УДК 004.032.26

Е.В. Бодянский, Е.А. Винокурова

# ВЭЙВЛЕТ-НЕЙРО-ФАЗЗИ СИСТЕМА ТИПА-2 И АЛГОРИТМ ЕЕ ОБУЧЕНИЯ В ЗАДАЧАХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНОЙ ОБРАБОТКИ ИНФОРМАЦИИ

*Аннотация:* В статье предложена вэйвлет-нейро-фаззи система типа-2, которая реализуется с помощью ансамбля обычных систем первого типа с различными параметрами фаззи-вэйвлет-функций принадлежности типа-2. Также предложена процедура редукции-дефаззификации реального времени, позволяющая в on-line режиме синтезировать оптимальный выходной сигнал.

Введенную вэйвлет-нейро-фаззи систему типа-2 можно использовать для решения задач интеллектуальной обработки информации. Проведено экспериментальное моделирование на различных нестационарных процессах, результаты, которого подтверждают эффективность предложенных методов.

*Ключевые слова:* вэйвлет-нейро-фаззи система типа-2, интеллектуальная обработка информации, ансамбль нейронных сетей.

## 1 Введение

В настоящее время для решения широкого класса задач в области интеллектуальной обработки данных все чаще применяются гибридные нейро-фаззи-системы и вэйвлет-нейро-фаззи-системы, которые, сочетая в себе преимущества каждого подхода, обладают улучшенными аппроксимирующими свойствами, при этом не теряя способности работать в реальном времени. Такими системами являются архитектуры типа Ванга-Менделя [11], адаптивные нейро-фаззи системы Такаги-Сугено-Канга [4], вэйвлет-нейро-фаззи сети [1], адаптивные вэйвлет-нейро-фаззи системы с W-нейронами [2].

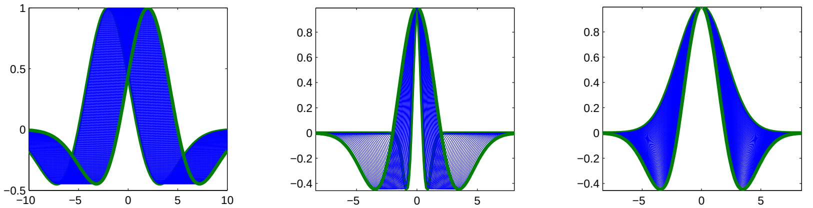
Л. Заде [13] было отмечено, что такие системы являются не вполне нечеткими, поскольку используют четкие функции принадлежности, что вносит дополнительную неопределенность в базу правил системы. С целью решения этой проблемы были введены нечеткие функции принадлежности типа-2 как расширение функций типа-1 [13]. Таким образом, в качестве альтернативы нейро-фаззи-системам было предложено использовать нейро-фаззи-системы типа-2. На сегодня предложен ряд систем типа-2 [5, 7, 10, 12, 9], однако они также имеют ряд ограничений, во-первых, форма функции принадлежности типа-2 все равно задана заранее, а во-вторых, возникает проблема работы такой системы в реальном времени, связанная с трудоемкой процедурой редукции модели.

В связи с этим, нами предлагается архитектура вэйвлет-нейро-фаззи системы с фаззи-вэйвлет-функцией принадлежности типа-2 с перенастраиваемой формой, а также процедура редукции-дефаззификации реального времени, позволяющая в on-line режиме синтезировать оптимальный выходной сигнал. Таким образом, предложенная система обладает рядом преимуществ: гибкостью, быстродействием, способностью обрабатывать нестационарные сигналы в режиме реального времени.

## 2 Архитектура вэйвлет-нейро-фаззи системы и фаззи-вэйвлет-функции принадлежности

Рассмотрим общую структуру вэйвлет-нейро-фаззи системы, которая имеет пятислойную архитектуру, являющуюся модификацией системы [1].

Первый скрытый слой образован набором из $h_\psi n$ фаззи-вэйвлет-функций принадлежности типа-2 $\psi_{ji}(k)$. В функциях такого вида можно выделить три вида нечеткости: по центрам (рис. 1а), по ширинам (рис. 1б) и по параметру формы функции (рис. 1в)



(a) а) неопределенность по $\tilde{c}^{\psi}_{ji}$ (b) б) неопределенность по $\tilde{\sigma}^{\psi}_{ji}$ (c) в) неопределенность по $\tilde{\alpha}^{\psi}_{ji}$

Рис. 1 – Фаззи-вэйвлет-функции принадлежности с разными видами неопределенности

$$\psi_{ji}(k)=\left(1-\tilde{\alpha}^{\psi}_{ji}(k)\tilde{\delta}^{2}_{ji}(k)\right)\exp\left(-\delta^{2}_{ji}(k)/2\right), \tag{1}$$

где $\tilde{\delta}_{ji}(k)=\left(x_i(k)-\tilde{c}^{\psi}_{ji}(k)\right)\tilde{\sigma}^{-1}_{ji}(k)$, $x_i(k)$ - значение $i$-входа, $\tilde{c}^{\psi}_{ji}\in[\underline{c}^{\psi}_{ji},\overline{c}^{\psi}_{ji}]$ - неопределенность по центрам ( $\underline{c}^{\psi}_{ji},\overline{c}^{\psi}_{ji}$ - нижняя и верхняя граница по центрам фаззи-вэйвлет-функции принадлежности соответственно), $\tilde{\sigma}^{\psi}_{ji}=[\underline{\sigma}^{\psi}_{ji},\overline{\sigma}^{\psi}_{ji}]$ - неопределенность по ширинам ($\underline{\sigma}^{\psi}_{ji},\overline{\sigma}^{\psi}_{ji}$ - нижняя и верхняя граница по ширинам фаззи-вэйвлет-функции принадлежности соответственно), $\tilde{\alpha}^{\psi}_{ji}=[\underline{\alpha}^{\psi}_{ji},\overline{\alpha}^{\psi}_{ji}]$ - неопределенность по форме функции ( $\underline{\alpha}^{\psi}_{ji},\overline{\alpha}^{\psi}_{ji}$ - нижняя и верхняя граница по форме фаззи-вэйвлет-функции принадлежности соответственно), $i=1\dots n$, $j=1\dots h_\psi$.

Второй скрытый слой реализует операцию, аналогичную вычислению нечеткой $T$-нормы

$$g_j(k)=\prod_{i=1}^{n}\psi_{ji}(k),\ j=1,2,\dots,h_\psi, \tag{2}$$

 ISSN 1560-8956

после чего в третьем скрытом слое производится нормализация

$$\overline{g}_j(k) = \left(\prod_{i=1}^{n}\psi_{ji}(k)\right) / \left(\sum_{j=1}^{h_\psi}\prod_{i=1}^{n}\psi_{ji}(k)\right), \tag{3}$$

обеспечивающая выполнение условия

$$\sum_{j=1}^{h_\psi}\overline{g}_j(k) = 1. \tag{4}$$

Четвертый скрытый слой реализует операцию вычисления консеквента, где вместо полиномов нейро-фаззи системы Такаги-Сугено-Канга [4] и вэйвлет-нейронных сетей [1] используются адаптивные $W$-нейроны [2]

$$f_j(X(k)) = w_{j0}(k) + \sum_{m=1}^{h_\varphi} w_{jm}(k)\varphi_{jm}(\tau_{jm}(k)) = w_j^T(k)\varphi_j(\tau_j(k)), \tag{5}$$

где $w_j(k) = \left(w_{j0}(k), \ldots, w_{jh_\varphi}(k)\right)^T$, $\varphi_{jm}(\tau_{jm}(k))$ - многомерная вэйвлет-функция активации $\varphi_{jm}(\tau_{jm}(k)) = \varphi_{jm}\left((X(k) - c_{jm}^\varphi(k))^T Q_{jm}^{-1}(k)\left(X(k) - c_{jm}^\varphi(k)\right), \alpha_{jm}(k)\right)$, $\varphi_j(\tau_j(k)) = (1, \varphi_{j1}(\tau_{j1}(k)), \ldots, \varphi_{jh_\varphi}(\tau_{jh_\varphi}(k)))^T$.

В консеквенте используется многомерная вэйвлет-функция активации, введенная в [15, 3]

$$\varphi_{jm}(k) = \left(1 - \alpha_{jm}^\varphi(k)\tau_{jm}^2(k)\right)\exp\left(-\tau_{jm}^2(k)/2\right), \tag{6}$$

где $\tau_{jm}(k) = \left((X(k) - c_{jm}^\varphi(k))^T Q_{jm}^{-1}(k)(X(k) - c_{jm}^\varphi(k))\right)$, $\alpha_{jm}^\varphi(k)$ - настраиваемый параметр формы $(0 \leq \alpha_{jm}^\varphi(k) \leq 1)$, $Q_{jm}^{-1}(k)$ - матрицы рецепторных полей.

В четвертом слое вычисляются значения сигналов

$$\overline{g}_j(k)\left(w_{j0}(k) + \sum_{m=1}^{h_\varphi} w_{jm}(\tau_{jm}(k))\right) = \overline{g}_j(k) w_j^T(k)\varphi_j(\tau_j(k)), \tag{7}$$

где $h_\varphi(n+1)$ параметров $w_{jm}$, $j = 1, 2, \ldots, h_\varphi$, $m = 0, 1, 2, \ldots, h_\psi$ подлежат определению.

И, наконец, в пятом выходном слое вычисляется выходной сигнал

$$y_p(k) = \overline{g}^T(k) f(X(k)), \tag{8}$$

где $f(X(k)) = (w_1^T(k)\varphi_1(\tau_1(k)), \ldots, w_{h_\psi}^T(k)\varphi_{h_\psi}(\tau_{h_\psi}(k)))$.

Вводя векторные переменные $F(X(k)) = (\overline{g}_1(k)\varphi_1(\tau_1(k)), \ldots, \overline{g}_{h_\psi}(k)\varphi_{h_\psi}(\tau_{h_\psi}(k)))^T$ и $w = (w_1, w_2, \ldots, w_{h_\psi})^T$ выход такой архитектуры можно записать в компактной форме

$$y_p(k) = w^T(k)F(X(k)), \tag{9}$$

где определению подлежат $3h_\psi n$ параметров одномерных фаззи-вэйвлет-функций типа-2: $\tilde{c}_{ji}^\psi, \tilde{\sigma}_{ji}^{-1}, \tilde{\alpha}_{ji}^\psi$; $h_\psi(h_\varphi + 1)$ синаптических весов $w_{jm}$; $h_\psi h_\varphi$ параметров центров $c_{jm}^\varphi$; $h_\psi h_\varphi$ матриц рецепторных полей $Q_{jm}^{-1}$ и $h_\psi h_\varphi$ параметров формы $\alpha_{jm}^\varphi$ многомерных вэйвлет-активационых функций адаптивного $W$-нейрона.

## 3 Алгоритм обучения вэйвлет-нейро-фаззи системы

Для настройки параметров первого скрытого слоя используется алгоритм обратного распространения ошибки, основанный на цепном правиле дифференцирования и градинентной оптимизации локального критерия

$$E(k) = 1/2e^2(k) = 1/2(d(k) - y_p(k))^2 = 1/2(d(k) - w^T(k)F(X(k)))^2, \quad (10)$$

где $d(k)$ - обучающий сигнал.

Конечная форма алгоритма обучения параметров первого слоя (подробный анализ алгоритма обучения приведен в [17]) имеет вид

$$\begin{cases} \Phi(k+1) = \Phi(k) + \lambda\left(e(k)J^{\psi}(k)/\eta(k)\right), \\ \eta(k+1) = \gamma\eta(k) + \|J^{\psi}(k+1)\|^2, \end{cases} \quad (11)$$

где $\eta$ - скалярный регуляризующий параметр, $\lambda$ - положительный скалярный демпфирующий коэффициент, $\Phi(k) = (\tilde{c}_{11}^{\psi}(k), \tilde{\sigma}_{11}^{-1}(k), \tilde{\alpha}_{11}^{\psi}(k), \ldots, \tilde{c}_{h_\psi n}^{\psi}, \tilde{\sigma}_{h_\psi n}^{-1}(k), \tilde{\alpha}_{h_\psi n}^{\psi}(k))$ - $(3h_\psi n \times 1)$ - вектор настраиваемых параметров, $\gamma$ - параметр взвешивания устаревшей информации,

$$J^{\psi}(k) = \left(\frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{c}_{11}^{\psi}(k)}, \frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{\sigma}_{11}^{-1}(k)}, \frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{\alpha}_{11}^{\psi}(k)}, \ldots, \frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{c}_{h_\psi n}^{\psi}(k)}, \frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{\sigma}_{h_\psi n}^{-1}(k)}, \frac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{\alpha}_{h_\psi n}^{\psi}(k)}\right), \quad (12)$$

$$\begin{cases} \dfrac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{c}_{ji}^{\psi}(k)} = \dfrac{f_j(X(k))\overline{g}_j(k)(1-\overline{g}_j(k))}{\psi_{ji}(k)} \cdot \dfrac{\partial \psi_{ji}(k)}{\partial \tilde{c}_{ji}^{\psi}(k)}, \\ \dfrac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{\sigma}_{ji}^{-1}(k)} = \dfrac{f_j(X(k))\overline{g}_j(k)(1-\overline{g}_j(k))}{\psi_{ji}(k)} \cdot \dfrac{\partial \psi_{ji}(k)}{\partial \tilde{\sigma}_{ji}^{-1}(k)}, \\ \dfrac{\partial y_p(k)}{\partial \tilde{\alpha}_{ji}^{\psi}(k)} = \dfrac{f_j(X(k))\overline{g}_j(k)(1-\overline{g}_j(k))}{\psi_{ji}(k)} \cdot \dfrac{\partial \psi_{ji}(k)}{\partial \tilde{\alpha}_{ji}^{\psi}(k)}. \end{cases} \quad (13)$$

Алгоритм обучения (11) при $\gamma = 0$ имеет максимальную скорость сходимости, а при $\gamma = 1$ приобретает свойства стохастической аппроксимации. Здесь следует отметить, что алгоритм (11) устойчив при любых значениях параметра $\gamma$, что выгодно отличает его от экспоненциально-взвешенного рекуррентного метода наименьших квадратов.

Рассмотрим далее процедуру обучения параметров четвертого слоя, т.е. алгоритм обучения адаптивного $W$-нейрона. Для настройки параметров $W$–нейрона (векторов $w_j$, $c_j^{\varphi}$, матриц $Q_j^{-1}$, параметра $\alpha_j^{\varphi}$) используется градиентная минимизация локального критерия (10), при этом в отличие от покомпонентного обучения, проводится уточнение в векторно-матричной форме, что, во-первых, проще с вычислительной точки зрения, а, во-вторых, позволяет оптимизировать процесс обучения по скорости. В окончательном виде алгоритм обучения имеет вид:

 ISSN 1560-8956

$$\begin{cases} w_j(k+1) = w_j(k) + \lambda_{w_j} e(k) F(X(k))/\eta^{\varphi}_{w_j}(k), \\ \eta^{\varphi}_{w_j}(k+1) = \gamma_w \eta_{w_j}(k) + \|J^{\varphi}_{w_j}(k+1)\|^2, \\ c^{\varphi}_j(k+1) = c^{\varphi}_j(k) - \lambda_{c^{\varphi}_j} e(k) J^{\varphi}_{c^{\varphi}_j}(k)/\eta_{c^{\varphi}_j}(k), \\ \eta_{c^{\varphi}_j}(k+1) = \gamma_{c^{\varphi}_j} \eta_{c^{\varphi}_j}(k) + \|J^{\varphi}_{c^{\varphi}_j}(k+1)\|^2, \\ Q^{-1}_j(k+1) = Q^{-1}_j(k) + \lambda_{Q^{-1}_j} e(k) J^{\varphi}_{Q^{-1}_j}(k)/\eta_{Q^{-1}_j}(k), \\ \eta_{Q^{-1}_j}(k+1) = \gamma_{Q^{-1}_j} \eta_{Q^{-1}_j}(k) + Tr\left(J^{\varphi T}_{Q^{-1}_j}(k+1) J^{\varphi}_{Q^{-1}_j}(k+1)\right), \\ \alpha^{\varphi}_j(k+1) = \alpha^{\varphi}_j(k) + \lambda_{\alpha^{\varphi}_j} e(k) J^{\varphi}_{\alpha^{\varphi}_j}(k)/\eta_{\alpha^{\varphi}_j}(k), \\ \eta_{\alpha^{\varphi}_j}(k+1) = \gamma_{\alpha^{\varphi}_j} \eta_{\alpha^{\varphi}_j}(k) + \|J^{\varphi^{\varphi}}_{\alpha^{\varphi}_j}(k+1)\|^2, \end{cases} \tag{14}$$

где

$$\begin{cases} J^{\varphi}_{c_j}(k) = w_j(k) Q^{-1}_j(k)(x(k) - c^{\varphi}_j(k)) \cdot \\ \qquad \cdot \left(\alpha_j(k)\tau^3_j(x(k)) - (2\alpha^{\varphi}_j(k)+1)\tau_j(x(k))\right) \exp\left(-\tau^2_j(x(k))/2\right), \\ J^{-1}_{Q_j}(k) = w_j(k)(x(k) - c^{\varphi}_j(k))(x(k) - c^{\varphi}_j(k))^T \cdot \\ \qquad \cdot \left(\alpha^{\varphi}_j(k)\tau^3_j(x(k)) - (2\alpha^{\varphi}_j(k)+1)\tau_j(x(k))\right) \exp\left(-\tau^2_j(x(k))/2\right), \\ J^{\varphi}_{\alpha_j}(k) = w_j(k)\tau^2_j(x(k)) \exp\left(-\tau^2_j(x(k))/2\right) \end{cases} \tag{15}$$

(в этом случае $0 \le \gamma_{c^{\varphi}_j} \le 1$, $0 \le \gamma_{Q^{-1}_j} \le 1$, $0 \le \gamma_{\alpha^{\varphi}_j} \le 1$ – параметры взвешивания устаревшей информации), которая является нелинейным гибридом алгоритмов Качмажа-Уидроу-Хоффа и Гудвина-Рэмеджа-Кейнеса [6] и обладает как следящими, так и фильтрующими свойствами.

## 4 Ансамбль вэйвлет-нейро-фаззи систем

Численная реализация систем типа-2 существенно затрудняется операцией редукции модели (type reduction) [8], с помощью которой нечеткость типа-2 приводится к обычной нечеткости типа-1. Существующие подходы весьма громоздки и не допускают реализации в режиме реального времени, когда обучение необходимо проводить последовательно по мере поступления новых данных. Преодолеть данное затруднение можно, аппроксимируя систему типа-2 ансамблем обычных систем первого типа, каждая из которых имеет отличный от других набор параметров фаззи-вэйвлет-функций принадлежности, и объединяя выходы этих систем некоторым образом с целью получения оптимального результата.

На рис. 2 приведен такой ансамбль, при этом каждая из систем первого типа содержит либо максимальные, либо минимальные значения параметров $\tilde{c}^{\psi}_{ji}(k), \tilde{\sigma}^{-1}_{ji}(k), \tilde{\alpha}^{\psi}_{ji}(k)$. Понятно, что такой ансамбль содержит восемь подсистем, хотя, в принципе, их число может быть выбрано и большим ($P \ge 8$).

Таким образом, входной сигнал $X(k) = (x_1(k), x_2(k), \ldots, x_n(k))^T$ параллельно обрабатывается $P$ обычными вэйвлет-нейро-фаззи системами, формирующими на своих выходах скалярные сигналы $y_p(k)$, которые могут быть объединены в $(P \times 1)$-вектор выходов $Y(k) = (y_1(k), y_2(k), \ldots, y_P(k))^T$.

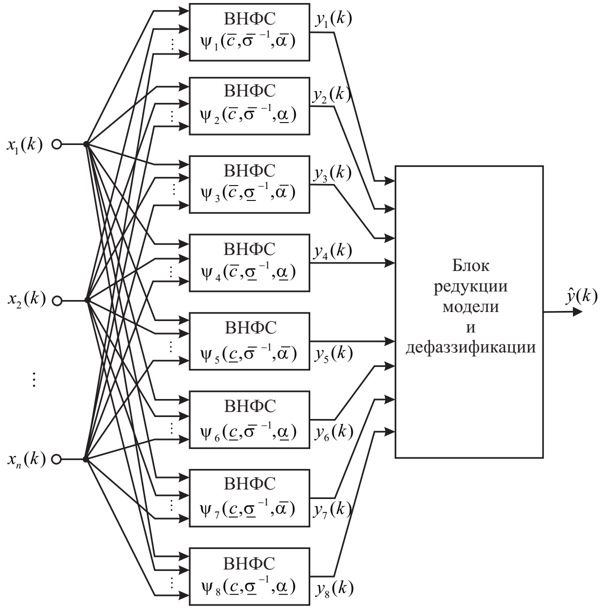



Рис. 2 – Ансамбль вэйвлет-нейро-фаззи систем

Именно этот векторный сигнал нами будет рассматриваться в качестве выхода ансамбля вэйвлет-нейро-фаззи-систем. Далее этот сигнал поступает на вход блока редукции модели и дефаззификации, где преобразуется в оптимальный в смысле принятого критерия скалярный сигнал $\hat{y}(k)$.

Выходной сигнал системы типа-2 будем вычислять в форме

$$\hat{y}(k) = \sum_{p=1}^{P} \nu_p y_p(k) = \nu^T Y(k), \tag{16}$$

где $\nu = (\nu_1, \nu_2, \ldots, \nu_P)^T$ – вектор параметров, определяющих близость сигналов $y_p(k)$ к обучающему сигналу $d(k)$ и удовлетворяющих условию

$$\sum_{p=1}^{P} \nu_p = \nu^T E = 1, \tag{17}$$

(здесь $E - (P \times 1)$ - вектор, образованный единицами), что обеспечивает дефаззификацию по методу центров тяжести.

Для нахождения вектора $\nu$ введем в рассмотрение ошибку обучения системы типа-2

$$\begin{aligned} \hat{e}(k) &= d(k) - \hat{y}(k) = d(k) - \nu^T Y(k) = \\ &= \nu^T E d(k) - \nu^T Y(k) = \nu^T (E d(k) - Y(k)) = \nu^T \hat{E}(k), \end{aligned} \tag{18}$$

функцию Лагранжа

$$L(\nu,\lambda)=\sum_{t=1}^{k}\nu^T\hat{E}(t)\hat{E}^T(t)\nu+\lambda(\nu^TE-1)=\nu^TR(k)\nu+\lambda(\nu^TE-1) \qquad (19)$$

(здесь $\lambda$ – неопределенный множитель Лагранжа, $R(k)=\sum_{t=1}^{k}\hat{E}(t)\hat{E}^T(t)$) и систему уравнений Каруша-Куна-Таккера

$$\begin{cases}\nabla_\nu L(\nu,\lambda)=2R(k)\nu+\lambda E=\vec{0},\\ \partial L(\nu,\lambda)/\partial\lambda=\nu^TE-1=0.\end{cases} \qquad (20)$$

Решение системы (20) может быть записано в виде [14]

$$\begin{cases}\nu=R^{-1}(k)E(E^TR^{-1}(k)E)^{-1},\\ \lambda=-2(E^TR^{-1}(k)E)^{-1},\end{cases} \qquad (21)$$

при этом лагранжиан (19) в седловой точке принимает значение

$$L^*(\nu,\lambda)=(E^TR^{-1}(k)E)^{-1}. \qquad (22)$$

С тем, чтобы показать оптимальность полученного решения, рассмотрим произвольную пару векторов $a$ и $b$ и запишем очевидное неравенство

$$\begin{aligned}(a^Tb)^2=\left(a^TR^{1/2}(k)R^{-1/2}(k)b\right)^2=\left((R^{1/2}(k)a)^T(R^{-1/2}(k)b)\right)^2\le\\ \le\|R^{1/2}(k)a\|^2\|R^{-1/2}(k)b\|^2=(a^TR^{1/2}(k)a)(b^TR^{-1/2}(k)b).\end{aligned} \qquad (23)$$

Введем далее $(P\times 1)$ - вектор $E_p$, содержащий нули, кроме $p$-й позиции, на которой стоит единица, и перепишем (23) в виде

$$(E^TE_p)^2\le\left(E_p^TR(k)E_p\right)\left(E^TR^{-1}(k)E\right), \qquad (24)$$

откуда следует

$$1\le R_{pp}(k)(E^TR^{-1}(k)E), \qquad (25)$$

или

$$R_{pp}(k)=\sum_{t=1}^{k}(d(t)-y_p(k))^2=\sum_{t=1}^{k}e_p^2(t)\ge(E^TR^{-1}(k)E)^{-1}=L^*(\nu,\lambda). \qquad (26)$$

Из (26) следует, что сигнал $\hat{y}(k)$ не уступает по точности наилучшему из $y_p(k)$, входящих в ансамбль, при этом чем точнее $y_p(k)$, тем больше по значению соответствующий параметр дефаззификации $\nu_p$.

Рассмотренный подход, обеспечивая оптимальность выходного сигнала $\hat{y}(k)$, связан с пакетной обработкой информации и не предназначен для работы в режиме реального времени. Преодолеть указанное затруднение можно, воспользовавшись для оптимизации лагранжиана (19) градиентной процедурой отыскания седловой точки Эрроу-Гурвица. Для этого перепишем функцию Лагранжа (19) в виде

$$L(\nu,\lambda)=\sum_{t=1}^{k}(d(t)-\nu^TY(t))^2+\lambda(\nu^TE-1), \qquad (27)$$

а алгоритм настройки $\nu$ и $\lambda$ -

$$\begin{cases}\nu(k+1)=\nu(k)-\eta_\nu(k)\nabla_\nu L(\nu,\lambda),\\ \lambda(k+1)=\lambda k+\eta_\lambda(k)(\partial L(\nu,\lambda)/\partial\lambda),\end{cases} \qquad (28)$$

или [16]

$$\begin{cases} \nu(k+1) = \nu(k) + \eta_\nu(k)(2\hat{e}(k)Y(k) - \lambda(k)E), \\ \lambda(k+1) = \lambda k + \eta_\lambda(k)(\nu^T(k+1)E - 1), \end{cases} \tag{29}$$

где $\eta_\nu(k)$, $\eta_\lambda(k)$ - параметры шага настройки.

Для оптимизации процедуры (29) по быстродействию домножим ее первое соотношение слева на $Y^T(k)$

$$Y^T(k)\nu(k+1) = Y^T(k)\nu(k) + \eta_\nu(k)(2\hat{e}(k)\|Y(k)\|^2 - \lambda(k)Y^T(k)E) \tag{30}$$

и введем функцию, характеризующую критериальную сходимость, вида

$$\begin{aligned}(d(k) - Y^T(k)\nu(k+1))^2 = \hat{e}^2(k) - 2\eta_\nu(k)\hat{e}(k)(2\hat{e}(k)\|Y(k)\|^2 - \lambda(k)Y^T(k)E) + \\ + \eta_\nu^2(2\hat{e}(k)\|Y(k)\|^2 - \lambda(k)Y^T(k)E)^2.\end{aligned} \tag{31}$$

Решение уравнения

$$\begin{aligned}\partial(d(k) - Y^T(k)\nu(k+1))^2/\partial\eta_\nu = -2\hat{e}(k)(2\hat{e}(k)\|Y(k)\|^2 - \lambda(k)Y^T(k)E) + \\ + 2\eta_\nu(2\hat{e}(k)\|Y(k)\|^2 - \lambda(k)Y^T(k)E)^2\end{aligned} \tag{32}$$

позволяет получить оптимальное значение параметра шага в виде

$$\eta_\nu(k) = \frac{\hat{e}(k)}{2\hat{e}(k)\|Y(k)\|^2 - \lambda(k)Y^T(k)E}, \tag{33}$$

после чего (29) можно переписать в форме

$$\begin{cases} \nu(k+1) = \nu(k) + \dfrac{\hat{e}(k)(2\hat{e}(k)Y(k) - \lambda(k)E)}{2\hat{e}(k)\|Y(k)\|^2 - \lambda(k)Y^T(k)E}, \\ \lambda(k+1) = \lambda k + \eta_\lambda(k)(\nu^T(k+1)E - 1). \end{cases} \tag{34}$$

Несложно видеть, что при $\lambda(k) = 0$, процедура обучения (34) совпадает с алгоритмом Качмажа-Уидроу-Хоффа, т.е. обладает оптимальным быстродействием.

## 5 Выводы

В работе рассмотрена вэйвлет-нейро-фаззи система типа-2, которая аппроксимируется ансамблем обычных систем первого типа, каждая из которых имеет отличный от других набор параметров фаззи-вэйвлет-функций принадлежности с перенастраиваемой формой в антецеденте, а также предложена процедура редукции-дефаззификации реального времени, позволяющая в on-line режиме синтезировать оптимальный выходной сигнал. Таким образом, предложенная система обладает рядом преимуществ: гибкостью, быстродействием, способностью обрабатывать нестационарные сигналы в режиме реального времени. Введенную вэйвлет-нейро-фаззи систему типа-2 можно использовать для решения задач диагностики, прогнозирования, эмуляции и идентификации нестационарных процессов. Экспериментальное моделирование, проведенное на нестационарных рядах технической и биологической природы, подтверждает эффективность развиваемого подхода по сравнению с обычными нейро-фаззи системами.

 ISSN 1560-8956

## Литература


[1] *Abiyev, R.* Fuzzy wavelet neural networks for identification and control of dynamic plants-a novel structure and a comparative study / R. Abiyev // *IEEE Trans. on Industrial Electronics*. — 2008. — no. 55. — Pp. 3133–3140.

[2] *Bodyanskiy, Y.* Hybrid wavelet-neuro-fuzzy system using adaptive w-neurons / Y. Bodyanskiy, I. Pliss, O. Vynokurova // *Wissenschaftliche Berichte, FH Zittau / Goerlitz*. — 2010. — Vol. 106, no. 2454-2490. — Pp. 301–308.

[3] *Bodyanskiy, Y.* Radial-basis-fuzzy-wavelet-neural network with adaptive activation-membership function / Y. Bodyanskiy, E. Yegorova, O. Vynokurova // *Int. Journal on Artificial Intelligence and Machine Learning*. — 2008. — Vol. 8, no. II. — Pp. 9–15.

[4] *Jang, J.-S. R.* Neuro-Fuzzy and Soft Computing: A Computational Approach to Learning and Machine Intelligence / J.-S. R. Jang, C.-T. Sun, E. Muzutani. — Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 1997. — P. 614.

[5] *John, R.* Type-2 fuzzy logic: A historical view / R. John, S. Coupland // *IEEE Computational Intelligence Magazine*. — 2007. — Vol. 2, no. 1. — Pp. 57–62.

[6] *Kaczmarz, S.* Approximate solution of systems of linear equations / S. Kaczmarz // *Int. J. Control*. — 1993. — Vol. 104, no. 117. — Pp. 1269–1271.

[7] *Karnik, N.* Application of type-2 fuzzy logic systems to forecasting of time-series / N. Karnik, J. Mendel // *Information Sciences*. — 1975. — Vol. 120. — Pp. 89–111.

[8] *Maowen, N.* Towards an efficient type-reduction method for interval type-2 fuzzy logic systems / N. Maowen, W. Woei // *IEEE International Conference on Fuzzy Systems*. — 2008. — Pp. 1425 – 1432.

[9] *Mendel, J.* Uncertain Rule-Based Fuzzy Logic Systems: Introduction and New Directions / J. Mendel. — Upper Saddle River, N.J.: Prentice Hall, 2001. — P. 555.

[10] Type-2 fuzzy wavelet networks (t2fwn) for system identification using fuzzy differential and lyapunov stability algorithm / M. Singh, S. Srivastava, M. Hanmandlu, J. Gupta // *Applied Soft Computing*. — 2009. — Vol. 9, no. 3. — Pp. 977–989.

[11] *Wang, L.* Adaptive Fuzzy Systems and Control. Design and Stability Analysis / L. Wang. — New Jersey: Prentice Hall, 1994. — P. 352.

[12] *Wu, H.* Uncertainty bounds and their use in the design of interval type-2 fuzzy logic system / H. Wu, J. Mendel // *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*. — 2002. — Vol. 10, no. 5. — Pp. 622–639.

[13] *Zadeh, L.* The concept of linguistic variable and its application to approximate reasoning / L. Zadeh // *Information Sciences*. — 1975. — Vol. 8. — Pp. 199–249.

[14] *Бодянский, Е.* Адаптивное обобщенное прогнозирование многомерных случайных последовательностей / Е. Бодянский, И. Плисс, Т. Соловьева // *Докл. АН УССР*. — 1989. — no. 9. — Pp. 73–75.

[15] *Бодянский, Е.* Составной адаптивный вэйвлон и алгоритм его обучения / Е. Бодянский, Е. Винокурова // *Управляющие системы и машины*. — 2009. — Vol. 219, no. 1. — Pp. 47–53.

[16] *Бодянський, Є.* Адаптивне виявлення розладнань в об’єктах керування за допомогою штучних нейронних мереж / Є. Бодянський, О. Михальов, І. Плісс. — Дніпропетровськ: Системні технології, 2000. — P. 140.

[17] *Бодянський, Є.* Інтелектуальна обробка даних на основі гібридної вейвлет-нейро-фаззі системи на адаптивних w-нейронах / Є. Бодянський, О. Винокурова // *Наукові праці: Науково-методичний журнал - Комп’ютерні технології.- Миколаїв: Вид-во ЧДУ ім. Петра Могили*. — 2009. — Vol. 104, no. 117. — Pp. 88–98.

Отримано 11.12.2010 р.