \partial x} \right) \Big|_{x=L} = 0, \\ u|_{t=0} &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

Тут використані такі позначення

$$\chi = \frac{k_1}{\mu(\beta_{c_2} + m_0\beta)}, \quad \eta = \frac{k_1}{\alpha}$$

$p_1$  – тиск рідини у тріщинах,

$\beta$  – коефіцієнт стисливості рідини,

$\beta_{c_2}$  – коефіцієнт стисливості блоків,

$\mu$  – в'язкість рідини,

$m_0$  – величина пористості блоків при стандартному тиску,

Коефіцієнт  $\chi$  є коефіцієнтом пьезопроводності тріщинувато-пористого середовища, він залежить від проникності системи тріщин  $k_1$ , пористості та стисливості блоків.

Коефіцієнт  $\eta$  – це нова специфічна характеристика тріщинувато-пористої породи. При  $\eta \rightarrow 0$ , що відповідає зменшенню блоків та зростанню ступеня розвиненості тріщинуватості породи, рівняння прямує до звичайного рівняння фільтрації при пружному режимі.

Безрозмірний коефіцієнт  $\alpha$ , який характеризує інтенсивність обміну рідини блоків та тріщин, залежить від проникності блоків  $k_2$  та ступеня тріщинуватості породи, в якості міри якої можна взяти питому поверхню тріщин  $\sigma$ , тобто поверхню тріщин що приходить на одиницю об'єму  $\sigma \sim \frac{1}{L}$ .

Одержане рівняння належить до неklasичних рівнянь математичної фізики, оскільки не розв'язане в явному вигляді відносно старших похідних по часу. Це рівняння псевдопараболічного типу. Для цієї системи доведене існування та єдиність узагальненого розв'язку. [5]

Для вирішення даного питання будемо використовувати метод, заснований на кінцево-різницевій схемі.

Проведемо дискретизацію часової  $t$  та просторової  $x$  осей координат. Позначимо кроки дискретизації  $h_x, h_t$ . Тоді  $t = ih_t, i = 1, \dots, N_t; x = jh_x, j = 1, \dots, N_x$ . Таким чином, ми ввели сітку на області дії рівняння. Визначимо  $v_{i,j} = p_\beta(t_i, x_j)$ . Тоді, використовуючи кінцево-різницеву схему, що призводить до апроксимації нашого рівняння на введений сітці, одержимо систему співвідношень

$$v_{i,j} = \gamma_0 \frac{v_{i+1,j} - v_{i-1,j}}{2} - \left[ \left( \eta \gamma_0 \left( \frac{h_t}{h_x} \right)^2 \frac{\left( v_{i+1,j+1} - 2v_{i+1,j} + v_{i+1,j-1} \right) - \left( v_{i,j+1} - 2v_{i,j} + v_{i,j-1} \right)}{h_t} \right) + \left( \frac{h_t}{h_x} \right)^2 \frac{k_\beta}{\mu} (v_{i,j+1} - 2v_{i,j} + v_{i,j-1}) \right]. \quad (2)$$

$$v_{0,j} = 0, j = \overline{1, N_x}, \quad v_{i,0} = v_{i,1}, v_{i,N_x} = v_{i,N_x-1}, i = \overline{1, N_t - 2}$$

Запропонована система співвідношень представляє собою матричний варіант моделі, що розглядається. Для реалізації даного матричного варіанту існують досить ефективні методи розв'язку лінійних рівнянь.

Дана методика була застосована при комп'ютерному моделюванні розповсюдження пролитих нафтопродуктів внаслідок виникнення аварійної ситуації. На рис. 1 відображена ситуація в початковий момент, коли більшість рідини була сконцентрована біля джерела забруднення – зруйнованого резервуару з нафтою (умовно  $T=1$ ). Після досить тривалого часу внаслідок процесів фільтрації речовина поступово перемістилася в області, що віддалені від джерела забруднення. На рис. 3 зображений результат розповсюдження речовини від постійного точкового джерела забруднення.

Таким чином, використання математичної моделі (1) разом з кінцево-різницевою схемою (2) для дослідження процесів розповсюдження рідких забруднень у геологічному середовищі дасть змогу швидко, за час розв'язання задачі на ЕОМ, точну кількісну інформацію про об'єкт техногенної безпеки, уникаючи при цьому характерних для натурних випробувань матеріальних та трудових витрат;

### Література

1. Національна доповідь. – 2000 р.
2. Arbogast T. Analysis of the simulation of single phase flow through a naturally fractured reservoir //SIAM J. Numer Anal. – 1989 – 26. – P.12-29.
3. Лукнер Л.В., Шестаков М.П. Моделирование миграции подземных вод. – М.: Недра, 1986. – 206 с.
4. Clark G.W., Showalter R.E. Fluid flow in a layered medium //Quarterly of Applied Mathematics. – 1994. – №4. – P.777-795.
5. Ляшко И.И., Ляшко С.И., Томашевская Т.В. Приближенный метод решения псевдопараболических уравнений. //Доповіді АН України. Сер. Математика, природознавство, технічні науки, 1994. – №9. – С.56-64.

Получено: 16.11.2002

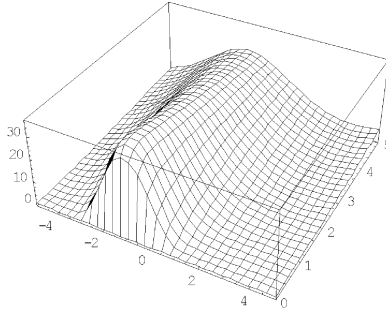


Рис. 1 – Поле розповсюдження забруднювача в умовний час  $T = 1$ .

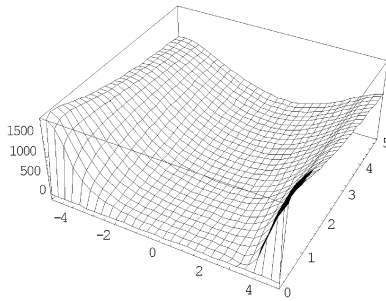


Рис. 2 – Поле розповсюдження забруднювача в умовний час  $T = 40$ .

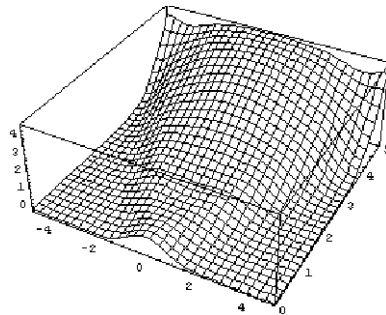


Рис. 3 – Поле розповсюдження речовини при постійному джерелі забруднення.