

ОПТИМІЗАЦІЯ РЕЖИМІВ АКТИВНОЇ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИНАМІЧНИХ ОБ’ЄКТІВ

Вступ

Побудова математичної моделі (ідентифікація) досліджуваного об’єкта (ДО) є важливою складовою системного підходу при вирішенні задач керування, контролю параметрів, моделювання і прогнозування стану об’єкта. Існує [1] два підходи до ідентифікації: апроксимативний і параметричний. Першому відповідає нескінченна множина рішень (або типів моделей). Другий пов’язаний з більш складною задачею: для заданої структури математичної моделі (ММ), яка наближено відповідає фізиці процесів в ДО слід якомога точніше визначити всі чи частину параметрів (коефіцієнтів) ММ. Це, наприклад, визначення коефіцієнтів ММ руху літака, ракети, електро-енерго-агрегатів, технологічних, економічних процесів (моделі Кантаровича, Ємельянова) та багато інших важливих задач контролю фізичних параметрів ДО по коефіцієнтам ММ, що визначається шляхом активного експерименту на ДО. Найбільшу складність для оптимального планування експерименту являють динамічні ДО. Тут бажаний результат досягається шляхом послідовного уточнення ММ і експерименту. Такий процес збігається, якщо параметри апріорної моделі достатньо точні, щоб оптимальний для них план першого експерименту дозволив уточнити параметри ММ відносно їх апріорних значень. Тоді, після декількох ітерацій, отримаємо дійсно оптимальний для ОД план і, як наслідок, результат. Апріорна невизначеність параметрів ММ ДО вимагає спрощених тестуючих впливів на ДО. Такими впливами по входу ДО може бути послідовність з 2–3 імпульсів трапецеївидної форми. Часові інтервали між імпульсами є змінними, які оптимізують показник якості експерименту.

Показник якості експерименту.

Якщо функціонал якості визначення параметрів моделі $I(\beta)$ має “ривчаковий” характер, тобто не є строго випуклим і в окремих напрямках має дуже малі зміни, то система, з якої визначаються відхилення $\Delta\beta$ від апріорно заданих параметрів

$$I''(\beta_*) \cdot \Delta\hat{\beta} = -I'(\beta_*), \quad (1)$$

де I'' – друга, а I' – перша похідні від I по $\hat{\beta}$ в точці β_* , буде погано обумовлена. Рішення системи (1)

$$\hat{\beta} = [I''(\beta_*)]^{-1} \cdot I'(\beta_*), \quad (2)$$

© В.О. Бойкова, В.М. Мирунко, А.М. Сільвестров, Л.Ю. Спінул, 2005

буде надто неточним [2]. Умова “ривчаковості” $I(\beta)$ – це суттєве розділення спектра матриці $I''(\beta^*)$ на дві групи, що відповідають великим і малим власним числам λ :

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \geq \dots \geq \lambda_{k-1} \geq \sigma \lambda_k \geq \dots \geq \sigma \lambda_n; \sigma \gg 1 \quad (3)$$

Число обумовленості матриці $I''(\beta^*)$ “ривчакового” функціоналу $I(\beta)$ визначається співвідношенням:

$$\text{cond}(I''(\beta^*)) = \|I''(\beta^*)\| \cdot \|[I''(\beta^*)]^{-1}\| = \frac{\lambda_{\max}}{\lambda_{\min}} \geq \sigma \gg 1.$$

Найбільшу похибку рішення (2) зосереджено в підпросторі, натягнутому на власні вектори ξ матриці $I''(\beta^*)$, що відповідають малим власним числам λ . Тому осі найбільш раціональної системи координат при мінімізації квадратичних функціоналів “ривчакової” структури повинні співпадати з власними векторами ξ матриці $I''(\beta^*)$. За такої умови квадратичний функціонал

$$I(\beta) \cong I(\beta^*) + I'(\beta^*) \cdot \Delta\beta + \frac{1}{2} \Delta\beta^T I''(\beta^*) \cdot \Delta\beta \quad (4)$$

набирає сепарабельного вигляду:

$$I(\beta) = \sum_{i=1}^n I(\beta_i), \quad (5)$$

Оцінки $\hat{\beta}_i$ знаходяться незалежно, чим гарантується малість похибки $\delta\beta_j$ для тих β_j , які мають великі λ_j . Задача планування експерименту спрощується, якщо необхідно забезпечити збіг тільки одного з координатних оргів β_i з власним вектором ξ_i . При цьому похибки $\delta\beta_j$ по іншим напрямкам ξ_i ($j \neq i$) мало впливають на $\delta\beta_i$.

Необхідні властивості $I(\beta)$ забезпечимо відповідним вибором керуючих впливів. Задамо критерій синтезу сигналів, що тестують об'єкт у вигляді матричної норми $\|\cdot\|$ різниці оптимізуємої $I''(\beta)$ і бажаної D матриць:

$$\mathfrak{S}(I''(\beta)) = \|I''(\beta) - D\|. \quad (6)$$

Функціонал (6) з евклідовою нормою $\|\cdot\|$ мінімізує середньоквадратичне відхилення власних чисел. Він випуклий, монотонний і однорідний на множині матриць Гессе [4]. Якщо функціонал \mathfrak{S} зв'язати з k -им рядком матриці $I''(\beta)$, то замість (6) отримаємо функціонал для визначення β_k

$$\mathfrak{S}(I''(\beta)) = \|j''_{ki}(\beta) - d_{ki}\|, \quad (7)$$

де j''_{ki} – i -й елемент k -ого рядка матриці $I''(\beta)$, $d_{ki} = 0$, $d_{kk} \neq 0$, $i \neq k$.

Після такої оптимізації режимів ідентифікації, задача мінімізації функціоналу (4) переходить в задачу покоординатної оптимізації, представленої відносно β в сепарабельному вигляді:

$$\min_{\beta} I(\beta) = \min_{\beta} \sum_{i=1}^n I_i(\beta). \quad (8)$$

Синтез оптимальних тестуючих входних впливів на ДО.

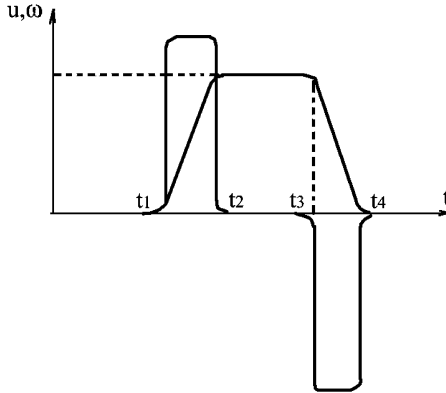


Рис. 1 – Тестуючий імпульс $u(t)$ і його похідна $\omega(t)$.

Як тестуючі впливи досить просто реалізується на реальних ДО послідовність імпульсів трапецеївидної форми (рис. 1).

Послідовність з L сигналів i -го входу ДО має вигляд:

$$u^i(t) = \sum_{l=1}^L (-1)^{l+1} u^i(t, t_{l,1}, t_{l,2}, t_{l,3}). \quad (9)$$

Похідна одиночного імпульсу (рис. 1) $1(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ 1, & t \geq 0 \end{cases}$

$$\frac{du}{dt} = \omega \sum_{k=1}^2 (-1)^{k+1} \sum_{j=1}^2 (-1)^{j+1} 1(t - t_{jk}), \quad (10)$$

Задача синтезу оптимальних тестуючих сигналів формулюється як задача оптимального управління: для заданих рівнянь ДО (апріорна модель)

$$x = Ax + Bu, \quad (11)$$

класу сигналів (рис. 1) і обмежень на взаємне розташування, знайти програмне управління $u(t)$, за якого функціонал (6) чи (7) приймає мінімальне значення. Застосування функціоналу Красовського [5]

$$I = V_3 [x(t_k)] + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_k} Q(x, t) dt + \frac{1}{2} \int_{t_0}^{t_k} (U^T K U + U_{onm}^T K^{-1} U_{onm}) dt, \quad (12)$$

де Q, V_3 – задані скалярні функції векторних аргументів x та u дозволяє вирішити поставлену задачу. Будемо вважати моменти t_{ij} переключення в (9), як компоненти узагальненого об’єкта, отриманого об’єднанням рівнянь (11) і (13):

$$\dot{T}_p = U; T_p = \{t_{ij}\}; j = \overline{1, l}; i = \overline{1, m}. \quad (13)$$

Рівняння (13) описує перебудову моменту j -го переключення i -ї компоненти вектора управління T_p . Оптимальне за критерієм мінімуму (12) управління задовольняє рівнянню:

$$\frac{\partial V}{\partial t} - \frac{\partial V}{\partial x} (Ax + Bu) = -Q(x, t), \quad (14)$$

з граничною умовою $V(t_k) = V_3$.

Використання прогнозуючої моделі [5]

$$\begin{cases} \dot{x}_M = Ax_M + Bu_M \\ \dot{T}_p = 0 \end{cases} \quad (15)$$

дозволяє знайти значення функції $V(x, T, t)$ в точці, що відповідає поточному стану по траєкторії

$$V(x, t, \tau) = V_3(x_M, \tau_K) + \int_{\tau_0}^{\tau_K} Q(x_M, \tau) d\tau, \quad (16)$$

де τ_K – поточний час для моделі (15).

Підставимо (16) в (14). З урахуванням правил диференціювання, отримаємо:

$$\begin{aligned} U_{onm} &= -k \left[\frac{dV_3(x_M, \tau_k)}{dT_p} + \int_{\tau_0}^{\tau_k} \frac{dQ(x_M, \tau)}{dT_p} \right] = \\ &= -k \left\{ z^T(\tau_k) \frac{\partial V_3(\tau_k)}{\partial x_M(\tau_k)} + \frac{\partial V_3(x, \tau_k)}{\partial T_p} \right. \\ &\quad \left. \int_{\tau_0}^{\tau_k} \left[z^T(\tau) \frac{\partial Q^T(\tau)}{\partial x_M(\tau)} + \frac{dQ^T(\tau)}{dT_p} \right] d\tau \right\}, \end{aligned} \quad (17)$$

де $z(\tau) = \frac{\partial x}{\partial T_p}$ – матрична функція чутливості розширеного об’єкта (11), (13), яку отримано шляхом диференціювання по вектору T_p :

$$\frac{\partial}{\partial T_p} \left(\frac{dx}{dt} \right) = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial x}{\partial T_p} \right) = \dot{z} = A \frac{\partial x}{\partial T_p} + B \frac{\partial u}{\partial T_p} = Az + B \frac{\partial u}{\partial T_p},$$

або

$$\dot{z} = Az + B \frac{\partial u}{\partial T_p}. \quad (18)$$

Матриця часткових похідних $\frac{\partial u}{\partial T_p}$ з урахуванням моделі (9)

$$\frac{\partial u}{\partial T_p} = \left\| \frac{\partial u^i(t)}{\partial t_{jk}^i} \right\|, \quad \frac{\partial u^i(t)}{\partial t_{jk}^i} = \omega(-1)^{k+j} 1(t - t_{jk}^i). \quad (19)$$

Вирішуючи (18) відносно z і в одночас інтегруючи (19), по закінченню одного циклу моделювання отримуємо вектор градієнтів, який дозволяє визначити, куди вздовж часової осі зміщати моменти переключення t_{jk}^i для досягнення екстремуму функціонала (12). Якщо прийняти амплітуду сигналів фіксованою, то розмірність T_p скоротиться удвічі.

Якщо тестові сигнали мають фіксовану форму, то необхідно визначити лише їх взаємне розташування на часовій осі. Побудуємо градієнтний алгоритм корекції вектора переключень T_p .

Алгоритм оптимізації:

1. Для рівнянь (15), (18) формуються початкові умови:

$u(t) = u^0(t, T_p)$, $T_p = T_p^0$, $z(t_0) = 0$, де T_p , T_p^0 – початкові умови для моментів переключення і функції чутливості.

2. За системою (15) моделюється рух об'єкта, водночас інтегрується матричне рівняння чутливості (18).

3. За результатами моделювання за допомогою виразу (17) визначається градієнт мінімізованого функціонала (12) по керованим змінним T_p . Підібравши експериментальним шляхом в рівнянні (14) значення K , отримуємо алгоритм корекції компонент вектора T_p на j -й ітерації.

4. Якщо правило зупинки алгоритму не виконується, то перехід до п.2 для чергової ітерації пошуку T_p .

5. Перевіряється умова $\mathfrak{S}_j \leq \mathfrak{S}_{зад}$. Якщо вона не виконується, то перехід до п.1 з формуванням нових початкових умов.

Числове моделювання задачі активної ідентифікації параметрів дискретних динамічних систем

Неперервна система (11) на множині дискрет t_k часу t відображена дискретною системою

$$X(k+1) = AX(k) + BU(k), \quad Y(k) = X(k) + N(k), \quad (20)$$

де $X(k)$ – трьохмірний вектор функції змінних стану, $U(k)$ – двомірна функція керуючих впливів $k = 1, 300$; $N(k)$ – послідовність “білих шумів” з відношенням “шум-сигнал” 10%. Скалярний запис рівняння (20):

$$x_i(k+1) = \sum_{j=1}^3 a_{ij}x_j(k) + \sum_{l=1}^2 b_{il}u_l(k), \quad i = 1, 2, 3. \quad (21)$$

Кожний з тестових сигналів $U_1(k)$ і $U_2(k)$ задано послідовністю з двох різнополярних імпульсів однакової форми. Першого імпульсу зафіксовано. Дискретно змінювалось положення трьох останніх імпульсів. Як показали дослідження, максимуми функціоналів (7) і (6) суттєво різняться. Це підтверджує необхідність використання алгоритму покоординатної

Точні значення коефіцієнтів моделі (22).

	a_{ij}			b_{il}	
	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$l=1$	$l=2$
$i=1$	-1,27	0,01	0,05	-1	0,8
$i=2$	-0,34	-0,13	1	-0,01	-12,5
$i=3$	-16	-3	0,18	-1	0

оптимізації, якщо треба точно визначити окремі коефіцієнти. В таблиці 2 наведено оцінки параметрів \hat{a}_{ij} , \hat{b}_{il} моделі (21), за результатами оптимального за критерієм (6) експерименту. Суттєво відрізняються оцінки коефіцієнтів a_{11} , a_{12} , a_{13} , a_{21} , a_{22} , a_{23} , a_{32} , b_{32} .

Таблиця 2.

Оцінки коефіцієнтів для оптимального за критерієм (6) плану експерименту.

	\hat{a}_{ij}			\hat{b}_{il}	
	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$l=1$	$l=2$
$i=1$	-1,38	0,007	0,063	-0,99	0,83
$i=2$	-0,3	-0,17	0,93	-0,011	-12,52
$i=3$	-16,24	-3,63	0,179	-1,04	0,0014

В таблиці 3 наведено ті ж оцінки, але отримані за результатами експерименту, оптимізованого за критерієм (7) покоординатної оптимізації. Ці оцінки набагато ближче до точних (таблиця 1), але кількість експериментів при цьому зростає.

Таблиця 3.

Оцінки коефіцієнтів для оптимального за критерієм (7) покоординатної оптимізації плану експерименту.

	\hat{a}_{ij}			\hat{b}_{il}	
	$j=1$	$j=2$	$j=3$	$l=1$	$l=2$
$i=1$	-1,28	0,008	0,052	-0,99	0,83
$i=2$	-0,32	-0,14	0,99	-0,011	-12,52
$i=3$	-15,8	-3,28	0,1804	-1,03	0,0013

Висновок

У випадку, якщо функціонал $I(\beta)$ не має „ривчакового” характеру і немає необхідності в досить точному визначенні тієї частини параметрів a_{ij} , b_i , яка слабо впливає на динаміку ММ (20), достатньо одного оптимального за критерієм (6) експерименту.

У випадку, якщо треба якомога точніше визначити один чи декілька „слабких” параметрів, слід скористуватися, спеціально для оцінювання

цих параметрів, експериментом, оптимальним за критерієм (7).

Література

1. Сильвестров А.Н. Два альтернативных подхода к задаче идентификации реальных объектов.//Проблемы управления и информатики.- 1996, 6.-с.54-65.
2. Тихонов А.Н., Арсенин В.Я. Методы решение некорректных задач.- М.: Наука, 1979.-286с.
3. Черноуцкий И.Г. Оптимальный параметрический синтез: Электротехнические устройства и системы. Л.: Энергоатомиздат, 1987.
4. Маркус М., Минк Х. Обзор по теории матриц и матричных неравенств. М: Наука, 1979.
5. Красовский А.А., Буков В.Н., Шендрик В.С. Универсальные алгоритмы оптимального управления непрерывными процессами.- М.: Наука, 1977.-272с.