УДК 658.7

М.М. Ткач, О.В. Кушніренко, Д.О. Гуменний, Є.С. Пуховський

ОПТИМІЗАЦІЯ УПРАВЛІННЯ ЗАПАСАМИ МАТЕРІАЛЬНИХ РЕСУРСІВ НА ПІДПРИЄМСТВІ

Анотація: Розглянуто задачу оптимізації управління запасами матеріальних ресурсів на підприємстві. Синтезовано модель оптимізації управління запасами, що мають обмежений термін зберігання. Досліджено методи для розв'язання побудованої моделі.

Ключові слова: управління запасами

Вступ

Сучасні ринкові механізми ведення виробничої діяльності дозволяють підприємствам домогтися успіху і одержати перевагу перед конкурентами тільки при дотриманні ряду умов, серед яких найбільш вагомими є: постійне вдосконалення продукції, яка виробляється, та оновлення її модельного ряду; скорочення термінів проектно-конструкторських робіт та технічної підготовки виробництва тощо, виконання яких передбачає перехід від простого складського обліку до автоматизованого управління запасами. У силу цього теоретичне дослідження управління запасами промислового підприємства та обґрунтований вибір математичної моделі і методу розв'язання даної задачі повинно стати ключовою складовою діяльності будь-якого сучасного виробництва. Однак, як показує практика, в управлінні запасами на вітчизняних підприємствах зазвичай спираються на фінансову освіту економістів та попередній досвід вирішення подібних задач. І лише незначний відсоток керівників здатний керувати запасами з застосуванням математичних моделей і методів. В той же час, при найменшому порушенні збуту вся діяльність підприємства зупиниться. І навпаки. Зберігання занадто великих запасів економічно невигідно. Знаходження балансу між цими двома протиріччями і є основна мета задачі оптимального управління запасами.

Аналіз попередніх досліджень

Основною складовою успішного функціонування будь-якого підприємства є вирішення задачі мінімізації загальної суми витрат на виробництво і утримання запасів при умові повного і своєчасного задоволення попиту на продукцію.

Для вирішення даної задачі існує безліч моделей управління запасами, які мають різний рівень складності [6]. Так, найбільш простою є основна модель управління запасами – модель Уілсона (її також називають детермінованою моделлю для системи з фіксованим розміром замовлення).

Ця модель описує процес управління запасами і характеризується наступними припущеннями:

1. Інтенсивність використання запасів є апріорно відомою і постійною величиною

$$\lambda = \mathrm{const} \tag{1}$$

1. Час поставки замовлення є відомою і постійною величиною;
2. Кожен запас поставляється у вигляді однієї партії;
3. Затрати на здійснення замовлення K не залежать від розміру замовлення;
4. Відсутність запасів є недопустимим.

Особливістю даної моделі є те, що зміна рівня запасів має циклічний вигляд (рисунок 1) і всі цикли зміни запасів є однаковими, а максимальна кількість продукції, яка знаходиться в запасі, співпадає з розміром заказу Q.

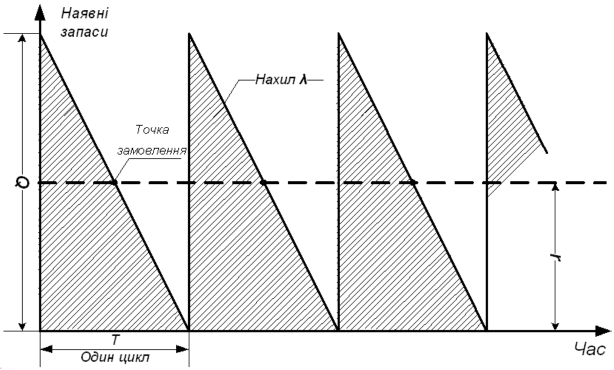

Рис. 1 – Зміна рівня запасів в моделі Уілсона

Використання такої моделі є найбільш доцільним для наступних ситуацій:

1. Споживання основних продуктів харчування (хліба, молока) в закладах відпочинку (на протязі зміни ці величини залишаються постійними);
2. Використання освітлювальних ламп в побуті;
3. Використання канцелярських товарів в комерційних фірмах.

Слід зазначити, що в даній моделі інтенсивність надходження вимог вважається відомою і постійною в часі. Однак на практиці розмір попиту майже ніколи не можна вказати точно, частіше за все його описують у ймовірнісних термінах, що заважає використовувати розглянуту модель для реальних задач.

Існують також моделі оперативного управління запасами, однією з яких є модель $< Q, r >$ – модель з урахуванням незадоволених вимог [2], яка характеризується наступними припущеннями:

1. Вартість одиниці запасів не залежить від розміру партії;
2. У системі є не більше одного невиконаного замовлення;
3. Витрати, пов'язані з роботою системи обробки оперативної інформації, не залежать від Q і рівня подачі замовлень r.

На відміну від детермінованих моделей, в даній моделі протягом кожного циклу система може і не зберігати в точності характер функціонування. Навіть сам цикл тепер є випадковим. Однак, фіктивний рівень запасу буде щоразу мінятися від r до $r + Q$.

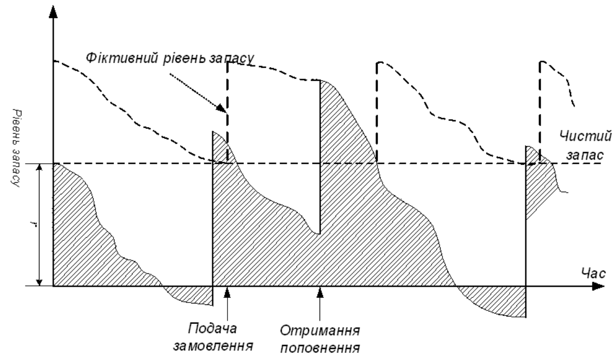

Рис. 2 – Моменти подачі замовлення та отримання поповнення в $< Q, r >$- моделі оперативного управління запасами

Основна проблема, що виникає при застосуванні цієї моделі полягає в тому, що стан системи в будь-який момент часу є невідомим. Моменти виникнення вимог (або сам розмір самих вимог) є випадковими. Тому для того, щоб контролювати систему в кожний момент часу, необхідно всі операції та угоди (вимоги, подача замовлень, отримання товарів тощо) негайно реєструвати, що часто на практиці є неможливим.

Зважаючи на вказані недоліки, моделі, які розглянуті вище, неможливо застосувати до виробництв, що використовують продукцію, яка має обмежений термін зберігання, коли неможливо визначити точне значення попиту при поставці сировини та фіксувати стан системи в кожний момент часу.

Мета роботи

Підвищення ефективності оптимального управління запасами за рахунок використання динамічної моделі, що враховує витрати на утримання, псування і дефіцит запасів та обмеження на розмір складського приміщення і розмір замовлень.

Матеріали та результати досліджень

Побудуємо математичну модель для наступної задачі управління запасами.

Нехай на складі є n видів продукції. Кожна одиниця i-го продукту, $i = \overline{1..n}$, має фіксований термін зберігання m_i. Рівень запасу постійно відстежується і зменшується за рахунок задоволення попиту чи знищення застарілих одиниць. Всі одиниці замовлення на поповнення запасу прибувають свіжими або новими. Корисність кожної одиниці товару не зменшується і не зникає до моменту закінчення терміну зберігання, але товар повинен бути вилученим, якщо він не був використаний до моменту закінчення терміну зберігання. Затрати, понесені внаслідок старіння i-го продукту, дорівнюють W_i за одиницю. Попит на i-й продукт в одиницю часу складає d_i. Кожна одиниця продукції i-го виду займає в складському приміщенні об'єм, що рівний V_i. Весь обсяг складського приміщення складає V. Одиниці запасу завжди використовуються відповідно до політики випуску FIFO (перша одиниця, що потрапила на склад, використовується також першою). В кожен період для кожної продукції існує обмеження на розмір замовлення: не можна поставити більш ніж Z_i одиниць продукції.

Також введемо наступні показники:

- C_i – затрати на поповнення одиниці запасу i-го продукту;
- h_i – затрати на утримання одиниці запасу i-го продукту в одиницю часу;
- P_i – затрати, пов'язані з урахування незадоволеного попиту (за одиницю);
- θ_i – затрати, пов'язані з втратами незадоволеного попиту (за одиницю);
- β – доля незадоволеного попиту в циклі поповнення запасів, яка може бути заборгована і решта $(1-\beta)$ – втрачена доля.

Необхідно знайти розміри замовлень q^* для кожного виду продукції в кожен момент часу, при яких досягаються мінімальні витрати на зберігання продукції за період T.

Виходячи з умови задачі сформулюємо перелік показників, що впливають на значення цільової функції:

1. Затрати на поповнення запасу;
2. Затрати на зберігання продукції на складі;

3. Затрати, пов'язані з дефіцитом продукції;
4. Затрати, які пов'язані з старінням продукції.

Враховуючи все вище викладене можна зробити висновок, що цільова функція задачі представляє собою суму всіх витрат по всім видам продукції за весь відрізок часу:

$$\begin{aligned} g\left(q_{t,i}\right) = \Re = \sum_{t=1}^{T}\sum_{i=1}^{n}\Big[& q_{t,i}\cdot C_i + P_i\cdot\beta\cdot\left(d_{t,i}-U_{t,i}\right)^+ \\ & +\theta_i\cdot(1-\beta)\cdot\left(d_{t,i}-U_{t,i}\right)^+ + \\ & +W_i\cdot\left(x_{t,i,1}-d_{t,i}\right)^+ + h_i\cdot\left(U_{t,i}-d_{t,i}\right)^+\Big] \end{aligned} \tag{2}$$

Звідси багатопродуктова модель управління запасами на складі з обмеженим об'ємом для продукції з обмеженим терміном зберігання буде мати наступний вигляд:

$$\Re \to \min \tag{3}$$

з такими обмеженнями:

$$0 \leqslant q_{t,i} \leqslant Z_{t,i} \tag{4}$$

$$\sum_{i=1}^{n} V_i\cdot U_{t,i} \leqslant V \tag{5}$$

де $Z_{t,i}$ – максимальний розмір замовлення на поповнення i-го виду продукції в момент часу t;

$U_{t,i}$ – рівень запасу продукції i-го виду в момент часу t. Значення цієї величини визначається наступними формулами:

$$U_{t,i} = \sum_{j=1}^{m_i} x_{t,i,j} \tag{6}$$

$$x_{t,i,j} = \begin{cases} \left[q_{t,i}\right]^+, & \text{якщо } j = m_i \\ \left[x_{t-1,i,j+1} - \left(d_{t,i} - \sum\limits_{l=1}^{j} x_{t-1,i,l}\right)^+\right]^+, & \text{якщо } j < m_i \end{cases} \tag{7}$$

де $d_{t,i}$ – попит на продукцію i-го виду в момент часу t;

m_i – термін придатності продукції i-го виду;

v_j і V – задані константи;

$q_{t,i}$ – розмір замовлення на поповнення запасу i-го виду продукції, який необхідно виконати в момент часу t;

$$[a]^+ = \max\left[0, a\right] \tag{8}$$

Оскільки всі можливі значення замовлень представляють собою обмежену множину і виражаються цілими числами, то отримуємо задачу, що належить до класу дискретних задач нелінійного програмування [4,5], пошук розв'язку яких пов'язаний зі значними труднощами. Зокрема, неможливо застосування стандартного підходу, що складається в заміні дискретної задачі її безперервним аналогом з подальшим округлення знайденого розв'язку до найближчого цілого.

Для вирішення поставленої задачі скористаємося наближеними методами комбінаторної оптимізації [3], серед яких найбільш розвиненими в даний час є методи локальної оптимізації, які мають своєю метою відшукання локально-оптимальних розв'язків, а саме методом вектора спаду, методом імітаційного відпалу та алгоритмом прискореного імовірнісного моделювання.

Метод вектору спаду полягає в побудові ітераційного процесу, на кожному кроці якого здійснюється направлений частковий перебір, що обмежений околом поточного варіанту вирішення. Якщо досліджуваний варіант із околу відповідає "кращому" значенню цільової функції задачі (2), то він оголошується новим поточним варіантом вирішення і відбувається перехід на нову ітерацію. Обчислювальний процес по методу вектора спаду в загальному випадку є кінцевим. Якщо ж розв'язується загальна задача дискретної оптимізації, цільова функція якої не задовольняє вищеописані умови, то можна застосовувати описаний вище алгоритм, ввівши в нього деяку додаткову ознаку закінчення обчислювального процесу, наприклад, досягнення деякого наперед заданого числа кроків алгоритму.

У методі імітаційного відпалу також реалізується процедура локального пошуку, і якщо в колі поточного варіанту вирішення знайдеться такий варіант, що покращує значення цільової функції, то він оголошується новим поточним варіантом. Відмінність методу імітаційного відпалу від методу вектору спаду полягає в тому, що в методі імітаційного відпалу у випадку, якщо досліджуваний варіант відповідає "гіршому" значенню цільової функції, він все рівно може бути обраний в якості наступного поточного варіанту вирішення з певною ймовірністю, яка описується формулою Больцмана-Гіббса:

$$p = e^{\frac{-\Delta}{T}}, \tag{9}$$

де $\Delta = f(y) - f(x)$, T – параметр алгоритму.

В алгоритмах прискореного імовірнісного моделювання здійснюється побудова точок з околиці поточного варіанту і поліпшуючі варіанти завжди приймаються в якості чергового наближення, а варіанти, що відповідають погіршенню (зростанню) цільової функції, теж можуть бути обрані з деякою ймовірністю. Однак, на відміну від методу імітаційного відпалу, значення цих ймовірностей розраховуються однаково на протязі всього обчислювального процесу, але змінюється порогове значення μ, яке визначає умови відсіву "гірших" варіантів.

Порівнюючи між собою розглянуті методи в результаті обчислювального експерименту можна зробити висновок, що по точності розв'язку метод імітаційного відпалу та алгоритм прискореного імовірнісного моделювання дають приблизно однакові результати, а метод вектора спаду дає дещо "гірший" результат. Це обумовлено тим, що метод вектора спаду швидко знаходить "найближчий" локальний мінімум і приймає його як результат. В той же час методи імітаційного відпалу і прискореного імовірнісного моделювання завдяки ймовірнісному підходу переходу в "гіршу" по значенню цільової функції точку мають можливість "вибратися" із локального мінімуму і продовжити пошук. Такий підхід дозволяє знайти кращий розв'язок.

Якщо порівнювати методи по швидкодії, то найбільші витрати машинного часу отримані розв'язанням методом імітаційного відпалу. Мінімальні витрати машинного часу досягнуто за допомогою розв'язання методом вектора спаду.

Висновки

Отримані в роботі результати свідчать про те, що запропонована модель може бути використана як для випадку, коли необхідно постійно виконувати перерахунок плану випуску продукції, так і для випадку, коли час розрахунку значення не має, але потрібен максимально точний результат.

При використанні описаних методів для реальних задач отримані результати, які цілком задовольняють ті чи інші типи виробництв (в залежності від необхідної точності результату чи часу розрахунку).

Бібліографічний список

1. Анікін Б.А. Логістика: Посібник. – М.: Инфра-М, 2000. – 352 с.
2. Букан Дж., Кенігсберг Э. Наукове управління запасами. – М.: Наука, 1997. – 423 с.
3. Беллман Р. Динамічне програмування. - М.: Світ, 1960. - 533 с.
4. Вентцель Є.С. Дослідження операцій. – М.: Советское радио, 1972. – 552 с.
5. Сергієнко І.В., Шило В.П. Задачі дискретної оптимізації. – К.: Наукова думка. – 2003 с.
6. Хедлі Дж., Уайтин Т. Аналіз систем управління запасами. – М.: Наука, 1989. – 511 с.

Отримано 10.02.2013