

## **МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСУ ПЕРЕДАЧІ НАВАНТАЖЕНЬ В СИСТЕМІ “АНКЕРНА ШТАНГА – ФІКСУЮЧА СУМІШ – ГІРСЬКИЙ МАСИВ”**

*Анотація:* У роботі представлено математичну модель зафіксованого у гірську породу металевополімерного анкера з попереднім навантаженням. Наведені результати математичного моделювання процесів перерозподілу навантажень у системі “анкерна штанга – фіксуєча суміш – гірський масив”.

*Ключові слова:* система “анкерна штанга-фіксуєча суміш-гірський масив”, математична модель, моделювання.

### **Вступ**

Основною метою моделювання роботи анкерного кріплення гірничих виробок, як правило, є визначення їх кількості, довжини та просторового розміщення. З метою створення напружено-деформованого стану, який забезпечив би стійкість гірничій виробці, вирішується задача взаємодії системи анкерів з гірським масивом. В такій постановці вирішено більшість задач з проектування анкерного кріплення гірських виробок. При цьому задача визначення впливу конструктивних параметрів анкерних штанг, міцності фіксуєчої суміші на ефективність передачі навантажень від анкерної штанги до масиву виглядає менш масштабною і локальною

Дослідженням механізму передачі навантажень у системі “анкерна штанга – фіксуєча суміш – гірський масив” присвячено роботи таких вчених як: Б. Индратна, Н. І. Азиз, А. Гак, К. Марк, С. К. Тадоліні, Д. Долінар, В. Сміт, Дж. Паркер та інші. Ними було встановлено зв'язок між величинами нормального тиску на бічну поверхню анкерної штанги з фіксуєчою сумішшю та дотичними напруженнями, що виникають на контактній поверхні “анкерна штанга – фіксуєча суміш”. Попри фундаментальність та методичну обґрунтованість умов проведення лабораторних досліджень механізму передачі вісьових зусиль та математичної моделі анкера так і не було запропоновано.

Відомі математичні моделі [1], на яких базується вивчення механізму передачі навантажень від анкерної штанги до гірського масиву, не в повній мірі враховують вплив глибини розташування виробки, величини попереднього навантаження та конструктивних параметрів. Визначення механізму передачі навантажень в системі “анкерна штанга – фіксуєча суміш – гірський масив” та з'ясування впливу параметрів на напружено-деформований стан навколо анкера дозволить забезпечити ефективність кріплення не тільки окремим анкером, а й системою анкерів.

Результати спостережень за стійкістю виробки у процесі проведення експерименту засвідчили про значний вплив на потужність анкера як гірського тиску, так і стану контактних поверхонь [2]. Аналіз робіт показав, що зі збільшенням глибини залягання гірських порід спостерігається їх ущільнення, яке виявляється у помітному зменшенні поруватості. Модулі пружності гірських порід, а також і їх характеристики міцності, змінюються у широких межах і збільшуються зі збільшенням ступеня метаморфізму вугілля. Аналіз отриманих даних засвідчує, що зі збільшенням ступеня метаморфізму збільшуються і показники міцності одних і тих самих літологічних типів порід. Максимальна кількість вивалів спостерігається на верхніх горизонтах, мінімальна кількість вивалів на глибинах більше 700 м. Так відмічається, що зріст напруженого стану порід з глибиною відбувається більш інтенсивно, ніж зростання їх міцності. А це свідчить про те, що збільшення напружено-деформованого стану порід з глибиною призводить до росту реологічних процесів навколо порід як виробки, так і анкерного шпурі і призводить до росту тиску гірських порід на його бічну поверхню. Аналіз результатів лабораторних та натурних досліджень австралійських вчених Б. Индратна, Н. Азіза, А. Гака та інших підтверджують, що зі збільшенням величини нормального тиску на бічну поверхню анкерної штанги збільшується опір її вісьовим навантаженням. Тобто, величина дотичних напружень на контактній системі “анкерна штанга – фіксуєча суміш” пропорційна збільшенню тиску на бічну поверхню анкерної штанги.

Основними вимогами до математичної моделі зафіксованого анкера є необхідність врахування впливу конструктивних його параметрів, глибини розташування виробки, попереднього навантаження та розподілу зусиль системи “анкерна штанга – фіксуєча суміш – гірський масив” на напружено-деформований стан гірських порід навколо анкерного шпурі. Аналіз поверхонь анкерних шпурів показав наявність періодичних виступів, утворених одночасною дією процесів обертання та подачі. Після встановлення анкерної штанги фіксуєча її суміш у шпурі утворює відповідну до форми поверхні шпурі поверхню [2].

Наявність періодичних виступів на поверхні шпурі дає підстави для використання методології отримання розв’язку узагальненої задачі М.Є. Жуковського як основи для розробки моделі з визначення впливу параметрів системи на розподіл контактних зусиль системи “анкерна штанга – фіксуєча суміш – гірський масив”. Схеми навантаження та розрахункова схема узагальненої задачі М.Є. Жуковського наведені на рис. 1, де:  $p_0, p_1, \dots, p_n, t_0, t_1, \dots, t_n$  – зусилля на контактних поверхнях “анкерна штанга – фіксуєча суміш” та “фіксуєча суміш – гірський масив” відповідно;  $Q$  – осьове навантаження;  $S$  – зусилля, що виникають у тілі анкерної штанги;  $\sigma$  – зусилля, що виникають у тілі оболонки із фіксуєчої суміші;  $k$  – номер періодичного виступу.

Розв’язок узагальненої задачі М.Є. Жуковського після його модифікації набув виду:

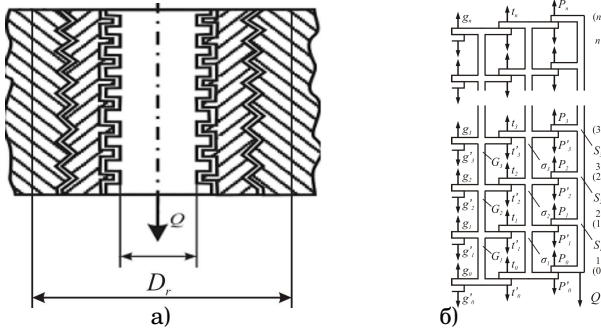


Рис. 1 – Схема навантаження (а) та розрахункова схема системи “анкер-на штанга – фіксуєча суміш – гірський масив” (б)

$$t_k = \frac{\lambda_1 \lambda_3 Q}{8sh \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} sh \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}} \left[ \frac{e^{-(k+\frac{1}{2})\beta_2}}{sh \frac{\beta_2}{2}} - \frac{e^{-(k+\frac{1}{2})\beta_1}}{sh \frac{\beta_1}{2}} \right],$$

$$p_k = \frac{\lambda_1 Q}{2sh \frac{\beta_1 + \beta_2}{2} sh \frac{\beta_1 - \beta_2}{2}} \left[ sh \frac{\beta_1}{2} e^{-(k+\frac{1}{2})\beta_1} - sh \frac{\beta_2}{2} e^{-(k+\frac{1}{2})\beta_2} \right] + t_k, \quad (1)$$

$$s_k^a = Q - \sum_{i=0}^{k-1} p_i; \quad \sigma_k^B = \sum_{i=0}^{k-1} (p_i - t_i),$$

де

$$\operatorname{ch} \beta_1 = 1 + \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{4} + \sqrt{\left(1 + \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{4}\right)^2 - \frac{\lambda_1 \lambda_3}{4}};$$

$$\operatorname{ch} \beta_2 = 1 + \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{4} - \sqrt{\left(1 + \frac{\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3}{4}\right)^2 - \frac{\lambda_1 \lambda_3}{4}};$$

$$\lambda_1 = \frac{h}{EF(c_a + c_{vt}^{np})}; \quad \lambda_2 = \frac{h}{EF(c_a + c_{vt}^{np})}; \quad \lambda_3 = \frac{h_{vt}}{(c_{vt}^{nie} + c_r)} \left( \frac{1}{E_{vt} F_{vt}} - \frac{1}{E_r F_r} \right);$$

а  $c_a, c_{vt}^{np}, c_{vt}^{nie}, c_r$  – коефіцієнти пропорційності між переміщеннями і зусиллями на контактних поверхнях “анкерна штанга – фіксуєча суміш” та “фіксуєча суміш – гірський масив” відповідно Вони залежать від стану їх поверхонь, геометричних параметрів та параметрів міцності складових системи “анкерна штанга – фіксуєча суміш – гірський масив” і визначаються, згідно [2], експериментально для кожного окремого випадку.

Для того, щоб скористатись наведеним розв’язком, необхідно пристосувати його до умов поставленої задачі, а саме врахувати, що матеріали та періодичні виступи на поверхнях анкерної штанги, фіксуєчої суміші та гірської породи є різними.

## Постановка задачі

Визначити коефіцієнти пропорційності між навантаженнями анкера і його переміщеннями, скориставшись математичним моделюванням процесу взаємодії в системі “анкерна штанга – фіксуєча суміш – гірський масив”.

## Розв’язок задачі

На потужність анкера впливають одночасно два чинники: адгезія між фіксуєчою сумішшю і тілом анкерної штанги у проміжку між виступами і дія контактних зусиль на періодичних виступах. Коефіцієнти пропорційності між переміщеннями і зусиллями на контактних поверхнях системи відіграють важливу роль у механізмі передачі навантажень в системі і їх визначення неможливе без урахування двох механізмів передачі навантажень. Виконано моделювання процесу взаємодії гладкого анкера з гірською породою.

**Модель 1.** Виконано моделювання процесу взаємодії гладкого анкера з фіксуєчою сумішшю. Для врахування деформаційних характеристик фіксуєчої суміші враховувалось два типи основ – основа Вінклера-Цімермана та Власова. Порівняння деформаційних характеристик для цих випадків дало змогу визначити коефіцієнт пропорційності у вигляді:

$$c = \frac{2\delta(1 + \nu_{\phi.c.})}{\pi d_a h_a E_{\phi.c.}}, \quad (2)$$

де  $\delta$  – товщина шару фіксуєчої суміші;  $\nu$  – коефіцієнт її поперечної деформації;  $d_a, h_a$  – діаметр та крок періодичних виступів анкерної штанги;  $E_{\phi.c.}$  – модуль пружності фіксуєчої суміші.

**Модель 2.** Для визначення коефіцієнту пропорційності з урахуванням періодичних виступів на поверхні анкерної штанги використано енергетичний підхід. Так, вважаючи, що тріщина розповсюджується по гвинтовій лінії неперервним чином і потік енергії у вершину тріщини на одиницю товщини  $t$  тіла визначається за формулою піддатливості Ірвіна, для шару фіксуєчої суміші висотою  $2h$  і товщиною  $t$  отримано:

$$c = \frac{1}{E_{\phi.c.}} \left( \frac{2\pi d_a}{h_a} \right)^3. \quad (3)$$

**Модель 3.** При розв’язку задачі для системи “анкер – фіксуєча суміш – гірський масив” прийнято наступні гіпотези та допущення: анкерна штанга розглядається пружною з модулем пружності  $E_a$ , до неї дотикається тонкий шар фіксуєчої суміші. Шар фіксуєчої суміші з іншого боку жорстко пов’язаний з гірським масивом. Напруження на ділянці контакту розподіляються рівномірно вздовж циліндричної поверхні анкерної штанги, напруження розтягу та деформації є сталими на площі поперечного перетину тіла штанги. Коефіцієнт пропорційності між навантаженням і переміщенням, з урахуванням періодичних виступів на

поверхнях системи “анкерна штанга – фіксуєча суміш – гірський масив”, отримано у вигляді:

$$c_a = \frac{h_a}{E_a F_a}; c_{vt} = \frac{h_{vt}}{E_{vt} F_{vt}}; c_r = \frac{h_{vt}}{E_r F_r}, \quad (4)$$

де  $c_a, c_{vt}, c_r, h_a, h_{vt}$  – коефіцієнти пропорційності на контактних поверхнях “анкерна штанга – фіксуєча суміш”, “фіксуєча суміш – гірський масив” та кроки періодичних виступів на поверхнях анкерної штанги та шпuru відповідно;  $E_a, E_{vt}, E_r, F_a, F_{vt}, F_r$  – модулі пружності та площі поперечних перетинів анкерної штанги, оболонки із фіксуєчої суміші та оболонки із гірської породи, що враховується при взаємодії з фіксуєчою сумішшю.

Таким чином, прийнята модель анкера повинна враховувати: глибину розташування виробки, попереднє навантаження та геометричні параметри періодичних виступів на поверхнях анкерних штанг, міцності анкерної штанги, фіксуєчої суміші та оточуючих гірських порід (рис. 2).

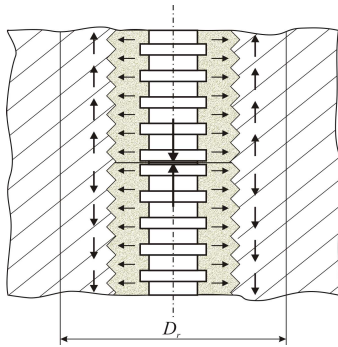


Рис. 2 – Модель анкера

З урахуванням симетрії обраної моделі розрахункова схема та схема навантаження мають вид (рис. 3).

Оскільки, зведення анкерного кріплення відбувається безпосередньо біля грудини вибою, то є всі підстави вважати, що гірські породи біля вибою не встигли отримати пластичних деформацій і знаходяться у пружному стані.

Розглянемо необмежений простір з циліндричним отвором радіусом  $r_0$  (див. рис. 3). В отворі розміщено анкер того ж радіусу і довжиною  $2l$ . Анкер можна вважати абсолютно жорстким. У просторі на нескінченності діє навантаження  $\gamma H$ , де  $\gamma$  – питома вага гірської породи;  $H$  – глибина, на якій встановлюється анкер. Зі сторони анкера на породу діє зусилля  $p_0(z)$ . На решті поверхні отвору напруження відсутні. В силу абсолютної жорсткості анкера переміщення на його поверхні відсутні. Задачу будемо розглядати в безрозмірних координатах:  $\rho = r/r_0$ ;  $z = z/r_0$ .

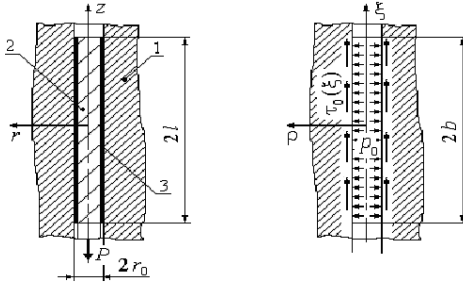


Рис. 3 – Схема навантажень анкерного шпuru (а) та розрахункова схема (б) 1 – гірський масив; 2 – анкерна штанга; 3 – фіксуєча суміш

Розподіл переміщень навколо анкера описується основними рівняннями теорії пружності:

$$\begin{aligned} \mu \left( \nabla^2 U - \frac{U}{r^2} \right) + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial r} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rU) + \frac{\partial W}{\partial z} \right] &= 0; \\ \mu \nabla^2 W + (\lambda + \mu) \frac{\partial}{\partial z} \left[ \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rU) + \frac{\partial W}{\partial z} \right] &= 0. \end{aligned} \quad (5)$$

де  $U, W$  – відповідно радіальна та вісьова компоненти вектора переміщення;  $\mu, \lambda$  – коефіцієнти Ламе;  $r, z$  – циліндричні координати;  $\nabla^2$  – оператор Лапласа.

Зробивши заміну змінних  $\rho = r/r_0, \xi = z/r_0$ , розв’язок рівнянь відшукується у формі Папковича-Найбера:

$$\begin{aligned} U &= 4(1 - \nu)B_r - \frac{\partial}{\partial \rho} (\rho B_r + \xi B_z + \frac{1}{r_0} B_0), \\ W &= 4(1 - \nu)B_z - \frac{\partial}{\partial \xi} (\rho B_r + \xi B_z + \frac{1}{r_0} B_0). \end{aligned} \quad (6)$$

де  $B_0, B_r, B_z$  – гармонічні функції, які задовольняють граничним умовам:

$$\begin{aligned} \sigma_r \Big|_{\rho=1} &= \begin{cases} -p_0, & |\xi| \leq b; \\ 0, & |\xi| > b; \end{cases} \\ \tau_{rz} \Big|_{\rho=1} &= \begin{cases} -\tau_0(\xi), & |\xi| \leq b; \\ 0, & |\xi| > b, \end{cases} \end{aligned} \quad (7)$$

а  $\sigma_r, \tau_{rz}$  – радіальний та дотичний компоненти тензору напружень;  $b = l/r_0$  – відносна довжина зафіксованої ділянки;  $p_0 = \lambda\gamma H$  – бічний тиск на поверхню шпuru на глибині.

Дотичне напруження на поверхні анкерного шпuru визначено як квадратичну функцію вісьової координати. Застосування методу послідовної апроксимації до функції  $\sigma_k^B(1)$  дозволило встановити її вид у аналітичній формі. Так, для  $L < 0.5$  м функція має вид:

$$\sigma_{vt}^p = a_L q \frac{d_{vt}^4 E_{vt}^1 h_a^3}{d_a^4 E_a^1 h_{vt}^2 L}, \quad (8)$$

де  $a_L$  – коефіцієнт апроксимації.

У випадку коли  $L > 0.5$  функція не залежить від довжини ділянки фіксації анкера в шпурі:

$$\sigma_{vt}^p = a_{dvt} q \frac{E_{vt}}{E_a} \left( \frac{h_a}{h_{vt}} \right)^2 \left( \frac{d_{vt}}{d_a} \right)^4, \quad (9)$$

де  $a_{dvt}$  – коефіцієнт апроксимації;  $L$  – довжина ділянки оболонки із фіксоючої суміші;  $q$  – величина вісьового навантаження анкерної штанги;  $d_a$ ,  $E_a$  – номінальний діаметр та модуль пружності матеріалу анкерної штанги;  $d_{vt}$ ,  $E_{vt}$  – діаметр оболонки та модуль пружності матеріалу із фіксоючої суміші;  $h_a$ ,  $h_{vt}$  – кроки періодичних виступів на поверхнях анкерної штанги та шпуру.

Вирішена задача зі встановлення залежності радіусу впливу металевополімерного анкера  $\rho$  від глибини розташування виробки  $H$ , діаметру  $d_a$ , попереднього навантаження  $P$  та середнього інтегрального значення інтенсивності напружень навколо нього  $I_p^r$ . Вираз для радіусу впливу  $\rho$  отримано у вигляді [3]:

$$\rho = a \cdot \sqrt[3]{\frac{PHd_a}{LI_p^r}}, \quad (10)$$

де  $a$  – коефіцієнт апроксимації;  $I_p^r = \frac{1}{L} \int_0^L \sigma_i(\xi) d\xi$ ,  $\sigma_i$ ,  $\xi$  – інтенсивність дотичних напружень та змінна інтегрування відповідно.

### Висновок

1. Зусилля, що виникають у тілі оболонки із фіксоючої суміші, залежать від довжини ділянки фіксації штанги у шпурі для  $L_z < 0.5$ м,

2. Радіус впливу анкера носить ступеневий характер від параметрів системи “анкерна штанга – фіксоюча суміш – гірський масив”, причому показник степені менший одиниці.:

### Література

1. Ларіонов Г. І. Оцінювання конструктивних параметрів анкерного кріплення / Г. І. Ларіонов. – Дніпропетровськ: Національна металургійна академія України, 2011. – 286 с.
2. Ларионов Г. И. О применении решения обобщенной задачи Н. Е. Жуковского к исследованию качества закрепления металлополимерного анкера / Г. И. Ларионов // Геотехнічна механіка: Міжвід. зб. наук. праць / ПГТМ НАН України. – Дніпропетровськ, 2007. – Вип. 68. – С. 117-125.
3. Larionov G. Evaluating of metal-resin anchor parameters influence on the support capacity/ G. Larionov, N. Larionov //Geotechnical Processes During Underground Mining – Pivnyak, Bondarenko, Kovalevska & Illiashov (eds), © 2012, Taylor&Francis Group, London. p.189-194.

Отримано 13.12.2012 р.