УДК 004.3’122+004.67

Е.Г. Ревунова

ИНФОРМАЦИОННАЯ ТЕХНОЛОГИЯ АНАЛИЗА ДАННЫХ С ПОМОЩЬЮ ЛИНЕЙНЫХ МОДЕЛЕЙ В УСЛОВИЯХ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ

Введение

Во многих актуальных практических задачах известно, что входы и выходы связаны линейной моделью. Предложенные за последние десятилетия подходы к устойчивой оценке параметров линейных моделей при наличии неопределенностей покрывают ряд классов неопределенностей и свойств матриц входов и смешивания. Однако систематизация новых методов недостаточна, многие задачи требуют разработки и усовершенствования методов для работы в реальном времени и с разными типами неопределенностей.

Поэтому актуальна разработка информационной технологии анализа данных для разных типов неопределенностей – как на основе анализа и систематизации существующих методов, так и путем их развития с точки зрения повышения вычислительной эффективности, более обоснованного учета шума, способности работать с выборками малого объема в задачах, использующих представление данных линейными моделями. В данной статье приводится описание разработанной информационной технологии анализа данных с помощью линейных моделей (ИТЛМ) для устойчивого решения задач аппроксимации (ЗА) [1] и выделения скрытых источников (ВСИ) [2], а также излагаются разработанные для нее методы, их реализация и применение.

Задачи и данные

В ЗА [1] данные заданы парами вход-выход как $D_L = \{(\mathbf{x}_i,\ y_i)\}_{i=1,L}$ и требуется оценить θ для функции f вида $y = f(\mathbf{x}) = \sum_{j=1,N} \mathbf{x}_j \theta_j \equiv \langle \mathbf{x}, \theta \rangle$.

В задаче ВСИ [2] данные заданы наблюдениями выходов-смесей $D_L = \{\mathbf{y}_i\}_{i=1,L}$ которые связаны с неизвестными входами $\mathbf{x}$ неизвестной смешивающей матрицей $\mathbf{A} \in \Re^{N \times N}$ как $\mathbf{y} = \mathbf{A}\mathbf{x}$, и требуется оценить разделяющую матрицу $\mathbf{W} = \mathbf{A}^{-1}$ и получить неизвестные входы $\mathbf{x} = \mathbf{W}\mathbf{y}$.

Анализ подходов к решению ЗА и ВСИ позволил выявить характерные для них типы неопределенностей и особенности данных; которые могут быть положены в основу структурирования задач и соответствующих методов их решения, которые составляют основу разработанной ИТЛМ.

Разработанная ИТЛМ обеспечивает устойчивое решение ЗА при матрице входов $\mathbf{X}(L \times N)$:

 ISSN 1562-9945

- полного либо неполного ранга, размерностью $L > N$, в отсутствии шума за счет использования методов построения модели оптимальной сложности [3];
- близкого к неполному либо неопределенного численного ранга, размерностью $L > N$, при наличии аддитивного шума в $\mathbf{X}$ за счет использования методов регуляризации [4];
- близкого к неполному ранга, размерностью $L > N$, при наличии аддитивного шума в $\mathbf{X}$ за счет использования метода устойчивого решения ЗНК – *PRGM* [5], [6];
- полного либо неполного ранга, размерностью $L << N$, в отсутствии шума за счет использования методов разреженной аппроксимации [7].
- полного либо неполного ранга, размерностью $L << N$, при зашумленном векторе выхода, за счет использования модифицированного метода поиска соответствия [8].

Разработанная ИТЛМ обеспечивает устойчивое решением задач ВСИ при неизвестных матрицах плана и смешивания полного ранга без шумов для:

- $L > N$ за счет использования методов анализа независимых компонент [2];
- $L > N, L < 100$ за счет использования метода выделения скрытых источников - *BSSMDL* [5], [9];
- $L < N$ за счет использования методов анализа разреженных компонент [10].

Алгоритм функционирования ИТЛМ

Если решается ЗА – перейти к шагу 1.1. Если решается задача ВСИ – перейти к шагу 2.1.

Шаг 1.1. Проверить соотношение количества образцов выборки L и числа входов N. Если $N >> L$ – перейти к шагу 1.6, в противном случае перейти к шагу 1.2.

Шаг 1.2. Если имеется априорная информация о том, что матрица входов не искажена шумом – перейти к шагу 1.7; если же матрица входов содержит аддитивный шум $\mathbf{X} = \mathbf{X}_0 + \mathbf{\Xi}$ – перейти к шагу 1.3.

Шаг 1.3. Вычислить матрицу $\mathbf{X}^T\mathbf{X}$ и ее число обусловленности $\lambda_{\max}/\lambda_{\min}$. Если число обусловленности порядка единиц – перейти к шагу 1.8; иначе – к шагу 1.4.

Шаг 1.4. Проанализировать поведение ряда сингулярных чисел. Если ряд сингулярных чисел имеет выраженную отделенность $gap(i, \mathbf{X})$ – перейти к шагу 1.9, в противном случае перейти к шагу 1.5.

Шаг 1.5. Для решения задачи выбран метод регуляризации Тихонова [4]. Перейти к шагу 1.10.

Шаг 1.6. Для решения задачи выбран метод разреженной аппроксимации (см. ниже *модифицированный метод поиска соответствий*). Перейти к шагу 1.10.

Шаг 1.7. Для решения задачи выбран метод построения модели [3]. Перейти к шагу 1.10.

Шаг 1.8. Для решения задачи выбраны методы решения ЗНК [11]. Перейти к шагу 1.10.

Шаг 1.9. Для решения задачи выбраны устойчивые методы решения ЗНК (см. ниже *модифицированный метод Гревиля*).

Шаг 1.10. Решение задачи на основе полученных в результате аппроксимации оценок параметров и выхода модели. Закончить работу.

Шаг 2.1. Проверить соотношение количества источников M и числа каналов (датчиков) N. Если $M > N$, перейти к шагу 2.6, в противном случае перейти к шагу 2.2.

Шаг 2.2. Проанализировать закон распределения сигналов, составляющих выборку данных. Если закон распределения Гауссовский – перейти к шагу 2.7.

Шаг 2.3. Проанализировать, обладают ли источники сигнала свойством статистической независимости. Если статистическая независимость источников соблюдается, перейти к шагу 2.4, в противном случае перейти к шагу 2.8.

Шаг 2.4. Проверить, какое число образцов имеется в обучающей выборке. Если число образцов L мало ($L < 100$), перейти к шагу 2.9, в противном случае перейти к шагу 2.5.

Шаг 2.5. Для решения задачи выбран анализ независимых компонент [2]. Перейти к шагу 2.10.

Шаг 2.6. Для решения задачи выбран анализ разреженных компонент [10]. Перейти к шагу 2.10.

Шаг 2.7. Для решения задачи выбран анализ главных компонент PCA [2]. Перейти к шагу 2.10.

Шаг 2.8. Для решения задачи выбран анализа независимых компонент с поддиапазонным разложением [2]. Перейти к шагу 2.10.

Шаг 2.9. Для решения задачи выбран метод выделения скрытых источников на основе алгоритмической теории информации (см. ниже).

Шаг 2.10. Решение задачи на основе полученных в результате ВСИ оценок скрытых источников. Закончить работу.

Модифицированный метод Гревиля

Разработана модификация метода Гревиля (*PRGM*) для рекурсивного вычисления вектора параметров при работе в скользящем рабочем окне (см. также [5], [6]).

Вычислить вектор параметров θ_M для первого рабочего окна, т.е. для первых M образцов выборки $D_M = \{(\mathbf{x}_i,\ y_i)\}_{i=1,M}$ используя рекурсивную процедуру Плакетта [11]:

$$\theta_{k+1} = \theta_k + \mathbf{b}_{k+1}(y_{k+1} - \mathbf{x}_{k+1}^T\theta_k); k = 0, 1, \ldots, M-1. \quad (1)$$

 ISSN 1562-9945

Для сокращения вычислительной сложности и затрат памяти, а также для обеспечения устойчивости в случае $rank(\mathbf{X}) < N$, предлагается вычислять значение $\mathbf{b}_{k+1} \in \Re^N$ по формулам [12]:

При $||\mathbf{x}_{k+1}^T \mathbf{Q}_k||_2 > N_{\text{eff}}$:

$$\mathbf{b}_{k+1} = \mathbf{Q}_k \mathbf{x}_{k+1} / (\mathbf{x}_{k+1}^T \mathbf{Q}_k \mathbf{x}_{k+1}); \tag{2}$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{b}_{k+1}\mathbf{x}_{k+1}^T)\mathbf{P}_k(\mathbf{I} - \mathbf{b}_{k+1}\mathbf{x}_{k+1}^T)^T + \mathbf{b}_{k+1}\mathbf{b}_{k+1}^T; \tag{3}$$

$$\mathbf{Q}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{b}_{k+1}\mathbf{x}_{k+1}^T)\mathbf{Q}_k \tag{4}$$

При $||\mathbf{x}_{k+1}^T \mathbf{Q}_k||_2 \leq N_{\text{eff}}$:

$$\mathbf{b}_{k+1} = \mathbf{P}_k \mathbf{x}_{k+1} / (1 + \mathbf{x}_{k+1}^T \mathbf{P}_k \mathbf{x}_{k+1}); \tag{5}$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = (\mathbf{I} - \mathbf{b}_{k+1}\mathbf{x}_{k+1}^T)\mathbf{P}_k; \mathbf{Q}_{k+1} = \mathbf{Q}_k. \tag{6}$$

Здесь $\mathbf{X}_k$ – матрица входов для k полученных образцов. $\mathbf{X}_k \in \Re^{k \times N}$, $\mathbf{P}_k = \mathbf{X}_k^+ (\mathbf{X}_k^+)^T$ – симметричная матрица размерностью $N \times N$; $\mathbf{P}_0 = 0$, $\mathbf{Q}_k = \mathbf{I} - \mathbf{X}_k^+ \mathbf{X}_k$ – проекция на ортогональное дополнение пространства строк матрицы $\mathbf{X}_k$ размерностью $N \times N$; $\mathbf{Q}_0 = \mathbf{I}$.

Получить следующий образец данных $(\mathbf{x}_{k+1}^T, y_{k+1})$. Пополнить матрицу $\mathbf{X}_k$ новым образцом $\mathbf{x}_{k+1}$. Вычислительная сложность: $O(N)$

Удалить из $\mathbf{P}_k$ и $\mathbf{Q}_k$ старый образец $\mathbf{x}_1 = \mathbf{x}_{k-M+1}$ по формулам (7),(8).

Для линейно независимого удаляемого образца $\mathbf{x}_1^T \mathbf{q}_1 \in (1 \pm N_{\text{eff}})$:

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{q}_1\mathbf{q}_1^T / ||\mathbf{q}_1||^2)(\mathbf{P}_{k+1} - \mathbf{q}_1\mathbf{q}_1^T)(\mathbf{I} - \mathbf{q}_1\mathbf{q}_1^T / ||\mathbf{q}_1||^2); \tag{7}$$
$$\mathbf{Q}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{q}_1\mathbf{q}_1^T / ||\mathbf{q}_1||^2)(\mathbf{Q}_{k+1} - \mathbf{q}_1^T\mathbf{q}_1)$$

Для линейно зависимого удаляемого образца $\mathbf{x}_1^T \mathbf{q}_1 \notin (1 \pm N_{\text{eff}})$:

$$\mathbf{P}_k = \mathbf{P}_{k+1} + \mathbf{q}_1\mathbf{q}_1^T / (1 + \mathbf{x}_1^T \mathbf{q}_1); \tag{8}$$
$$\mathbf{Q}_k = \mathbf{Q}_{k+1},$$

где $\mathbf{q}_1 \in \Re^N$ – столбец, соответствующая старому образу $\mathbf{x}_1 \in \Re^N$, $\mathbf{X}_k = (\mathbf{x}_1 | \mathbf{X}_k'^T)^T$, $\mathbf{X}_k'^T = \{\mathbf{x}_2, \mathbf{x}_3, \ldots, \mathbf{x}_k\}$ и $\mathbf{X}_k^+ = (\mathbf{q}_1 | \mathbf{D}_k)$. Вычислительная сложность: $O(N^3)$.

Пополнить $\mathbf{P}_k$ и $\mathbf{Q}_k$ новым образцом $\mathbf{x}_{k+1}$ при $||\mathbf{x}_{k+1}^T \mathbf{Q}_k||_2 > N_{\text{eff}}$ по (3), (4), а при $||\mathbf{x}_{k+1}^T \mathbf{Q}_k||_2 \leq N_{\text{eff}}$ по (6). Вычислительная сложность: $O(N^3)$.

Вычислить новое значение $\mathbf{b}_{k+1} \in \Re^N$. При $||\mathbf{x}_{k+1}^T \mathbf{Q}_k||_2 > N_{\text{eff}}$ по (2), а при $||\mathbf{x}_{k+1}^T \mathbf{Q}_k||_2 \leq N_{\text{eff}}$ по (5). Вычислительная сложность: $O(N^2)$.

Вычислить значение θ_{k+1} по (1). Вычислительная сложность: $O(N)$. Вычислить новое значение первого столбца $\mathbf{q}_1$’ псевдообратной матрицы $\mathbf{X}_{k+1}^+ : \mathbf{q}_1 = (\mathbf{I} - \mathbf{b}_{k+1}\mathbf{x}_{k+1}^T)\mathbf{q}_1$. Вычислительная сложность: $O(N^2)$

Перейти к следующему образцу.

Достоинством *PRGM* является то, что его вычислительная сложность $O(N+2N^2+2N^3)$ не зависит от величины рабочего окна: Удалось избежать хранения матрицы x_k^+, требуемая память: $MN+3N^2+2N$.

Модифицированный метод поиска соответствий

Предложена модификация метода поиска соответствий ММПС [13]. Модификация обычного метода поиска соответствия [8] с целью учета шума в векторе выхода заключается в использовании для останова теста Грибонваля [14], а при неприменимости теста Грибонваля – критерия выбора модели [15].

На **первом этапе ММПС** определяется, может ли для рассматриваемого базиса использоваться тест Грибонваля. Для этого необходимо:

Для матрицы входов $\mathbf{X}$ вычислить функцию связности $\mu(\cdot)$:

$$\mu(s)=\sup_{card(I)\leq s}\ \sup_{j\notin I}\sum_{i\in I}|\langle\varphi_j,\varphi_i\rangle|, \tag{9}$$

где φ_i – столбец i матрицы входов $\mathbf{X}$ формируется как $\varphi_i=\varphi_i/||\varphi_i||_2, s\leq N$, s – число членов в линейном разложении; I – множество индексов функций, образующих подпространство; i – индексирует элементы подпространства, для всех возможных $card(I)$-членных разложений $y(card(I)=1,\ldots,s, i=1,\ldots,card(I)), i\in I$; $card(I)\leq s$ – означает, что мощность множества индексов (размерность подпространства) варьируется от 1 до s.

Проверить условие $\mu(2s-1)<1$ для $s=1,\ldots,0.5N$. Если условие выполняется для $s\geq 1$, в качестве критерия останова ММПС используется *тест оптимальной разреженности Грибонваля*. При невыполнении условия связности для останова используются *критерии выбора модели* (см. ниже).

На **втором этапе ММПС** выполняются следующие вычисления. Инициализировать $\mathbf{f}_0=0$, $\mathbf{R}_k=\mathbf{y}=(y_1,\ldots,y_L)$. В матрице входов $\mathbf{x}$ найти базисную функцию i, скалярное произведение вектора φ_i которой с вектором текущего остатка $\mathbf{R}_k$ максимально:

$$\gamma_k=\arg\max_{i=1,\ldots,N}|\langle\mathbf{X}(\cdot,i),\mathbf{R}_k\rangle|; \tag{10}$$

γ_k – индекс базисной функции в матрице входов $\gamma_k\in\{1,\ldots,N\}$.

Определить значение вектора параметров как $\theta_k=(\mathbf{\Phi}_k^T\mathbf{\Phi}_k)^{-1}\mathbf{\Phi}_k^T\mathbf{R}_k$, где $\mathbf{\Phi}_k=\{\mathbf{\Phi}_{k-1},\varphi_{\gamma k}\}$.

Вычислить новый вектор остатка $\mathbf{R}_{k+1}=\mathbf{R}_k-\theta\gamma_k\mathbf{X}(\cdot,\gamma_k)$.

Если для останова используется тест оптимальной разреженности Грибонваля:

Вычислить $|\mathbf{R}|_1+|\mathbf{R}|_{2k}$, где

$$|\mathbf{R}|_1=|\mathbf{R}_{k+1}|_1=(|\langle\mathbf{R}_{k+1},\varphi_i\rangle|^2)^{1/2}, |\mathbf{R}|_{2k}=|\mathbf{R}_{k+1}|_{2k}=(\sum_{i\in I2k}|\langle\mathbf{R}_{k+1},\varphi_i\rangle|^2)^{1/2} \tag{11}$$

 ISSN 1562-9945

I_{2k} – множество индексов $2k$ наибольших скалярных произведений $|\langle \mathbf{R}_{k+1}, \varphi_i \rangle|$.

Вычислить:

$$0.5(1-\mu(2k-1))\min_i |\theta_i|, \tag{12}$$

где i – индекс параметра, минимального по модулю; k – число отобранных базисных функций.

Проверить выполнение $|\mathbf{R}_{k+1}|_1 + |\mathbf{R}_{k+1}|_{2k} < 0.5(1-\mu(2k-1))\min_i |\theta_i|$. Если неравенство удовлетворяется, полученная k-членная линейная модель является решением с максимально возможной разреженностью и наименьшей ошибкой аппроксимации на основании теста оптимальной разреженности Грибонваля [14]. В противном случае продолжить формирование модели, перейдя на следующую итерацию.

Если для останова используется критерий выбора модели: Вычислить значение используемого критерия выбора модели $CR(k)$.

Произвести сравнение $CR(k) \geq CR(k-1)$. Если неравенство удовлетворяется, то для выбранного критерия и метода перебора моделей полученная k-членная линейная модель является моделью оптимальной сложности при данном уровне шума выхода $\mathbf{y}$. В противном случае продолжить формирование модели, перейдя на следующую итерацию.

Выделение скрытых источников на основе алгоритмической взаимной информации

Алгоритмическая взаимная информация определяется как [16]:

$$I(\mathbf{x}_1 : \mathbf{x}_2) = K(\mathbf{x}_1) - K(\mathbf{x}_1|\mathbf{x}_2), \tag{13}$$

где $K(\mathbf{x}_1)$ – алгоритмическая сложность строки данных (наблюдений) $\mathbf{x}_1$, $K(\mathbf{x}_1|\mathbf{x}_2)$ – алгоритмическая сложность преобразования $\mathbf{x}_1$ в $\mathbf{x}_2$.

Вычислимым эквивалентом алгоритмической сложности строки данных $K()$ на основе подхода *MDL* является минимальная длина описания [15]. Нами предложено для вычисления $K(\cdot)$ использовать минимальную длину описания данных универсальной моделью – *nMDL*, либо минимальную длину описания данных смешанной моделью – *gMDL*, предложенные *Bin Yu* [15]:

$$nMDL = (L/2)\log(RSS/(L-k)) + 0.5k\log(F) + \log(L-k) - 3/2\log(k); \tag{14}$$

$$gMDL = (L/2)\log(RSS/(L-k)) + 0.5k\log(F) + \log(L) \tag{15}$$

$$F = (\mathbf{x}^T\mathbf{x} - RSS)/(kRSS/(L-k)), RSS = ||\mathbf{x} - \mathbf{\Phi}\theta||^2. \tag{16}$$

Здесь $\mathbf{x}$ сопоставлена линейная модель M вида $\mathbf{x} = \sum_{i=1,k} \theta_i\varphi_i$, где $\theta \in \Re^k$ – параметры, $\varphi \in \Re^L$ – базисные функции, позволяющие аппроксимировать $\mathbf{x} \in \Re^L$, L – длина выборки, по которой строится модель, k –

число параметров, φ_{ij} образуют матрицу $\mathbf{\Phi} \in \Re^{L\times k}$. Предлагаемая целевая функция *BSSMDL* для разделения двухкомпонентной смеси имеет следующий вид

$$I(\mathbf{x}_1^* : \mathbf{x}_2^*) = MDL(\mathbf{Yw}1) - MDL(\mathbf{Yw}1|M_2), \tag{17}$$

где $\mathbf{Y} \in \Re^{L\times 2}$ – матрица выходов, $\mathbf{Yw}_1 = \mathbf{x}_1^*$ – вектор оценки сигнала источника $\mathbf{x}_1^* \in \Re^L, MDL(\cdot)$ – функция, значением которой является длина описания данных (например (14) или (15)), $\mathbf{x}_1^* \in \Re^L$ – вектор оценки сигнала первого источника, $\mathbf{x}_2^* \in \Re^L$ – вектор оценки сигнала второго источника, $\mathbf{w}1$ – строка разделяющей матрицы, соответствующая первому источнику, M_2 – линейная модель для аппроксимации $\mathbf{x}_2^*$. Оптимизационная задача отыскания $\mathbf{w}1^*$ для выделения первого источника

$$\mathbf{w}_1^* = \arg\min_w I(\mathbf{x}_1^* : \mathbf{x}_2^*) = \arg\min_w(\mathit{MDL}(\mathbf{Yw}1) - \mathit{MDL}(\mathbf{Yw}1|M_2)), \tag{18}$$

На каждой итерации оптимизационной процедуры осуществляется построение линейной модели M_1 для аппроксимации текущей оценки $\mathbf{x}_1^* = \mathbf{Yw}_1^*$ и линейной модели M_2 для аппроксимации $\mathbf{x}_2^* = \mathbf{Yw}_2^*$, где $\mathbf{w}_1^*$ и $\mathbf{w}_2^*$ – оценки $\mathbf{w}_1$ и $\mathbf{w}_2$, полученные на текущей итерации оптимизации. Для построения моделей M_1 и M_2, устойчивых к шуму, предлагается использовать ММПС с остановом по тесту оптимальной разреженности Грибонваля (см. выше *модифицированный метод поиска соответствий*). Затем вычисляется $nMDL(\mathbf{Yw}_1)$ по (14). Для вычисления $nMDL(\mathbf{Yw}_1|M_2)$ предлагается аппроксимировать $\mathbf{Yw}_1$, используя только базисные функции $\mathbf{\Phi}_2$, полученные в M_2 и вычислять (14), используя $RSS = ||\mathbf{Yw}_1 - \mathbf{\Phi}_2\theta_2||^2$.

Реализация и применения

Для реализации и использования ИТЛМ разработано программного обеспечение в виде модулей *MatLab Toolboxes*, модель *Simulink* системы подавления активных помех, модули программного нейрокомпьютера *SNC* [17].

ИТЛМ использована для решения задачи определения содержания радионуклидов в объектах окружающей среды при фиксированной и нефиксированной геометрии измерений [13], [18], [19]. ИТЛМ также использовалась для решения задачи подавления активных помех в неоднородных и однородных антенных системах [5], [6], [9]. Применение ИТЛМ позволило получить более высокие результаты по сравнению с используемыми методами решения этих задач.

Выводы

Разработанная информационная технология анализа данных с помощью линейных моделей позволяет автоматизировать процесс принятия решения по выбору метода решения прикладных задач на основе решения задач аппроксимации и выделения скрытых источников с помощью линейных моделей в условиях неопределенности и предоставляет

 ISSN 1562-9945

средства для их решения за счет разработки программно-аппаратных реализаций методов. Она показала хорошие результаты в задачах подавления активных помех и определения содержания радионуклидов в объектах окружающей среды. Предполагается расширить перечень решаемых прикладных задач и набор методов, используемых в технологии.

Литература

1. *Cucker F., Smale S.* On the mathematical foundations of learning // Bulletin of the American Mathematical Society. – 2001. – **39**(1). – pp.1-49.
2. *Chichocki A., Amari S.* Adaptive Blind Signal and Image Processing. – Wiley. – 2002. – 586 P.
3. *Ивахненко А.Г., Степашко В.С.* Помехоустойчивость моделирования. – Киев: Наукова думка, 1985. – 216 с.
4. *Тихонов А.Н. , Арсенин В.Я.* Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1979.
5. *Ревунова Е.Г.* Два подхода к разделению сигнальных смесей на основе линейных моделей // Системные технологии. Региональный межвузовский сборник научных работ. – Выпуск 6 (41). – Днепропетровск, 2005. – С. 142-148.
6. *Revunova E.G., Rachkovskij D.A.* Training a linear neural network with a stable LSP solution for jamming cancellation // International Journal "Information Theories and Applications". - 2005. - Vol. 12. - №3. - P. 224-230.
7. *Donoho D.L., Elad M., Temlyakov V.* Stable Recovery of Sparse Overcomplete Representations in the Presence of Noise // Technical report, Department of Statistics, Stanford University. – 2004.
8. *Mallat S., Zhang Z.* Matching pursuit with time frequency Dictionaries // IEEE Trans. Signal Proc. – 1993. – **41**(12).
9. *Ревунова Е.Г.* Разделение сигнальных смесей на основе принципа минимальной длины описания // Комп’ютерні засоби, мережі та системи. – 2005. – №4. – С. 86-93.
10. *Zibulevsky M., Pearlmutter B.A.* Blind source separation by sparse decomposition in a signal dictionary // Neural Computations. – 2001. – **13**(4). – pp.863-882.
11. *Plackett R.. L.* Some theorems in least squares // Biometrika. – 1950. – 37. – pp.149-157.
12. *Zhou J., Zhu Y., Li X. R., You Z.* Variants of the Greville formula with applications to exact recursive least squares // SIAM J. Matrix Anal. Appl. – 2002. – **24**(1). – pp.150-164.

13. *Забулонов Ю.Л., Лисиченко Г.В., Ревунова Е.Г.* Повышение надежности идентификации радионуклидов при анализе низкоинтенсивных полей ионизирующего излучения // Сб. научн. тр. СНИЭиП.– Севастополь, 2005. – вып.16. – С.114-124.

14. *Gribonval R., Figueras i Ventura R. M., Vandergheynst P.* A simple test to check the optimality of sparse signal approximations // Tech. Rep., IRISA PI-1661. – 2004.

15. *Hansen M., Yu B.* Model selection and minimum description length principle // In J. Amer. Statist. Assoc. – 2001. – vol. **96**. – P. 746-774.

16. *Grunvald P.D., Vitanyi P.M.B.* Kolmogorov complexity and information theory. With an interpretation in terms of questions and answers // J. Logic, Language and Information. – 2003. – 12)(4). – pp. 497-529.

17. *Мисуно И., Рачковский Д., Ревунова Е., Слипченко С., Соколов А., Тетерюк А.* Модульный программный нейрокомпьютер SNC: реализация и применение // УсиМ. — 2005. — №2. — С. 1-12.

18. *Ревунова Е.Г.* Сравнение критериев выбора модели в задачах аппроксимации с естественным базисом.// Математические машины и системы. – 2005. – №3.– С.116-126.

19. *Забулонов Ю.Л., Лисиченко Г.В., Ревунова Е.Г.* Экспресс-анализ радионуклидного состава с использованием аппроксимационного подхода к восстановлению спектра // Геохимия окружающей среды, сборник научных трудов ИГОС НАН и МЧС Украины. – 2004. – 10. – С.32-38.

Получено 16.11.2007

 ISSN 1562-9945