

АДАПТИВНО-ПОИСКОВАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ХАОТИЧЕСКОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ДУФФИНГА

Введение

Нелинейные динамические системы, широко представленные в современных технологических и природных процессах, несмотря на детерминизм их определения, могут проявлять хаотические свойства в своей динамике [1,3]. При этом пренебрежимо малые возмущения во входных воздействиях и параметрах самой системы приводят к значительным, но конечным возмущениям выходного сигнала. Это приводит к определённым трудностям при конструировании, управлении и предсказании поведения таких систем.

При математическом и компьютерном моделировании систем динамического хаоса возникают специфические для данных систем проблемы. Прежде всего – требуется обеспечить наличие работоспособного критерия адекватности модели. Для задач идентификации наличие такого критерия является принципиальным. Наиболее часто используемые при моделировании поведения динамических систем критерии, основанные на привычных мерах в пространстве выходных сигналов, оказываются неработоспособными. С другой стороны, специальные характеристики оценивания хаотичности динамических систем, такие как фрактальная размерность, показатель Ляпунова, сечение Пуанкаре, недостаточно информативны для задачи идентификации из-за ограниченного диапазона изменений, большой погрешностью при их измерении для реальных систем и существенной вычислительной сложностью.

В отличие от работы [5], где было продемонстрировано использование физических принципов для синтеза критерия идентификации нелинейной динамической системы с сухим трением, в данной работе предлагается аналогичный подход для классической системы, проявляющей свойства динамического хаоса — нелинейной колебательной системы Дуффинга [1].

Постановка задачи

Рассмотрим нелинейную динамическую систему Дуффинга [1,2]:

$$\ddot{x} + c_0\dot{x} + \Omega_0^2x + \beta x^3 = u(t), \quad (1)$$

или её же с сохранением физических размерностей:

$$m\ddot{x} + \nu\dot{x} + k_1x + k_3x^3 = F(t), \quad (2)$$

Здесь m – масса объекта, $x(t)$ – координата (выходной сигнал), $u(t) = U \sin(\omega_{in}t)$ – внешняя возмущающая сила, k_1 – коэффициент линейной компоненты возвращающей силы, k_3 – коэффициент при нелинейной части, Ω_0 – собственная частота при отсутствии нелинейности, ν и c_0 – размерный и безразмерный коэффициенты демпфирования, β – безразмерный коэффициент нелинейной части.

В данной задаче в качестве идентифицируемого параметра будет использоваться коэффициент β . Параметры объекта и входного сигнала были выбраны таким образом ($U = 1$, $\omega_{in} = 1$, $c_0 = 0.05$, $\Omega_0 = 1$, $\beta \approx 2$), что бы проявлялась хаотическая динамика. Выход объекта $x(t)$ наблюдается с погрешностью $w(t)$ – случайным сигналом с равномерным распределением, амплитудой $w_a = 0.05$ и характерным временем автокорреляции $\tau_w = 0.1$. Выход модели $x_m(t)$ измеряется точно.

На рис. 1 приведены фрагменты выходных сигналов системы (1) при близких значениях параметра β . Несмотря на небольшую разницу в значениях параметров и сильному влиянию периодического входного сигнала, выходы сильно различаются, что исключает возможность применения классических критериев идентификации.

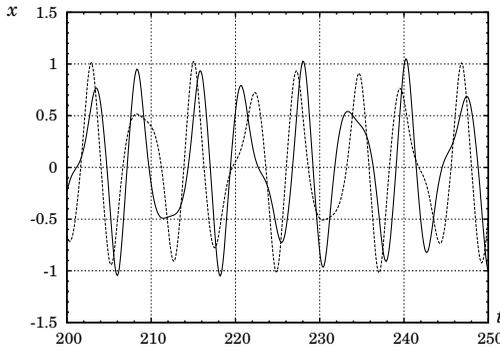


Рис. 1 – Выходные сигналы системы вида (1) при значениях параметра $\beta = 1.9$ и $\beta = 2.0$

Следует отметить, что в отличие от системы с сухим трением, рассмотренной в [5], данная система проявляет хаотические свойства только при малых значениях c_0 . При большем влиянии диссипативной составляющей система (1) качественно не отличается от линейной колебательной системы, и для её идентификации применимы известные критерии. По-видимому, это связано с тем, что сухое трение обладает более существенной нелинейностью, чем x^3 .

На рис. 2 приведён фазовый портрет рассматриваемой системы для $t \in [0; 500]$. При большем времени моделирования график практически полностью “закрашивает” ограниченную область, что является косвенным подтверждением хаотичности системы.

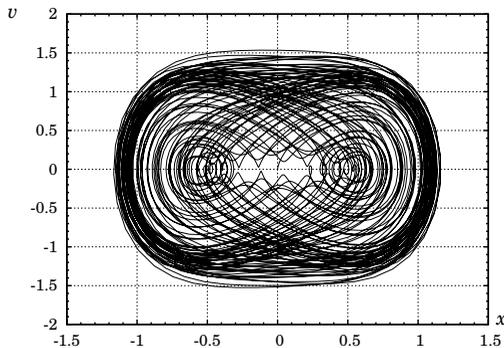


Рис. 2 – Фазовый портрет системы вида (1)

Ставится задача разработки такого вида критерия, на основании которого можно было бы использовать существующие методы идентификации. Требования к идентификации в реальном времени без существенных вычислительных затрат, высокой помехоустойчивости и универсальности обосновывают применение в качестве базовых адаптивно-поисковые методы идентификации [4].

Анализ свойств системы

Рассмотренный в работе [5] критерий идентификации, построенный на основе физических принципов, показал свою применимость для системы с сухим трением. Однако, прямое использование предложенного критерия для данной системы, как показала исследования, оказалось невозможным. Прежде всего, данный критерий оценивает потери энергии в системе на сухое трение. Это напрямую связано с постановкой задачи идентификации параметров трения и не имеет смысла для системы вида (1). К тому же, рассматриваемая в данной работе система из-за малой величины c_0 очень близка к консервативной, и наблюдаемые изменения полной энергии системы в основном обусловлены взаимодействием с внешним источником энергии – входным сигналом $u(t)$.

Анализ поведения исследуемой системы показал, что для работоспособности методов идентификации необходимо, что бы критерий идентификации $F(x_o(t), x_m(t))$:

- определялся не мгновенным выходом системы, а некоторой интегральной величиной;
- в свою очередь, эта величина должна явно зависеть от значения идентифицируемого параметра;
- обладать достаточной устойчивостью к шумам;
- вычисление критерия по измеренным величинам $x_o(t), x_m(t)$ не должно приводить к существенным вычислительным затратам.

Прежде всего отметим, что при неизменных параметрах системы и входного сигнала, несмотря на то, что система и её окружение постоянно обмениваются энергией, среднее значение полной энергии системы остаётся постоянным. В полную энергию вносят свой вклад кинетическая

$$E_k = m \frac{\dot{x}^2(t)}{2} \quad (3)$$

и потенциальная энергия

$$E_p = \int_0^x (k_1 x + k_3 x^3) dx = \frac{k_1 x^2}{2} + \frac{k_3 x^4}{4}. \quad (4)$$

Как следует из (4), идентифицируемая величина β (в размерном виде ей соответствует параметр k_3) непосредственно входит только в выражение для потенциальной энергии, причём её влияние играет большее значения при максимальных значениях x . Казалось бы, что в качестве величины, определяющей критерий идентификации, можно было бы взять максимальное значение выходного сигнала при нулевом входе, так как при этом кинетическая энергия системы нулевая, и создаются благоприятные условия для идентификации. Однако, это достаточно редкие случаи, чтобы на их основе строить надёжно работающую систему идентификации, и естественно, возникает вопрос о точности измерений таких редких событий.

Воспользуемся тем, что влияние параметра β наиболее существенно при максимальных значениях x , и, следовательно, определяет величину

$$P = \frac{1}{\tau} \int_0^{\tau} x^2(t) dt, \quad (5)$$

где τ – достаточно большой интервал усреднения. В свою очередь, данную величину просто измерять, из-за большого значения τ (обычно порядка нескольких десятков периодов входного сигнала) влияние шумов измерения минимально.

В качестве критерия идентификации при этом можно использовать как величину $|P_o - P_m|$, так и $(P_o - P_m)^2$.

Моделирование процесса идентификации

Как и в случае с сухим трением, в качестве базового был выбран метод адаптивно-поисковой идентификации с двумя моделями и двумя УГПК [4]. Как для объекта, так и для каждой из моделей измерялась величина P (5), и эти величины использовались как входной сигнал для системы идентификации (рис. 3).

На рис. 4 представлены результаты моделирования процессов идентификации параметра β . Параметры системы идентификации: $\gamma = 200$, $\omega_0 = 0.01$, $k_\omega = 1$, $A = 0.2$, $k_i = 0.01$.

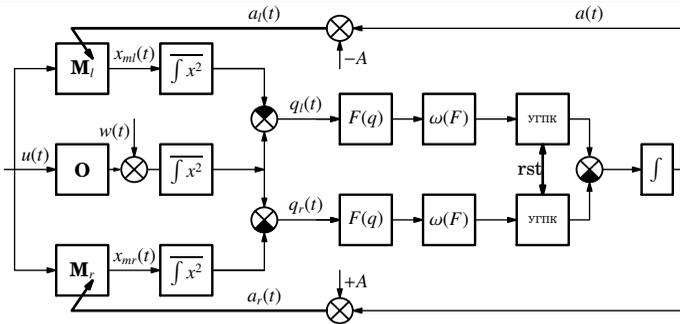


Рис. 3 – Система идентификации с двумя моделями, двумя УГПК и измерением величин P

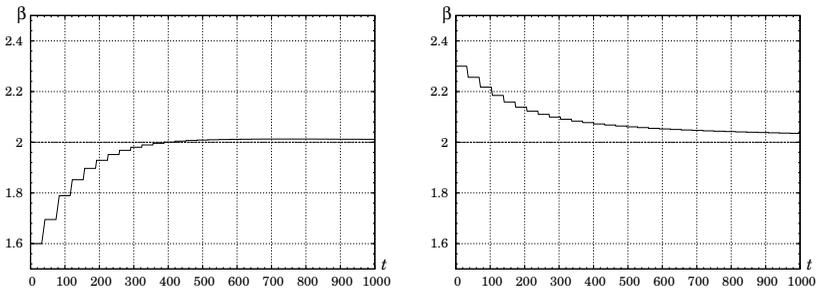


Рис. 4 – Результаты моделирования процесса идентификации для различных начальных значений β

Из анализа графиков можно сделать вывод, что процесс идентификации достиг результата примерно за несколько сотен периодов входного сигнала, что много хуже, чем для системы с сухим трением, и ещё хуже, чем для нелинейных систем, не проявляющих хаотической динамики. По всей видимости, это связано с тем, что с физической точки зрения трудно разделить влияния линейной и нелинейной компонент возвращающей силы. Влияние идентифицируемого коэффициента заметно только при больших величинах x , следовательно, для измерения влияния β требуются большие интервалы оценивания.

Выводы

Несмотря на низкое быстродействие полученной системы идентификации, поставленная цель достигнута – предложенный критерий позволяет оценить параметр, определяющий хаотичность классической нелинейной хаотической системы Дуффинга.

На первый взгляд, существенным недостатком данного подхода является то, то для каждой нелинейной системы необходимо определять

какую-то физическую величину, связанную с идентифицируемым параметром. К тому же возникают сомнения, всегда ли такая величина существует. Тем не менее, если возникла практическая задача, требующая идентификации данного параметра, то значит существует физический процесс, зависящий от данного параметра и влияющий на выходной сигнал. Следовательно, с высокой долей уверенности можно сказать, что искомым критерий может быть найден.

Литература

1. *Мун Ф.* Хаотические колебания: Вводный курс для научных работников и инженеров. – М.: Мир, 1990. – 312 с.
2. *H.J. Korsch, H.J. Jodl, T. Hartmann.* Chaos: A program collection for the PC. – Springer, 2007 – 342 с.
3. *Tamas Tel, Marton Gruiz.* Chaotic Dynamics. An Introduction Based on Classical Mechanics. – Cambridge University Press, 2006 – 388 с.
4. *Михалёв А.И., Гуда А.И.* Сравнительный анализ алгоритмов поисковой идентификации нелинейных систем // Адаптивные системы автоматического управления. – 2000. – № 3(23). – С. 99–108.
5. *Михалёв А.И., Гуда А.И., Новикова Е.Ю.* Синтез критерия идентификации нелинейных динамических систем на физических принципах // Адаптивные системы автоматического управления. – 2007. – № 11(31). – С. 136–142.

Получено 22.05.2008