УДК 621.924.229.86

А.А. Стенин, В.П. Пасько, Т.А. Лихоузова

НАСТРОЙКА МНОГОМЕРНОГО ПИД-РЕГУЛЯТОРА ДЛЯ СИСТЕМ С НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

Введение

На практике при построении систем управления часто не требуется построение точных моделей процессов и определение их параметров. Задача состоит лишь в настройке регулятора процесса. В одномерном случае эта задача достаточно проста. В частности, она может быть частично решена с помощью метода Зиглера-Никольса [2]. В то же время методы настройки многомерных ПИД-регуляторов не получили достаточного внимания. В работах Дэвисона [1] предложен метод настройки только ПИ-составляющей ПИД-регулятора при подаче ступенчатых возмущений и входных эталонных сигналов. В данной статье предлагается процедура настройки робастного многомерного ПИД-регулятора в процессе простых экспериментов, которые можно проводить непосредственно на технологических объектах.

Постановка задачи

Рассмотрим линейную стационарную устойчивую динамическую систему:

$$\dot{\bar{x}} = A\bar{x} + B\bar{u} + E\bar{z};$$

$$\bar{y} = C\bar{x} + F\bar{z}; \tag{1}$$

$$\bar{e} = \bar{y}_{эт}C\bar{x} - F\bar{z};$$

где $\bar{x} \in R^n, \bar{u} \in R^m, \bar{e} \in R^k, \bar{z} \in R^q$ – соответственно векторы состояния, управления, ошибки и помехи. Матрицы A, B, C, D, E, F постоянны, но неизвестны и имеют соответствующую размерность. Сигналы управление и выходной сигнал системы $\bar{y} \in R^m$ могут быть измерены. Известны также эталонные значения сигнала $\bar{y}_{эт}$.

Многомерный ПИД-регулятор для системы (1), как известно [1], имеет вид:

$$\bar{u} = K_p\bar{e} + K_I\bar{v} + K_D\dot{\bar{e}};$$

$$\dot{\bar{v}} = \bar{e}, \tag{2}$$

где $\bar{v} \in R^m$, матрицы K_P, K_I, K_D – постоянные, имеют соответствующую размерность и являются коэффициентами пропорциональной, интегрирующей и дифференцирующей частей.

 ISSN 1562-9945

Таким образом, необходимо определить робастный многомерный ПИД-регулятор (2) для системы (1) так, чтобы асимптотическое регулирование осуществлялось для всех постоянных эталонных сигналов $\bar{y}_{эт}$ и для всех постоянных возмущений $\bar{z}$.

Синтез структуры робастного ПИД-регулятора

Согласно [1] коэффициент И-части может быть определен как:

$$K_I = \varepsilon (CA^{-1}B)^{\uparrow}, \qquad (3)$$

где ε – скалярный регулирующий параметр. Данный регулятор декомпозирует систему (1) по устойчивым состояниям. В действительности, заметим, что $(CA^{-1}B)$ есть точно переданная функциональная матрица при нулевой частоте. Коэффициент П-части имеет вид:

$$K_P = (CB)^{\uparrow} L_1, \qquad (4)$$

где L_1 – диагональная матрица настройки. Данный регулятор декомпозирует систему (1) для малых t. Знак $\uparrow$ в формулах (3) и (4) обозначает операцию псевдоинверсии, которая для некоторой прямоугольной матрицы G определяется как:

$$G^{\uparrow} = G^T (GG^T)^{-1}. \qquad (5)$$

Коэффициент K_D Д-части ПИД-регулятора предлагается выбирать как:

$$K_D = (CB)^{\uparrow} M_1, \qquad (6)$$

где M_1 – диагональная матрица настройки. При этом выбор K_D осуществляется вычислением передаточной функции между выходом $\bar{y}$ и эталонным сигналом $\bar{y}_{эт}$, когда $\bar{u} = K_D \dot{\bar{e}}$, причем величина K_D должна быть малой.

Действительно, в операторной форме выход Y имеет вид:

$$Y = C(sI - A + sBK_DC)^{-1} sBK_D Y_{эт}. \qquad (7)$$

Разложим (7) в ряд для больших s

$$Y = \frac{1}{s} C(I + BK_DC)^{-1}(I + \frac{I}{s} + \ldots) sBK_D Y_{эт}$$

Если $\|K_D\|$ является малой величиной, то

$$(I + BK_DC)^{-1} \approx I,$$

а, значит, согласно формуле (6):

$$Y \approx CBK_D Y_{эт} \qquad (8)$$

является результирующим для выбора K_D. Введением K_D можно понизить коэффициенты K_P и K_I.

Для определения матриц $CA^{-1}B$ и CB предполагаем, что возмущение $z \equiv 0$ и начальные условия $\bar{y} \in R^k$. Конечно, это не является ограничением, так как условие $\bar{x}(0) = 0$ означает, что мы должны подождать до тех пор, пока не наступит установившийся режим. Далее предлагается следующий алгоритм определения матрицы CB. Сначала вычисляем производную от выходного сигнала $\bar{y}$ при $t = 0$ и используя (1), получаем:

$$\dot{\bar{y}} = C\dot{\bar{x}} = CA\bar{x} + CB\bar{u} = CB\bar{u}_{(}\boldsymbol{npu}_t = 0) \tag{9}$$

Шаг 1. Пусть $\bar{u}(t) = 0$ и после того, как будет достигнуто $\bar{y}(\infty) = 0$, выбираем $\bar{u}(t) = \bar{u}_1 (\neq 0)$ и подаем на объект. Тогда $\dot{\bar{y}}(0) = \dot{\bar{y}}_1 = CB\bar{u}_1$. От соответствующей реакции на скачок $\dot{\bar{y}}_1$может быть вычислено графически.

...

Шаг m. Повторяем шаг 1 с постоянным управлением $\bar{u}_m$, которое линейно зависит от $\bar{u}_1, \bar{u}_2, \ldots \bar{u}_{m-1}$. Тогда $\dot{\bar{y}}(0) = \dot{\bar{y}}_m = CB\bar{u}_m$.

В результате получаем:

$$CB = [\dot{\bar{y}}_1, \dot{\bar{y}}_2, \ldots \dot{\bar{y}}_m][\bar{u}_1, \bar{u}_2, \ldots \bar{u}_m]^{-1}$$

Аналогичным образом можно определить матрицу $(CA^{-1}B)$, которая при использовании указанного выше алгоритма принимает вид:

$$CA^{-1}B = [\bar{y}_1, \bar{y}_2, \ldots \bar{y}_m][\bar{u}_1, \bar{u}_2, \ldots \bar{u}_m]^{-1}$$

Из полученных матриц можно сформировать искомые прямоугольные матрицы коэффициентов робастного регулятора соответствующей размерности.

Окончательная настройка параметров осуществляется с помощью диагональных матриц L_1 и M_1, после чего регулирующий параметр ε может быть легко найден из переходных (ступенчатых) реакций.

Предложенный алгоритм настройки параметров робастного ПИД-регулятора позволяет ускорить процесс регулирования, уменьшить перерегулирование и улучшить процесс стабилизации динамических характеристик.

Литература

1. E. I. Davison. IEEE Trans. on Automatic Control. Vol. AC-21 1 p.p. 110-118 1976 Multivariable Tuning Regulators.
2. В. Я. Ротач. Расчет динамики промышленных автоматических систем регулирования. Энергия, М. 1973 г., 394с.

 ISSN 1562-9945