УДК 681.511

К.Ю. Мелкумян, С.В. Лапковский, В.А. Лемешко

СОГЛАСОВАННОЕ УПРАВЛЕНИЕ РОБОТОМ-МАНИПУЛЯТОРОМ

Основные положения

Объектом управления (ОУ) – будем называть неизменяемую часть системы, представленную самим управляемым процессом (механизмом, машиной, установкой) и исполнительными устройствами, которые непосредственно воздействуют на управляющие органы.

Внутренние перекрестные связи являются признаком *многосвязного ОУ*.

Усредненное движение характеризуется усредненной переменной $\bar{y}$, определяемой в ходе сокращения числа степеней свободы ОУ до 1, и описания его поведения с точностью до одной регулируемой переменной.

Манипуляционный робот – это многозвенный механизм, приводимый в движение комплексом пневмо-, гидро- или электроприводов. Конечным элементом его кинематической цепи является схват, предназначенный для перенесения детали или рабочего инструмента. Движение схвата по заданной в геометрическом пространстве траектории и согласованная с этим движением ориентация других элементов – главная задача робота.

Введем понятие относительного движения ε.

Согласованным будем называть такое движение многоканального объекта, при котором выполняется соотношение $\varepsilon = 0$.

Задача согласованного управления заключается в определении характера взаимодействия сепаратных каналов многосвязного ОУ, а также, в обеспечении устойчивого относительного движения каналов и заданного характера усредненного движения.

Постановка задачи

Для линеаризации уравнений, описывающих поведение манипуляционной системы при малых изменениях координат элементов механизма, дифференцируют по времени координаты положения звеньев в сложном механизме, описываемых нелинейными зависимостями. После этого скорости изменения координат положения звеньев для каждой конфигурации будут уже удовлетворять линейным уравнениям. При этом важно, чтобы все приращения изменений координат элементов манипуляционной системы промышленного робота были достаточно малыми, так как в противном случае такая линеаризация приведет к значительным погрешностям [1].

Рассмотрим простую модель плоского горизонтального двухзвенного робота - манипулятора (рис. 1), работающего в режимах малых скоростей.

 ISSN 1562-9945

Решение задачи ориентации движения обеспечивает переход к задаче позиционирования т. В.

Необходимым условием для решения задачи ориентации является получение сигналов управления. В действительности управление ориентацией твердого тела строится на основе измерений некоторых датчиков углового положения, определяющих положение связанных осей относительно некоторых направлений в пространстве. Задача управления заключается в том, чтобы на основании этой информации разработать алгоритм оптимального функционирования звеньев.

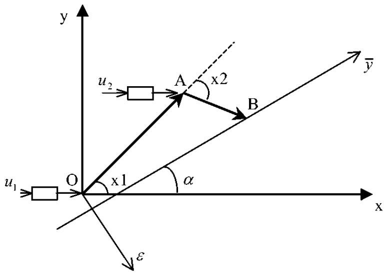

Рис. 1 – Прямолинейное движение робота - манипулятора

Таким образом, при условиях:

$$x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}; u = \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}; y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix};$$

уравнения состояния ОУ имеют вид

$$\dot{x}_1 = b_1 u_1; \ \dot{x}_2 = b_2 u_2, \tag{1}$$

где x_1, x_2 – угловое перемещение звеньев;

u_1, u_2 – управляющие сигналы;

b_1, b_2 – коэффициенты.

Заданными являются a_1, a_2 – длины звеньев, α – угол, образуемый прямой $\bar{y}$ с осью x.

Таким образом, задача управления заданным плоским манипулятором сводится к определению сигналов u_1, u_2, при которых т. В перемещается по траектории $\bar{y}$ с заданной скоростью.

Классический метод описания управления роботом-манипулятором

Вычислим координаты точки А:

$$\begin{cases} x_A = a_1 \cos x_1 \\ y_A = a_1 \sin x_1 \end{cases}$$

А также координаты точки В, определяющие связь углов поворота x_1, x_2 с координатами схвата тем самым задавая уравнения выхода ОУ:

$$\begin{cases} x_B = x_A + x_{AB} \\ y_B = y_A + y_{AB} \end{cases}$$

которые после ряда преобразований примут вид:

$$\begin{cases} x_B = a_1 \cos x_1 + a_2 \cos(x_1 - x_2) \\ y_B = a_1 \sin x_1 + a_2 \sin(x_1 - x_2) \end{cases} \tag{2}$$

Учитывая, что системы координат xOy и $\bar{y}O\varepsilon$ имеют противоположную ориентация, определяем функцию относительного движения ε в виде:

$$\varepsilon = x_B \sin\alpha - y_B \cos\alpha + \varphi_0 \tag{3}$$

и усредненного движения точки B в виде:

$$\bar{y} = x_B \cos\alpha + y_B \sin\alpha \tag{4}$$

С учетом уравнений (2) преобразуем координаты ОУ.

$$\begin{pmatrix} \varepsilon \\ \bar{y} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi(x_1, x_2) \\ \Psi(x_1, x_2) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -a_1 \sin(x_1 - \alpha) - a_2 \sin(x_1 + x_2 - \alpha) + \varphi_0 \\ a_1 \cos(x_1 - \alpha) + a_2 \cos(x_1 + x_2 - \alpha) \end{bmatrix} \tag{5}$$

Дифференцируя выражение (5) с учетом (1), получаем:

$$\begin{pmatrix} \dot{\varepsilon} \\ \dot{\bar{y}} \end{pmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial\Phi}{\partial x_1} & \frac{\partial\Phi}{\partial x_2} \\ \frac{\partial\Psi}{\partial x_1} & \frac{\partial\Psi}{\partial x_2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 & 0 \\ 0 & b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix}.$$

Преобразуем вектор управления следующим образом [3]:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1/b_1 & 0 \\ 0 & 1/b_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \frac{\partial\Phi}{\partial x_1} & \frac{\partial\Phi}{\partial x_2} \\ \frac{\partial\Psi}{\partial x_1} & \frac{\partial\Psi}{\partial x_2} \end{bmatrix}^{-1},$$

который после ряда преобразований примет вид:

$$\begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} = -\frac{1}{a_1 a_2 b_1 b_2 \sin x_2} \times$$
$$\times \begin{bmatrix} b_2 a_2 \sin(x_1 - x_2 - \alpha) \\ -b_1[a_1 \sin(x_1 - \alpha) + a_2 \sin(x_1 - x_2 - \alpha)] \end{bmatrix.$$
$$\begin{matrix} -b_2 a_2 \cos(x_1 - x_2 - \alpha) \\ b_1[a_1 \cos(x_1 - \alpha) + a_2 \cos(x_1 - x_2 - \alpha)] \end{matrix}\Bigg].$$

Кинематические параметры являются обобщенными координатами, позволяющими описывать угловое движение. Сигнал об угловом отклонении твердого тела от заданного положения в системе управления является функцией кинематических параметров.

Кинематические уравнения связывают вектор угловой скорости вращения твердого тела с производными по времени от кинематических параметров. Вид кинематических уравнений определяется в зависимости от кинематических параметров, поэтому для углов Эйлера, Крылова, направляющих косинусов и параметров Родрига-Гамильтона уравнения различны.

 ISSN 1562-9945

Во всем сказанном основываемся на понятии угловой скорости как предела отношения бесконечно малого поворота к элементу времени.

При выводе уравнений будем полагать, что известна такая физическая величина, как вектор угловой скорости.

Описание конечного вращения робота-манипулятора с использованием кватернионов

Пусть нормированный кватернион Λ_1 задает поворот звена ОА на угол x$_1$ относительно оси **Z**:

$$\Lambda_1 = (\cos\frac{x_1}{2} + \sin\frac{x_1}{2}k)a_1.$$

А нормированный кватернион Λ_2 задает поворот звена АВ на угол x_2 относительно оси **Z**’:

$$\Lambda_2 = (\cos\frac{x_2}{2} + \sin\frac{x_2}{2}k)a_2.$$

Два последовательных поворота Λ_1 и Λ_2 соответствует оператору умножения кватернионов $\Lambda_2 \circ \Lambda_1$, характеризующему один поворот на угол ψ вокруг оси ν.

$$N = \Lambda_2 \circ \Lambda_1 = \cos\frac{\psi}{2} + \sin\frac{\psi}{2}\nu = \lambda_0 + \lambda_1 i + \lambda_2 j + \lambda_3 k.$$

Компоненты кватерниона $(\lambda_0, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3)$ являются кинематическими параметрами и носят название параметров Родрига-Гамильтона. Эти параметры не вырождаются при любом положении твердого тела (т.е. не обращаются в бесконечность ни сами параметры, ни скорости их изменения), в отличие от углов Эйлера. Число параметров Родрига–Гамильтона равно четырем, т.е. имеется одно уравнение связи, в отличие от шести уравнений связи в случае направляющих косинусов. С другой стороны, эти параметры характеризуют наиболее естественный способ задания положения твердого тела с помощью плоского вращения. Конечное вращение твердого тела (т.е. движение тела, имеющего неподвижную точку) имеет ту особенность, что оно всегда оставляет неподвижной в пространстве одну ось [2].

Ось результирующего поворота и угол находятся по компонентам результирующего кватерниона по правилам их умножения.

$$\begin{array}{l} \Lambda_2 \circ \Lambda_1 = a_1 a_2 \cos\frac{x_1}{2}\cos\frac{x_2}{2} - a_1 a_2 \cos\frac{x_1}{2}\sin\frac{x_2}{2} + \\ a_1 a_2 \cos\frac{x_2}{2}\sin\frac{x_1}{2}k + a_1 a_2 \cos\frac{x_1}{2}\sin\frac{x_2}{2}k + \\ + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 0 & a_2\sin\frac{x_2}{2} \\ 0 & 0 & a_1\cos\frac{x_1}{2} \end{vmatrix} = a_1 a_2 (\cos\frac{x_1+x_2}{2} + \sin\frac{x_1+x_2}{2}k) \end{array}.$$

Так как пространственное движение робота осуществляется за счет поворотов в шарнирах А и В, а шарниры имеют параллельные оси (т.е. вращение происходит вокруг неподвижных осей **Z** и **Z**’, то исходя из вышесказанного поворот в шарнирах А и В эквивалентен одному повороту на суммарный угол $\psi = x_1 + x_2$.

Компоненты результирующего кватерниона запишем в виде двух скалярных равенств:

$$\begin{cases} \lambda_0 = a_1 a_2 \cos \frac{x_1 + x_2}{2} \\ \lambda_3 = a_1 a_2 \sin \frac{x_1 + x_2}{2} \end{cases}, \tag{6}$$

которые описывают конечное вращение. Т.е. кватернион преобразования вращения N определяет вектор конечного поворота, переводящего систему координат xOy в $\bar{y}O\varepsilon$.

В качестве сигналов углового положения используются величины компонент кватерниона N, задающего переход от заданной системы координат к связанной.

Кинематические уравнения с использованием кватерниона конечного поворота

Использование кватернионов позволяет представить кинематические уравнения в наиболее естественном виде, когда связываются однородные параметры, характеризующие элементарное вращение (вектор угловой скорости) и конечное вращение (компоненты кватерниона)

При выводе кинематических уравнений следует учитывать, что практически нашли применение уравнения, в которых фигурируют проекции вектора угловой скорости ω движения подвижной системы координат, относительно исходной либо на эту исходную, либо на подвижную систему координат (а не вообще на какой-либо базис).

Этим объясняется, что в кинематических уравнениях используются проекции кватерниона на начальный и конечный преобразуемые базисы, т.е. параметры Родрига-Гамильтона.

Кинематическое уравнение движения плоского манипулятора в терминах кватернионов имеет вид:

$$\dot{N} = \frac{1}{2} N \circ \omega \tag{7}$$

где N – кватернион конечного поворота; ω – кватернион угловой скорости вращения.

Уравнению (7) соответствуют четыре скалярных уравнения:

$$\begin{cases} 2\dot{\lambda}_0 = -\omega_1\lambda_1 - \omega_2\lambda_2 - \omega_3\lambda_3 \\ 2\dot{\lambda}_1 = \omega_1\lambda_0 + \omega_2\lambda_3 - \omega_3\lambda_2 \\ 2\dot{\lambda}_2 = \omega_2\lambda_0 - \omega_3\lambda_1 - \omega_1\lambda_2 \\ 2\dot{\lambda}_3 = \omega_3\lambda_0 + \omega_1\lambda_2 - \omega_2\lambda_3 \end{cases} \tag{8}$$

С учетом (8) очевидно, что кинематическое уравнение в форме (7) не вырождается при любых значениях параметров. Существенным достоинством является и то, что в уравнениях (8) отсутствуют тригонометрические функции, что экономит машинное время.

Величина кватерниона угловой скорости ωопределяется проекциями на связанную систему координат его вектора:

 ISSN 1562-9945

$$\omega_{\bar{y}0\varepsilon} = \omega_1 i_1 + \omega_2 i_2 + \omega_3 i_3 \tag{9}$$

Компоненты кватерниона (9) для рассматриваемого примера вычисляются по формулам:

$$\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = 0 \\ \omega_3 = 2(\dot{\lambda}_3\lambda_0 - \dot{\lambda}_0\lambda_3) \end{cases}, \tag{10}$$

которые с учетом (6) примут вид:

$$\begin{cases} \omega_1 = 0 \\ \omega_2 = 0 \\ \omega_3 = a_1^2 a_2^2 \end{cases}. \tag{11}$$

Уравнения (11) определяют величину угловой скорости конечного поворота, которая является физической характеристикой движения и может быть измерена.

Выводы

Кватернионы дают аппарат, позволяющий наиболее удобным образом записывать все операции, связанные с описанием и исследованием движения твердого тела.

Применение кватернионов оказывается наиболее удобным по двум обстоятельствам. Во-первых, исследование устойчивости процессов ориентации проведенное с использованием параметров Родрига-Гамильтона, позволяет судить об устойчивости системы в целом. Кватернионы позволяют найти наиболее общий вид функциональных зависимостей, осуществляющих устойчивое управление. Во-вторых, компоненты кватерниона могут быть использованы в качестве управляющего сигнала, что может иметь место, когда эти параметры вычисляются в системе управления. Применение компонент кватерниона как сигналов управления позволяет получить не только устойчивое управление угловым движением твердого тела, но и в ряде случаев управление, достаточно близкое к оптимальному [2].

Литература

1. Ямпольский Л. С., Яхимович В. А. Промышленная робототехника – К.: Техника, 1984 – 264с.
2. Бранец В. Н., Шмыглевский И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела. – М.: Изд-во “Наука”, 1973. –320с.
3. Мирошник И.В. Согласованное управление многоканальными системами. – Л.: Энергоатомиздат, 1990. – 129с.