

ПРИНЯТИЕ РЕШЕНИЙ И “АДАПТИВНОЕ МЫШЛЕНИЕ”.

Введение

Принятие решений всегда связано с наличием *наблюдателя* и *объекта наблюдения*. Классическая постановка задачи в *системах принятия решений* – это *выбор состояния* системы из множества *альтернативных состояний*. Задача системы принятия решений на основании входных событий $a \in A$ перейти в одно из возможных состояний $i \in I$.

Наиболее распространенные *детерминированные* (не вероятностные) подходы решения задачи принятия решений (задача ПР) – это синтез *функций выбора* $C(I, A)$ [1], а также теория полезности и ее реализация в виде бинарных отношений предпочтения [2].

Следует отметить, что даже “хорошо” ведущие себя функции выбора могут не порождаться простой оптимизацией по функциям или бинарным отношениям. Для описания таких функций, в частности, и решения проблемы принятия решений, вообще, привлекаются такие структуры как *многочленные отношения* или *гиперотношения*, а также *параметрические функции отношений*.

В природе задача принятия решений решена в *самоорганизующихся системах* в виде механизма *адаптации* к условиям внешней среды. Основная цель таких систем – на основе *внутренних возможностей*, используя *внутренние предпочтения (интересы)*, добиться *устойчивости* как *необходимости существования*. Максимум *устойчивости* характеризует *показатель живучести* системы. Он реализуется на основе принципа *наименьшего действия*. Здесь под *действием* понимается *любое преобразование*. Таким образом, *минимум действий* и есть *максимум устойчивости*.

Таким образом, под *адаптивным мышлением* принятия решения понимается *совокупность возможностей, интересов и необходимости*, основанных на принципе *наименьшего действия* [3].

Современный подход к решению задачи принятия решений – это использование *адаптивного мышления* *самоорганизующихся систем*.

В *самоорганизующихся системах* принятие решений реализуется методом *максимального упрощения организации*. Это упрощение физически реализуется, например, в *колониях нейронов*, которые одновременно являются *памятью* и *процессором системы*.

Колонии нейронов - это *полугруппы бинарных отношений* (S, \cdot) . При этом все множества состояний системы – это множества отношений эквивалентности (симметричные, рефлексивные и транзитивные отношения) $\rho \in S$, а выбор состояний осуществляется множеством бинарных

отношений предпочтения (антисимметричные отношения) $\pi \in \mathbf{S}$. Здесь (\cdot) – композиция бинарных отношений. Бинарные отношения – суть булевы матрицы.

Композиция бинарных отношений $r_1, r_2 \in \mathbf{S}$ на символах $\omega_1, \omega_2 \in \mathbf{A}$ определяется как

$$r_1 \bullet r_2 = \{(\omega_1, \omega_2) : \exists \omega_3 \in \mathbf{A}, (\omega_1, \omega_3) \in r_1, (\omega_3, \omega_2) \in r_2, \}.$$

В матричном представлении – это произведение матриц.

Это *единственная* операция, которая дает все множество преобразований и адаптационных решений.

Таким образом, самоорганизующиеся системы реализуют принцип наименьшего действия в виде внутренней организации одного объекта – полугруппы бинарных отношений. Этот объект одновременно характеризует свойства, память и процессор системы.

Как видно из вышесказанного, постановка задачи принятия решений в самоорганизующихся системах в общем случае отличается от классической. Это *выбор множества* наиболее “интересных” для системы решений (состояний) исходя из возможностей адаптации (“различимости” по состояниям) в соответствии с *необходимостью*, которая продиктована внешней средой. Реализация принятого решения производится в сформированной *полугруппе бинарных отношений*.

Задача настоящей статьи - формализовать определения категорий адаптивного мышления (возможности, интересы и необходимость) в терминах категорий алгебраической теории полугрупп, а также определить их количественные характеристики.

Решение данной задачи позволит создать *алгебраическую теорию адаптивного мышления* и на ее основе создать новое поколение систем принятия решений и систем управления (действия), подобные самоорганизующимся.

Самоорганизация и действия

При рассмотрении самоорганизующихся систем в природе “бросается в глаза” структурная организация, основанная на принципе подобия. Например, подобие роста пространственных фигур типа треугольник, квадрат в кристаллах, подобие роста “органов” живых систем, основаны на понятии *гномона* [4]. Под гномоном понимается фигура, которая, будучи добавлена к иной фигуре, дает фигуру подобную исходной.

Принцип подобия – это реализация устойчивости преобразования на основе принципа наименьшего действия (*регулярность действия*) в топологии (геометрических структурах). Это выбор минимально рискованной стратегии преобразования.

Примерами регулярности действия являются также хорошо известные самоподобные фракталы, типа снежинки Коха, ковра Серпинского, а также фракталы типа множеств Жюлиа и Мандельброта и др. [5].

Очевидно, данная регулярность основана на возможностях системы, ее интересах и необходимости проведения устойчивых действий.

Эту способность относительно преобразования материального мира будем называть *адаптивным мышлением действия*.

Адаптивное мышление принятия решений и адаптивное мышление действия основаны на одних и тех же принципах. В дальнейшем мы их будем называть *адаптивным мышлением* или просто *мышлением*.

Адаптивное мышление и принцип наименьшего действия

Пусть имеется иерархическая система. При этом ее можно разделить на следующие ступени иерархии: совокупность нижних ступеней иерархии (внутрисистемные), ступень иерархии системы (текущая ступень), верхние ступени иерархии (внесистемные).

Возможности мышления характеризуют материализованные характеристики принципа наименьшего действия нижних ступеней иерархии.

Интересы мышления – это материализованный в характеристиках системы принцип наименьшего действия текущей ступени иерархии.

Необходимость – суть влияние материализованных принципов наименьшего действия высших ступеней иерархии на текущую ступень.

Таким образом, возможности, интересы и необходимость – суть материализованные принципы наименьшего действия различных ступеней иерархии системы.

Следовательно, адаптивное мышление – это взаимодействие принципов наименьшего действия различных ступеней иерархии.

Адаптивное мышление и бинарные отношения

Возможности мышления можно определить как информационную базу, сформированную всеми нижними (внутренними) ступенями системы. Это множество, которое характеризует “память” системы или накопленную на нижних ступенях устойчивость, зафиксированную во внутренних связях.

Таким образом, возможности мышления можно определить как совокупность всех устойчивых связей нижних ступеней иерархии. А так как каждая такая связь определяет “эквивалентность” (безразличие) между элементами (состояниями), то это - множество бинарных *отношений безразличия* (симметричные и рефлексивные бинарные отношения).

Интересы можно определить как множество функций преобразования системы. Они преобразуют текущее состояние системы в состояние системы в следующий момент времени. Следовательно, их можно выразить в бинарных отношениях следования. Так как отношения следования определяют строгий порядок между элементами (состояниями) системы, то это - множество *отношений строгого предпочтения* (антисимметричные и антирефлексивные отношения).

Необходимость мышления системы – суть достижение той или иной формы устойчивости при взаимодействии с внешней средой. Это либо

пространственная, либо временная регулярность. Это внутренняя устойчивость (возможности), совмещенная с интересами системы. Так как возможности суть отношения безразличия, а интересы – отношения строго предпочтения на одних и тех же элементах - на состояниях системы, то данное совмещение – это суперпозиция возможностей и интересов мышления. Следовательно, необходимость – это объединение отношений безразличия и строгого предпочтения (в матричном выражении - объединение булевых матриц). Объединение отношений безразличия и строгого предпочтения дает множество *отношений слабого предпочтения*.

Адаптивное мышление и полугруппы

Для реализации адаптивного мышления основным природным инструментом кроме бинарных отношений являются полугруппы.

Это связано с тем, что разворачивание дискретных событий во времени реализуется в виде последовательностей на множестве символов a алфавита A . Любая конечная последовательность символов определяет слово $\omega \in \Sigma A$. На множестве ΣA реализуется бинарная операция (\bullet) присоединения символов и слов $\omega_1 \bullet \omega_2 = \omega_1 \omega_2$. Эта операция ассоциативна и $(\Sigma A \bullet)$ – суть свободная полугруппа на множестве A . В дальнейшем полугруппа будет просто обозначаться ΣA .

Наблюдателю, использующему адаптивное мышление, *необходимо* иметь множество отображений Φ свободной полугруппы ΣA в полугруппы бинарных отношений.

Необходимость является следствием следующего. Пусть $\varphi \in \Phi$ и $\varphi : \Sigma A \rightarrow S$ – гомоморфизм свободной полугруппы ΣA в полугруппу S . Так как свободные полугруппы ΣA – суть проявление тех или иных свойств объектов наблюдения, то полугруппы бинарных отношений S – суть отображения $\varphi \in \Phi$ этих свойств в системе адаптивного мышления. Таким образом, наличие полугруппы ΣA влечет за собой отображения $\varphi \in \Phi$ этой полугруппы в полугруппы бинарных отношений S .

На этом же основано понятие копредставления [6] свободной полугруппы, которое определяет *соответствие* слов $\omega_1 = \omega_2$ *относительно* отображения их на полугруппу S .

Из того, что адаптивное мышление – это полугруппы бинарных отношений, следует, что возможности – суть элементы и полугруппы бинарных отношений безразличия.

Интересы – это полугруппы отношений строгого предпочтения.

Необходимость – суть полугруппы отношений слабого предпочтения.

Основные определения

С учетом всего вышесказанного можно дать полные определения основных категорий адаптивного мышления.

Возможности – это материализованный в *бинарных отношениях безразличия* принцип наименьшего действия нижних ступеней иерархии системы.

Интересы – суть материализованный в *полугруппах отношений строгого предпочтения* принцип наименьшего действия текущей ступени иерархии системы.

Необходимость – суть материализованный в *полугруппах отношений слабого предпочтения* принцип наименьшего действия системы относительно высших ступеней иерархии.

Необходимость в свою очередь является отношением частичного безразличия для формирования возможностей высших ступеней иерархии, связанных с данной системой.

Адаптивное мышление – суть полугруппа бинарных отношений, реализующая принципы наименьшего действия различных ступеней иерархии.

Количественные характеристики возможностей, интересов и необходимости

Определим *количественную характеристику возможностей ступени иерархии* системы как “*меру*” *неопределенности* принятия решений (действия).

Для формализации данной характеристики определим:

1. понятие состояния i системы;
2. вероятности перехода p_i в состояние i ;

Состояния системы это - множества, которые хранятся в бинарных отношениях эквивалентности. “Мера” неопределенности – суть математическое ожидание прихода информации от перехода системы в состояние i .

Если известна вероятность p_i перехода системы в состояние i , то характеристика возможностей E равна:

$$E = - \sum_i p_i \log p_i$$

Интересы ступени иерархии (доходы) – суть ограничения на состояния системы, вырабатываемые системой в процессе обучения. Они формируются как подполугруппы строгих предпочтений. Подполугруппы образуют решетку по включению в полугруппу. Ограничения – это *статусы* подполугрупп. Статусы подполугрупп порождаются этим упорядочением.

Пусть статус подполугруппы i равен a_i .

Тогда характеристика интересов D ступени иерархии равна математическому ожиданию статусов выбранных подполугрупп бинарных отношений:

$$D = \sum_i p_i a_i$$

Необходимость (живучесть) выражается в формировании максимальной устойчивости. Это максимизация характеристик возможностей и интересов.

$$A = \max(D + E)$$

Решения принимаются в рамках детерминированных состояний, хотя полученные характеристики – суть информационные параметры системы, выраженные через статистические и статусные оценки.

Принятие решения – суть определение множества состояний системы вместе со статистическими p_i и статусными a_i оценками, реализованными в сформированном текущем строении подгруппы бинарных отношений системы.

Данное строение существенно зависит от начальных условий преобразования. Таким образом, принятие решений в рамках адаптивного мышления – суть хаотический процессор. Его основной особенностью является реализация оперативной памяти, свойств объектов внешнего мира (долговременной памяти) и преобразования в одном внутреннем объекте - подгруппе бинарных отношений.

Задача системы - повышение своих возможностей. Она сводится к увеличению числа связей между элементами системы. А так как каждая связь характеризует эквивалентность либо толерантность (симметричные и рефлексивные отношения) - то к увеличению числа бинарных отношений безразличия.

Заключение

В настоящей статье формализованы основные категории адаптивного мышления: возможности, интересы и необходимость.

Проведен анализ физических особенностей категорий с точки зрения принципа наименьшего действия.

Проведен анализ особенностей категорий как бинарных отношений.

Проведен анализ особенностей категорий как подгрупп бинарных отношений.

Формализованы определения адаптивного мышления и его категорий в категориях алгебраической теории подгрупп.

Получены количественные характеристики возможностей, интересов и необходимости адаптивного мышления.

Предложен подход для построения систем принятия решений и систем управления, основанный на адаптивном мышлении самоорганизующихся систем. Принятие решений адаптивным мышлением осуществляется в рамках детерминированных состояний, хотя полученные характеристики – суть информационные параметры системы, выраженные через вероятностные и статусные оценки.

Использование адаптивного мышления для принятия решений позволит создать поколение хаотических процессоров.

Построение систем принятия решений на основе адаптивного мышления позволяет создавать новые поколения процессорных систем управления

ния, основанное на принципах живучести самоорганизующихся систем при совмещении памяти системы и процессорной обработки в одном объеме полугруппе бинарных отношений.

Новое поколение процессорных систем управления может быть использовано в системах безопасности для железнодорожного транспорта, системах контроля и управления на ядерных электростанциях, системах космической техники и т.п.

Литература

1. Малишевский А.В. Качественные модели в теории сложных систем. – М.: Наука. Физматлит. 1998.- 528 с.
2. Фишберн П. Теория полезности для принятия решений. - М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. 1978.- 352 с.
3. Svetlichny V.I. Dynamics and Thinking of Social Systems. In Book: Advances in soft Computing. Hybrid Information Systems. Physica-Verlag. Springer Verlag Company. 2002. p.724-732.
4. Газале М. Гномон. От фараонов до фракталов. М. - Ижевск. Институт компьютерных исследований, 2002.- 272 с.
5. Кроновер Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах. Основы теории. М: Постмаркет, 2000.- 352 с.
6. Лаллеман Ж. Полугруппы и комбинаторные приложения. М.: Мир, 1985.- 440 с.