УДК 681.876.2

А.И. Михалев, А.И. Гуда

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ОЦЕНКИ СЛОЖНОСТИ ЗАДАЧИ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Введение

При синтезе нового или выборе одного из существующих методов параметрической идентификации нелинейных динамических систем возникает необходимость компромисса между сложностью системы идентификации (и соответственно, затрат на её проведение), её точностью и быстродействием. Наиболее быстродействующие системы идентификации используют большое количество моделей. Однако, для многих задач идентификации не требуется применение столь затратных методов. С другой стороны, существуют объекты, настолько сложные для идентификации, что еще не созданы методы, не требующего практически полного перебора всего множества значений параметров.

Для выбора адекватного метода идентификации требуется оценить сложность задачи идентификации. Если рассматривать идентификацию как процесс измерения, то можно оценить количество информации, полученное в данном измерении [1,3]. Но при этом не принимается во внимание сложность объекта. Для определения сложности объекта можно применить информационные оценки к зависимости ошибки идентификации от расстройки параметров.

Постановка задачи

Пусть для моделирования объекта **O** существует множество моделей M_i с возможностью настройки коэффициента $a_i(t)$. На каждую из моделей подаётся тот же входной сигнал $u(t)$, что и на объект **O**. Выход объекта $x_o(t)$ измеряется с некоторой помехой (ошибкой измерения) $w(t)$, а выходы моделей $x_i(t)$ – точно.

Для достижения целей идентификации производится наблюдение сигналов ошибок $e_i(t) = x_o(t) - x_i(t) + w(t)$, и на основании этих наблюдений осуществляется управление по выбранной тактике значениями коэффициентов моделей $a_i(t)$ и/или выбор из множества моделей подмножества, для которого ошибка (в смысле выбранной меры) минимальна.

Оценка количества информации при описании функциональной зависимости

В процессе проведения идентификации с параллельной моделью [2,4] происходит измерение идентифицируемой величины не непосредственно, а в результате измерения ошибки идентификации $e(t) = x_o(t, a^*) -$

 ISSN 1562-9945

$x_m(t,a)$, где $x_o(t,a^*), x_m(t,a)$ – выходы объекта и модели соответственно, a^* – идентифицируемый параметр, a – коэффициент модели. Ошибка идентификации каким-либо способом усредняется на интервале усреднения τ, образуя для текущего интервала зависимость $\bar{e}(a)$, измеренной с точностью $\sigma(a,\tau)$. То значение коэффициента a, при котором $\bar{e}(a)$ достигает минимума, считается искомым значением идентифицируемого параметра.

В общем случае, когда нет известных априори ограничений на вид функции $\bar{e}(a)$, для определения её минимального значения необходима вся доступная информация о поведении данной функции на области определения параметра. Таким образом, требуется определить количество информации, необходимой для описания функции, измеренной с определённой точностью за заданном интервале аргумента. Эта величина определяет *информационную сложность идентификации*.

Задача. Пусть задана функция $f_0(a),\ a \in [a_l; a_r]$, измеренная за время τ в N точках $a_i, i = 1 \dots N$ с точностью $\sigma(a_i,\tau)$ (рис. 1) либо в смысле среднеквадратического отклонения либо в смысле ограничения:

$$|f_0(a) - f(a)| \leq \sigma(a,\tau). \tag{1}$$

Переход от одного представлению к другому заключается в использовании соответствующих коэффициентов и не влияет на полученные результаты. Задана начальная неопределённость $\sigma_0(a)$. Требуется оценить количество информации, необходимое для описания функции с заданной точностью.

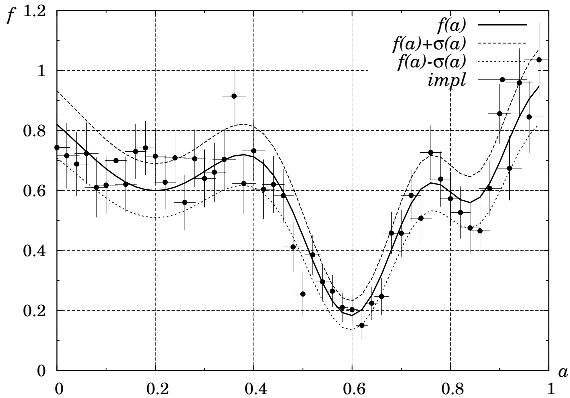

Рис. 1 – Функциональная зависимость $f(a)$, измеренная с точностью $\sigma(a)$

В данной постановке задача не имеет ограниченного решения, так как существуют функции, разрывные в каждой точке, и требующие для своего описания описания бесконечного количества измерений, вне зависимости от того, имеет каждое измерение ограниченную точность или нет.

Для того, чтобы задача имела ограниченное решение, следует потребовать ограниченности производной:

$$\left|\frac{df_0}{da}\right| \leq G \; \forall a \in [a_l; a_r]. \tag{2}$$

В реальных задачах идентификации ввиду как ограниченной скорости протекания физических процессов, так и принципиальной ограниченности средств измерения такое ограничение является естественным.

Ограниченность производной чаще всего следует из ограниченной мощности процессов или других физических ограничений. Однако, если в качестве функции $f_0(a)$ взять среднеквадратичную ошибку идентификации $\bar{e}(a)$ объекта с хаотической динамикой, предположение об ограниченности производной может оказаться неверным, так как для таких объектов бесконечно малое изменение параметров может привести к конечному изменению в выходном сигнале, что приводит к разрывам в функции $f_0(a)$. Условие на ограниченность сигналов при этом сохраняется. Для идентификации подобных объектов нужны специальные методы.

В общем случае нет возможности априори аналитически определить величину G. Необходимо оценить эту величину исходя из полученных при измерении данных, а также проверить обоснованность данной оценки. При этом необходимо учесть тот факт, для получения корректной оценки величины G значения функции $f(a)$ следует измерять с большей точностью, чем требуется для оценивания информационной сложности.

Рассмотрим процесс измерения значения $f(a)$ в двух точках: a_0 и a_0+h (рис. 2). После проведения измерения в точке a_0 априорная неопределённость в точке $a_0 + h$ может уменьшится, так как ограниченное значение величины G ограничивает возможный диапазон значений $f(a_0 + h)$.

Количество информации, полученное при измерении в точке a_0+h без учёта информации, полученной в точке a_0 [3]:

$$I_0(\tau) = \frac{1}{\ln 2} \ln \frac{\sigma_{x0}}{\sigma(\tau)}, \tag{3}$$

а с учётом этой этой информации (рис. 3):

$$I_G(\tau) = \frac{1}{\ln 2} \ln \frac{Gh + \sigma(\tau)}{\sigma(\tau)}. \tag{4}$$

Таким образом, если расстояние между точками измерения меньше

$$h_m = \frac{\sigma_{x0} - \sigma(\tau)}{G}, \tag{5}$$

то количество полученной информации будет меньше, чем при двух независимых измерениях, причём $\lim\limits_{h\to 0} I_G(\tau) = 0$. Это ограничивает количество информации, необходимой для описания функции.

Пусть для определённости измерения проводятся в N точках из диапазона $[a_l; a_r]$: $a_i, \;\; i \in [0, N-1]$. Для простоты будем считать $a_i <$

 ISSN 1562-9945

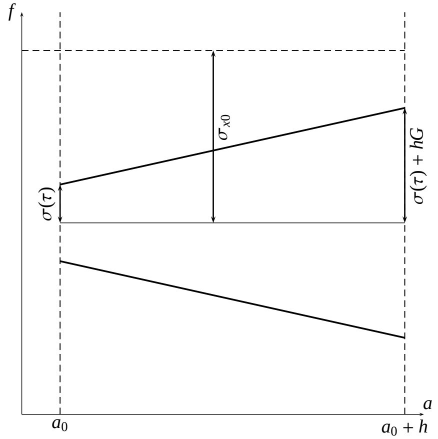

Рис. 2 – Измерение в двух точках: a_0 и $a_0 + h$

$a_{i+1}\ \forall i \in [0, N-2]$. Чаще всего измерения проводятся на регулярной сетке: $a_i = a_l + i\,h_a,\ h = (a_r - a_l)/N$.

Оценим количество информации, получаемое в результате одного независимого измерения в точке a_i:

$$\tilde{I}_{a_i} = \frac{1}{\ln 2} \ln \frac{\sigma_0(a)}{\sigma(a)}. \tag{6}$$

При этом за счёт ограниченности величины G получаем оценку величины $f_0(a)$ не только в точке a, а и в некоторой её окрестности. Графически измерение в одной точке соответствует прямоугольнику на графике $f_0(a)$ со сторонами $\sigma(a,\tau)/G$ и $\sigma(a,\tau)$. Можно сказать, что функция $f_0(a)$ измерена с точностью $\sigma(a,\tau)$, если весь её график покрыт прямоугольни-

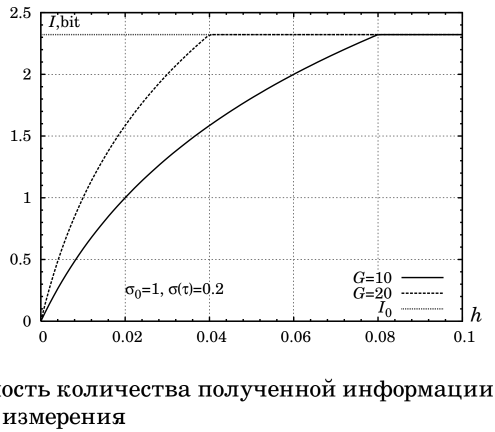

Рис. 3 – Зависимость количества полученной информации от расстояния между точками измерения ками, соответствующими отдельным измерениям. Оценим достаточное для такого покрытия количество измерений N на регулярной сетке.

Обозначим

$$\sigma_{\min}(\tau) = \min \sigma(a_i, \tau),\ \sigma_{0\max} = \max \sigma_0(a_i), \tag{7}$$

то есть без потери точности мы можем покрыть график функции одинаковыми прямоугольниками со сторонами $\sigma_{\min}(\tau)/G$ и $\sigma_{\min}(\tau)$. Такое покрытие будет сплошным, если

$$N \geq N_{\min} = \frac{(a_r - a_l)G}{\sigma_{\min}(\tau)}. \tag{8}$$

Получим оценку сверху количества информации, полученной при данном измерении:

$$I_{\max} = \frac{(a_r - a_l)G}{\sigma_{\min}(\tau)\ \ln 2} \ln \frac{\sigma_{0\max}}{\sigma_{\min}(\tau)}. \tag{9}$$

При проведении идентификации с параллельной моделью (т.е. при $f_0(a) = \bar{e}(a)$), выражение (9) определяет сложность проведения идентификации, т.е. определяет *информационную сложность объекта*. Следует отметить, что величина $I_{\max}$, как правило, превышает оценку количества информации, полученной в результате идентификации параметра a. Другими словами, метод идентификации, проводя измерение $\bar{e}(a)$, обрабатывает входную информацию ($I_{\max}$) в выходную, количество которой можно оценить таким образом:

$$\tilde{I}_a = \frac{1}{\ln 2} \ln \frac{a_r - a_l}{h} = \frac{\ln N}{\ln 2}. \tag{10}$$

Исходя из (8) и (9), можно сделать вывод, что для проведения идентификации с ограниченной точностью не требуется бесконечного количества моделей, а достаточно использовать $N_{\min}$ параллельных моделей, и выбрать из них ту, для которой измеренная ошибка идентификации минимальна. Такой метод обеспечивает максимальное быстродействие при максимальных затратах.

В тех случаях, когда смещение идентифицируемого параметра за время τ мало по сравнению с требуемой точностью поиска, можно использовать методы с меньшим количеством моделей, используя разнообразные *тактики поиска*. В предельном случае стационарного параметра применима даже тактика последовательного обхода, которая гарантирует идентификацию за время порядка $N_{\min}\tau$ при минимальных затратах – используется только одна модель.

Примеры оценивания сложности задач идентификации нелинейных динамических систем

Рассмотрим в качестве примера две схожие по структуре нелинейные динамические системы. Каждая из них представляет собой колебательную систему с гистерезисной нелинейностью в возвращающей силе [6]:

ISSN 1562-9945

$$\ddot{x} + c_0\dot{x} + \Omega^2 f(x, \ldots) = u(t), \tag{11}$$

где $u(t)$ – вынуждающая сила, c_0 – коэффициент динамического сопротивления, Ω – эквивалент собственной частоты $f(x, \ldots)$ – возвращающая сила.

В первой системе используется модель упруго-пластического гистерезиса: $f(x, d) = (x - d)x + \alpha d$. Во второй – релейный гистерезис: $f(x, d) = \operatorname{sign}(d)$. В обеих случаях идентифицируемым параметром a является ширина гистерезиса x_0. В качестве вынуждающего воздействия используется гармонический сигнал.

Для первой системы зависимость $\bar{e}(t)$ простая, одноэкстремальная (рис. 4), величина G для неё ограничена и не растёт при увеличении времени оценивания τ.

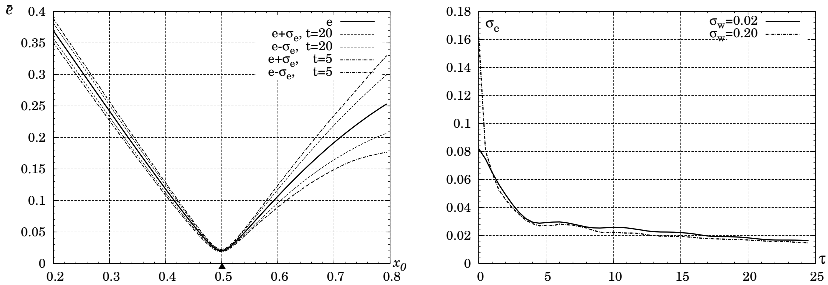

Рис. 4 – Зависимости $\bar{e}(a)$ и $\sigma(e(a, \tau))$ для системы 1

Следствием данного факта является то, что для идентификации данной системы применимы многие адаптивно-поисковые методы, несмотря на существенную нелинейность гистерезисного элемента.

Несмотря на структурную схожесть систем 1 и 2, для системы 2 вид зависимости $\bar{e}(a, \tau)$ имеет принципиально другой вид (рис. 5). Прежде всего, существует узкий провал в точке $x_0 = x_0^*$, при этом чем больше время оценивания tau, и соответственно больше точность измерения, тем большее значение принимает величина G.

При этом оценка количества информации, необходимой для описания данной зависимости, стремиться в бесконечность. В вторых, за пределами малой окрестности точки экстремума, практически не существует достаточно длинных участков с постоянным знаком производной. При увеличении точности измерения, размер участков с постоянным знаком производной уменьшается. Для данной системы зависимость $\bar{e}(a, \tau$ проявляет фрактальные свойства.

При этом из всего набора методов параметрической идентификации ни один не показал свою работоспособность для системы 2. Это объясняется тем, что невозможно построить тактику поиска, основываясь на ограниченном числе локальный измерений на фрактальной кривой.

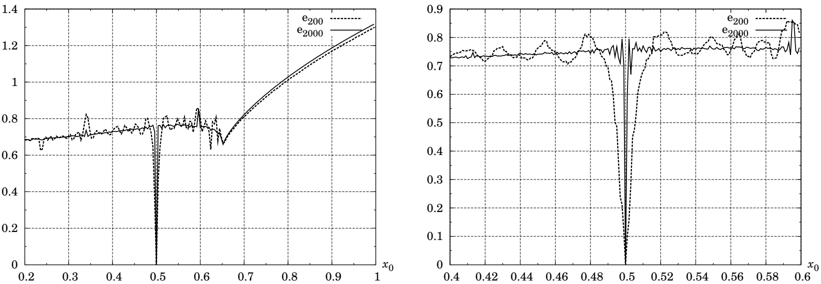

Рис. 5 – Зависимости $\bar{e}(a)$ для системы 2 при $\tau = 200$ и $\tau = 2000$

Такую сильную зависимость от малых изменений параметров системы часто демонстрируют системы динамического хаоса. Исходя из фазового портрета системы 2 (рис. 6) можно с достаточной уверенностью говорить о принадлежности системы 2 к данному классу.

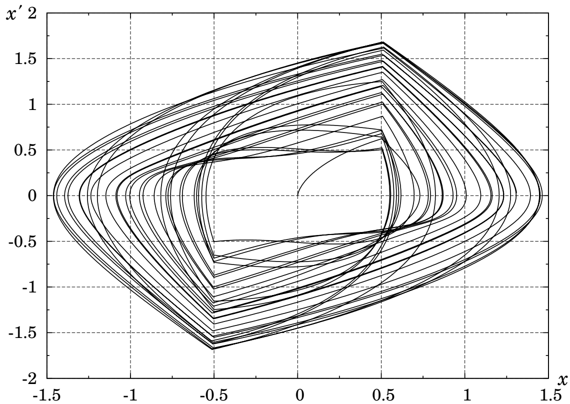

Рис. 6 – Фазовый портрет системы 2

Выводы

Таким образом, использование информационных методов при анализе зависимостей $e(a, \tau)$ дает возможность оценить сложность задачи параметрической идентификации. При этом в случае ограниченности полученной оценки можно выбрать адекватный метод идентификации. Неограниченность оценки количества информации, необходимой для представления функции $\bar{e}(a)$, свидетельствует о том, что бесконечно малые изменения параметров модели приводят к существенному изменению поведения динамической системы. Такое поведение характерно для систем динамического хаоса, и для идентификации подобных систем необходимы

ISSN 1562-9945

как специальные методы, так и правильная постановка задачи идентификации, основанная адаптированных к задаче мерах в пространстве выходных сигналов.

Литература

1. Цыпкин Я.З. Основы информационной теории идентификации. – М.: Наука, 1984. – 320 с.
2. Гроп, Д., Методы идентификации систем. М.:Мир, 1979. – 302 с.
3. А.И. Гуда, А.И. Михалёв. Информационные критерии параметрической идентификации динамических систем /"Адаптивні системи автоматичного управління" № 6(26) // Д.: "Системні технологі". 2003. С. 112–118.
4. А.И. Гуда, А.И. Михалёв. Сравнительный анализ алгоритмов поисковой идентификации нелинейных систем /"Адаптивні системи автоматичного управління" № 3(23) // Д.: "Системні технологі". 2000. С. 99–108.
5. А.И. Гуда, А.И. Михалёв. Идентификация гистерезисных систем машиностроительного производства /"Системные технологии" № 2 1998 г. // Д.: "Системні технологі". 2000. С. 39–49.