

## ВЫБОР КРИТЕРИЯ ПРИ АДАПТИВНО-ПОИСКОВОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ ВАН-ДЕР-ПОЛЯ

*Аннотация:* Рассмотрены вопросы, связанные с моделированием и идентификацией параметров нелинейной колебательной системы Ван-Дер-Поля при наличии входного сигнала. Предложен способ построения критерия идентификации для режима сложно-периодического движения. Построена система адаптивно-поисковой идентификации и исследована ее работоспособность.

*Ключевые слова:* Идентификация, хаотическая динамика, критерий идентификации, нелинейная колебательная система Ван-Дер-Поля.

### Введение

Модель нелинейной автоколебательной системы Ван-Дер-Поля широко используется при исследовании динамики колебательных систем, в которых происходит восполнение энергии системы из внешнего источника [1,5]:

$$\ddot{x} + \varepsilon(1 - x^2)\dot{x} + \Omega_0^2 x = u(t). \quad (1)$$

где  $x(t)$  – координата колебаний,  $\varepsilon$  – параметр, определяющий получение энергии системой,  $\Omega_0$  – собственная частота при  $\varepsilon = 0$ ,  $u(t)$  – внешнее возмущающее воздействие.

При  $\varepsilon > 0$  и  $u(t) = 0$  рассматриваемая система реализует режим автоколебаний с постоянной частотой, зависящей от  $\varepsilon$  [1]:

$$\Omega \approx \Omega_0 \sqrt{1 - \left(\frac{\varepsilon}{2\Omega_0}\right)^2}. \quad (2)$$

При этом амплитуда колебаний остаётся практически постоянной, а сама форма колебаний принимает всё более нелинейный характер.

При возмущении системы входным гармоническим сигналом  $u(t) = U_{in} \sin(\omega_{in} t)$  система (1) может проявлять регулярную, сложно-периодическую и хаотическую динамику [4,5].

На рис. 1 представлены фазовый портрет и спектр системы при следующих значениях параметров:  $U_{in} = 0.3$ ,  $\omega_{in} = 0.2715$ ,  $\varepsilon = 1.5$ .

Если судить только по фазовому портрету, то можно сделать вывод, что система проявляет свойства динамического хаоса. Однако, спектр системы, состоящий из ограниченного набора частот, свидетельствует, что на самом деле наблюдается сложно-периодическое движение. Тем не менее, для задачи идентификации, такое поведение практически не отличается от хаотического, так как малые возмущения приводят к большим отличиям в выходном сигнале. Это делает непригодными те критерии

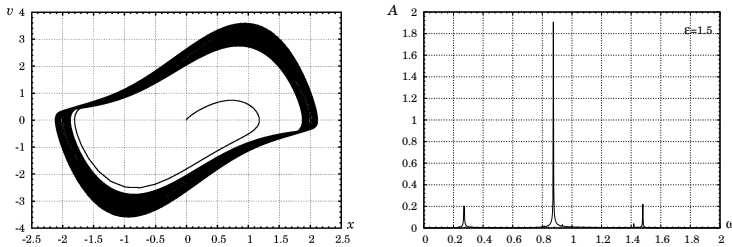


Рис. 1 – Фазовый портрет и спектр системы (1) при  $U_{in} = 0.3$ ,  $\omega_{in} = 0.2715$  и  $\varepsilon = 1.5$

идентификации, которые основаны на измерении мгновенной разницы между выходными сигналами модели и объекта [2,3].

### Постановка задачи

Наличие критерия идентификации, который отражает какое-либо интегральное свойство системы, является обязательным условием успешного синтеза системы идентификации. В качестве основы для такого критерия может служить какая-либо физическая величина, доступная для непосредственного измерения, и зависящая, явно или неявно, от идентифицируемого параметра [2].

Так как модель (1) описывает реальные физические системы [1], а именно, колебательные системы с синхронным восполнением энергии из внешнего источника, то и основу для критерия следует искать среди интегральных свойств таких систем.

Величина  $\varepsilon$  определяет “отрицательное трение” или же мощность источника энергии при  $x \approx 0$ . При ограниченной амплитуде колебаний такая “подкачка энергии” проявляется в увеличении скорости при  $x \approx 0$ , и соответственно, замедлении за счет сильного демпфирования при значениях  $x$ , близких к амплитудным. Непосредственное измерение  $\dot{x}(t)$  в момент прохождения равновесия при наличии шумов и сложной динамики даёт практически недопустимую погрешность изменения. Во-первых, само по себе измерение производной зашумленной величины – источник больших погрешностей, во вторых – это мгновенная величина, плохо отражающая динамику системы в целом.

Условие ограниченной амплитуды даёт использовать интегральную величину – период (или квазипериод) колебаний  $T$ . В условиях сложного движения период одного “колебания” не имеет особого смысла, однако усреднённое значение такого периода  $\bar{T}$  является вероятным кандидатом в исходную величину для построения критерия.

На рис. 2 представлена полученная в результате моделирования зависимость  $\bar{T}(\varepsilon)$  для различных значений  $\omega_{in}$ .

Из монотонного поведения графиков следует, что величина периода, усредненного на достаточно большом количестве колебаний, достаточно адекватно отображает влияние параметра  $\varepsilon$ , и следовательно, её можно

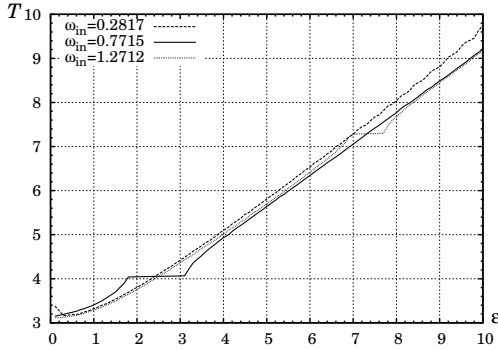


Рис. 2 – Зависимость среднего периода колебаний  $\bar{T}$  системы (1) от величины  $\epsilon$  при различных частотах входного сигнала

использовать в качестве основы при синтезе критерия идентификации. Тем не менее, существуют условия, при которых успешное использование данного критерия невозможно. Этим условиям соответствуют “плато” на графиках зависимости  $\bar{T}(\epsilon)$  (рис. 2 при  $\omega_{in} = 0.7715$  и  $\omega_{in} = 1.2712$ ). В этих условиях происходит “захват частоты”, и частота колебаний определяется только частотой входного сигнала, и влияние величины параметра  $\epsilon$  на поведение системы пренебрежимо мало.

При попадании системы в режим “захвата частоты” её поведение существенно изменяется (рис. 3 и 4).

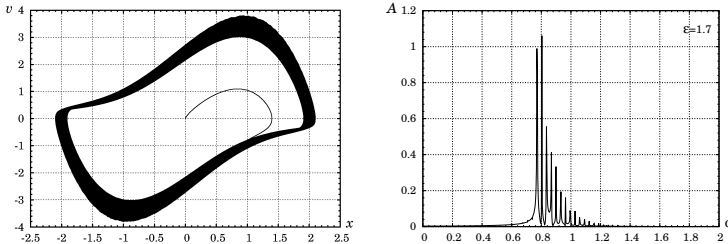


Рис. 3 – Фазовый портрет и спектр системы (1) при  $U_{in} = 0.3$ ,  $\omega_{in} = 0.7715$  и  $\epsilon = 1.7$

Практически перед входом в режим “захвата частоты” наблюдается очень близкое к сплошному заполнение аттрактора на фазовом портрете, и множество близких частот в спектре (рис. 3). При достаточном уровне шумов такое сложно-периодическое движение практически неотлично от хаоса.

В установившемся режиме “захвата частоты” на фазовом портрете наблюдается “тонкий” аттрактор, аналогичной фазовому портрету системы (1) без входного сигнала. И соответственно, в спектре наблюдается до-

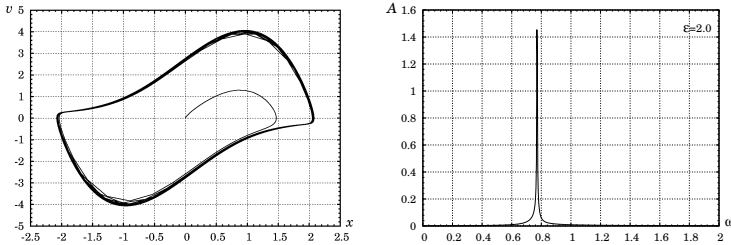


Рис. 4 – Фазовый портрет и спектр системы (1) при  $U_{in} = 0.3$ ,  $\omega_{in} = 0.7715$  и  $\varepsilon = 2.0$

минирование одной частоты (рис. 4). Однако и этом случае возможно проведение идентификации (довольно грубой), по условию близости резонансной частоты нелинейной системы (1) к частоте  $\omega_{in}$  вынуждающего сигнала  $u(t)$ .

Таким образом, критерий идентификации имеет смысл формировать на основе нормированного сравнения величин  $\bar{T}$  у модели и объекта, например таким образом:

$$F = \exp \left( -\gamma(\bar{T}_o - \bar{T}_m)^2 \right). \quad (3)$$

### Практический метод оценивания величины периода

Использование величины  $\bar{T}$  в качестве основы критерия идентификации вызывает необходимость в достаточно простом и надежном методе её оценивания, особенно в условиях шумов измерения и сложно-периодическом или даже хаотическом режиме работы. При этом задача разбивается на две: собственно измерение “квазипериода” одного колебания, и усреднение полученных значений на интервале времени, достаточном для принятия решения о смещении точки поиска.

Со второй задачей хорошо справляется метод адаптивно-поисковой идентификации и двумя моделями и двумя УПК с общим сбросом [2]. При этом величина базовой поисковой частоты  $\omega_0$  должна быть достаточно малой, что бы за время поискового периода на только произошло достаточное для усреднения количество колебаний идентифицируемой системы, то и не происходили биения из-за несинхронности срабатывания каналов системы идентификации. Это условие значительно замедляет быстроедействие системы идентификации, но обеспечивает устойчивость поиска.

Для достаточно надёжного измерения “периода” колебаний в условиях сложной динамики и шумов предлагается использовать следующие последовательно соединённые звенья:

- гистерезисный элемент типа “люфт”, с величиной люфта  $x_0$  порядка 0.1–0.3 от характерной величины амплитуды выходного сигнала системы (для подавления шумов и малых паразитных колебаний);

- звено, реализующее функцию вида  $\text{sign}(x)$ , превращающее очищенные люфтом колебания в последовательность прямоугольных импульсов (практически это звено может быть объединено с предыдущим);
- генератора импульсов (стробов) при переключении сигнала прямоугольных импульсов;
- интегратора постоянной величины (например 1), со сбросом по приходу строба;
- запоминающего элемента, который запоминает выходное значение интегратора по приходу того же строба.

Предложенный метод позволяет оценивать период выходного сигнала идентифицируемой системы в широком диапазоне частот, шума и при различных видах динамики системы. На самом деле значения для графиков, представленных на рис. 2 были получены этим методом.

### Моделирование процесса идентификации

Для моделирования процесса идентификации системы вида (1) адаптивно-поисковым методом с двумя УГПК и предлагаемым критерием вида (3) была собрана соответствующая схема в программе qto2 (рис. 5).

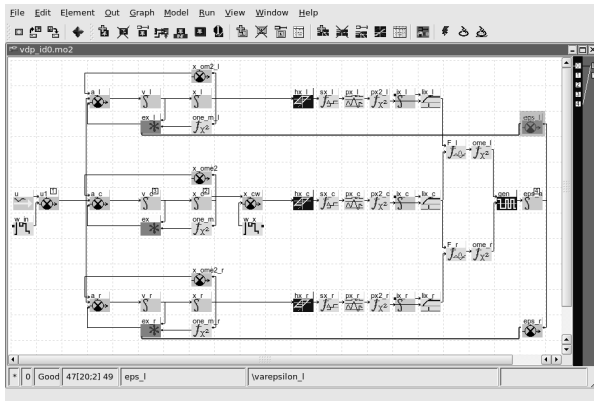


Рис. 5 – Моделируемая система идентификации в программе qto2

На рис. 6 представлены результаты моделирования процессов идентификации параметра  $\varepsilon$  при различных его начальных значениях.

Следует отметить сравнительно малую скорость сходимости метода. При попытке увеличить скорость, как за счет увеличения коэффициента при интеграторе  $k_i$ , так и за счет увеличения базовой поисковой частоты  $\omega_0$ , во многих случаях процесс поиска нарушается. С другой стороны, уменьшение скорости поиска можно достичь большей точности и области работоспособности метода.

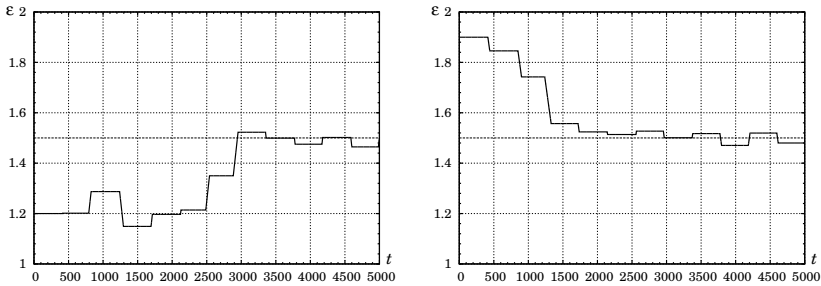


Рис. 6 – Результаты моделирования процесса идентификации для  $\varepsilon_0 = 1.1$  и  $\varepsilon_0 = 1.9$

При моделировании процесса идентификации было установлено, что идентификация происходит устойчиво в широком диапазоне значений частот и параметра  $\varepsilon$ . Процесс поиска нарушается при  $\varepsilon \approx 0$ , когда его влияние на динамику системы незначительно, и как уже упоминалось, при реализации режима “захвата частоты”.

### Выводы

Результаты моделирования динамики нелинейной автоколебательной системы Ван-Дер-Поля при наличии входного сигнала, а также зависимости величин, предлагаемых для синтеза критериев, и процессов идентификации позволяют сделать следующие выводы:

- в нелинейной автоколебательной системе Ван-Дер-Поля в широком диапазоне параметров наблюдаются сложно-периодические колебания, которые в реальных условиях практически неотличимы от динамического хаоса, область существования которого существенно уже;
- критерии идентификации, основанные на оценивании близости мгновенных выходных сигналов модели и объекта неработоспособны, как в случае идентификации систем динамического хаоса;
- для идентификации параметра  $\varepsilon$  данной системы имеет смысл использовать критерий идентификации основанный на средней величине “квазипериода”  $\bar{T}$ ;
- существуют режимы, в которых данный критерий неработоспособен, но в этом случае существует альтернативный способ.

### Литература

1. Анищенко В.С., Астахов В.В., Вадивасова Т.Е., Нейман А.Б., Стрелкова Г.И. Шиманский-Гайер Л. Нелинейные эффекты в хаотических и стохастических системах. – Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2003, 544 стр.

2. *Михалёв А.И., Гуда А.И., Новикова Е.Ю.* Синтез критерия идентификации нелинейных динамических систем на физических принципах // *Адаптивные системы автоматического управления.* – 2007. – № 11(31). – С. 136–142.
3. *Михалёв А.И., Гуда А.И.* Адаптивно-поисковая идентификация хаотической динамической системы Дуффинга // *Адаптивные системы автоматического управления.* – 2008. – № 12(32). – С. 166–171.
4. *Магницкий Н.А., Сидоров С.В.* Новые методы хаотической динамики. – М.: Едиториал УРСС, 2004 – 320 с.
5. *Мун Ф.* Хаотические колебания: Вводный курс для научных работников и инженеров. – М.: Мир, 1990. – 312 с.

*Получено 17.12.2009*