### УДК 519.6

#### И.В. Мирошниченко

# МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПОВЕРХНОСТИ ПРОТЯЖЕННЫХ ОБЪЕКТОВ

Анннотация: Показана возможность сокращения времени формирование базы ординат профиля шероховатости в системах обработки экспериментальных данных с интегрированными измерительными каналами, использующими контактные индукционные измерительные датчики, при адаптации по числу разрядов АЦП. Введение относительной коррекции в алгоритм вычисления характеристик шероховатости по данным базы даёт возможность уменьшения времени анализа поверхностей в режиме "онлайн" при автоматизации процессов изготовления, испытаний и модернизации изделий авиационной техники.

Ключевые слова: контроль качества, шероховатость, волнистость, случайные процессы, статическая и динамическая математическая модель, система обработки экспериментальных данных

#### Введение

Контроль качества поверхности современных протяженных авиационных изделий (Aviation Problem area – APRAR) на всех этапах их полного жизненного цикла LT (Life cycle Time) осуществляется с помощью [1] систем обработки экспериментальных данных (СОЭДК). Информационные технологии (ИТ) проектирования СОЭД-К в APRAR определяются как триединство "математическая модель-алгоритм-программа" [2]. Математические модели (MM), описывающие состояния APRAR называются статическими, а описывающие последовательности этих состояний – динамическими.

В APRAR опыт проектирования статистических аналогоцифровых многоканальных и многофункциональных СОЭД-К [3] даёт основания полагать, что в статических MM могут не получить отражения некоторые неформализуемые черты реальности, как по субъективным, так и по объективным причинам, что приводит к увеличению погрешности классификации – несоответствию реального процесса приписываемой ему модели. Поэтому даже статические MM сигналов реальных СОЭД-К требуют корректировки из-за текущих изменений во времени как в самой APRAR, так и в технологической цепи всего LT (внешнего и внутреннего проектирования, изготовления, испытаний, эксплуатации, модернизации и утилизации), смене элементной базы СОЭД-К и т.п., что приводит к необходимости формирования динамических MM.

ⓒ И.В. Мирошниченко , 2013

**Постановка проблемы.** Для ускорения процесса проектирования СОЭД-К применяется CALS-технология – "Непрерывная информационная поддержка жизненного цикла изделия" (Continues Acquisition and Life cycle Support – CALS) всего LT. При реализации CALS-технологий в состав многофункциональных и многоканальных аналого-цифровых СОЭД-К должны быть интегрированы адаптивные программно-управляемые унифицированные каналы измерения параметров, в которых производится однородное масштабирование данных (ОМД) с их последующей передачей в цифровом виде через канал связи на центральный процессор СОЭД-К для формирования базы данных и обработки результатов. Одними из основных показателями качества изделий APRAR являются геометрические характеристики их поверхности, условным критерием для разграничения которых служит (Рис. 1) отношение шага S к полной высоте неровностей R.



Рис. 1 – Классификация геометрических характеристик поверхности

Шероховатость [5], кроме влияния на точность изготовления изделий, оснастки и инструмента, в APRAR оказывает влияние на эксплуатационные показатели, прежде всего надёжность. Поэтому в ответственных случаях, например, в связи с направлением относительного скольжения сопряженных деталей или с направлением движения струи жидкости или газа по поверхности детали или всего изделия, характерных для изделий APRAR, вводится параметр DIR, показывающий направление неровностей и следов обработки. При совпадении направления скольжения либо движения струй газов или жидкостей с направлением неровностей на поверхностях деталей их износ уменьшается и достигает минимума.

Придание поверхностям специальных свойств повышает показатели качества изделий APRAR: аэродинамическое и жидкостное трение; контактную жесткость; прочность прессовых соединений; отражательную способность в оптическом и радиотехническом диапазонах; виброустойчивость и прочность при циклических нагрузках; износостойкость при переменных нагрузках; коррозионную стойкость; адгезию различных покрытий и т.д., что учитывается при проектировании изделий APRAR. При этом оценка погрешностей классификации динамических моделей, включающих в себя и статические, является одной из проблем проектирования СОЭД-К [3].

Цель работы. В СОЭД-К с интегрированными адаптивными унифицированными каналами измерения параметров шероховатости (УКИШ) значения y ординат неровностей профиля после ОМД передаются в цифровом виде на центральную ЭВМ для формирования массива ординат  $\{y^*\}$ , который используются для вычислений стандартных параметров шероховатости и выработки сигналов управления работой СОЭД-К.

При представлении статической ММ шероховатости поверхности в виде реализации стационарного случайного процесса  $\xi(l)$  [2], статистические характеристики шероховатости вычисляются по результатам измерений (Рис. 2) ординат *у* неровностей профиля на базовой длине *l* порядка 5-10 мм. В машиностроении измерения *у* производятся на образцах поверхности деталей в сечении плоскостью, нормальной к базовой поверхности в пределах *l* которая в плоскости измерения должна представлять прямую линию. Для оценки и нормирования шероховатости поверхностей по ГОСТ 2789-73 [5], а также по стандартам ISO 4287 и DIN 4768, установлено шесть параметров ММ шероховатости: высотные – *Ra*, *Rz*, и *Rmax*, шаговые – *Smi* и *Si* и *tp* – параметр относительной опорной длины профиля.





Статистические параметры Ra и Rz представляют собой среднюю высоту неровностей профиля реализаций случайного процесса  $\xi(l)$ , далее обозначаемого как x(t) или  $x_0(t)$ , если процесс центрирован [5] относительно базовой линии m (Рис. 2). Среднее арифметическое значение  $Ra = \frac{1}{l} \int_{0}^{1} |y| \, dx$  абсолютных отклонений ординат y всех n неровностей профиля на базовой длине l является предпочтительным при анализе работы сопрягаемых деталей (приработка деталей), в аналого-цифровых системах вычисляется как оценка  $Ra = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^{n} |y|$ .

Параметр Rz, вычисляемый по десяти точкам как сумма средних абсолютных значений высот пяти наибольших выступов *урті* и глубин *уvті* пяти наибольших впадин профиля в пределах *l*, характеризует технологические погрешности и используется в конструкторской документации при назначении допусков на изготовление [4,5]. Параметр *Si* характеризует взаимное расположение (расстояние) характерных точек неровностей (максимумов и минимумов) профиля, Smi – точек пересечения профиля со средней линией *m*. Параметр  $t_p$  – отношения опорной длины профиля к *l*, где "p" – значение уровня сечения профиля, аналогичен функции распределения выбросов  $\xi(t)$  процессов над порогом [12] и позволяет судить о фактической площади контакта поверхностей на заданном уровне *p* (Рис 2).

В APRAR особый интерес представляют зависимости между шероховатостью и волнистостью поверхности, так как граница между ними довольно условна (рис. 1) и поэтому возникает проблема оценки шероховатости по результатам измерения ординат у протяженных изделий с нелинейной базовой линией многоканальными СОЭД-К в режиме "онлайн" при автоматизации процессов изготовления, испытаний и модернизации изделий [10].

# Анализ решений

Большинство [6, 7] систем (устройств) измерения параметров (ИШП) и оценки параметров шероховатости (ОШП) предназначено для работы на плоских поверхностях. ОШП интегральной оценки (стандартные образцы поверхности, микроскопы сравнения, рефлектометры и пневматические ОШП) позволяют получить только количественную интегральную оценку *Ra* шероховатости и качественную – параметр DIR.

ОШП, реализующие бесконтактные методы оценки параметров шероховатости, используются, в основном, при научных исследованиях и сложны в эксплуатации из-за их низкой надежности и работают только в режиме "офлайн" с помощью оператора высокой квалификации. Оптоэлектронные гибридные системы типа SORM 3plus [13] используются для контроля шероховатости только полосовых и рулонных материалов с малой степенью отражения, так как при полном диффузном отражении света параметр Ra не может быть вычислен.

В APRAR чаще всего используются ИШП на базе контактных [6] индукционных датчиков (КИД), имеющих высокую надёжность, возможности модернизации, устойчивых к ударным перегрузкам и воздействию внешних магнитных полей. КИД дают возможность получения профилограммы (Рис. 2), по значениям ординат y которой вычисляются оценки стандартных параметров шероховатости [3]. ИШП-профилометры на базе КИД с зависимой опорой (Traversing system of an instrument with skid-dependent datum), в которой корпус (опора) датчика опирается на измеряемую поверхность так, что она, действуя на корпус датчика, оказывает влияние на траекторию его перемещения относительно измеряемой поверхности, дают возможность по результатам измерений перемещений иглы вычислять статистические параметры Ra и Rz шероховатости на стандартной базовой длине не более 5–10 мм.

Решение проблемы. Для поверхностей изделий APRAR большого радиуса кривизны, где кроме параметра Ra, необходимо вычисление шагового параметра  $t_p$ , в многоканальных СОЭД-К, работающих в режиме "онлайн" при автоматизации производственных процессов предприятий APRAR, предпочтительным является использование КИД с независимой опорой в составе адаптивных программно-управляемых унифицированных каналов измерения ординат y профиля шероховатости (УКИШ).

При анализе шероховатости протяженных нелинейных поверхностей (Рис. 4) в плоскости XZ базовую длину l можно рассматривать как плоскую кривую линию a или как траекторию движения точки, обкатывающей эту кривую без скольжения. Движение точки вдоль кривой a связано с непрерывным изменением расстояния S, на которое удалена точка от начального положения и угла  $\alpha$  поворота касательной t относительно начального положения. Если с увеличением пути Sheпpepывно увеличивается и угол, то кривая называется *простой* (Рис. 3 и 4)



Рис. 3 – Угол смежности  $\alpha$  простой кривой а с радиусом кривизны  $r_{\kappa}$ 

Угол смежности  $\alpha$  между касательными t в двух бесконечно близких точках кривой, отнесенный к длине дуги между этими точками, определяет *кривизну* k плоской кривой a в каждой из её точек как предел  $k = \lim \frac{\Delta \alpha}{\Delta S}$  с помощью предельной соприкасающейся окружности (круга кривизны в данной точке) с *радиусом кривизны*  $r_{\kappa}$  *кривой линии*, проходящей через данную точку и две другие бесконечно близкие к ней точки (Рис 3). В отдельных точках, называемых точками спрямления, кривизна k может быть равна нулю, а у прямой линии в любой её точке k = 0. Центр O соприкасающейся окружности называется центром кривизны. Множеством центров кривизны является кривая линия, называемой эволютой данной кривой, а кривая a по отношению к своей эволюте называется эвольвентой.

При анализе шероховатости протяженных объектов в APRAR на участках произвольной кривой  $S_x$  по оси X (по длине изделия) с соотношением радиуса кривизны  $r_{\kappa}$  и базовой длины порядка  $100r_k \ge l$  эта эвольвента заменяется ломаной, состоящей из  $N_X$  участков.



Рис. 4 – Простая поверхность изделия APRAR

ИШП на базе КИД с независимой опорой могут быть применены для работы не только на плоских, но и на простых поверхностях, сечение которых в плоскости измерения представляет прямую линию Многоканальные СОЭД-К с УКИШ могут производить измерение ординат шероховатости одновременно на участках ломаной кривой  $S_x$  по оси X и по оси Z вдоль кривой  $S_z$ , т.е. производить двумерный анализ шероховатости *простых поверхностей* изделия APRAR (Рис. 4), которые могут подвергаться непрерывным деформациям (растяжения сжатия и изгиба) в процессе производства, испытаний и модернизации изделий. Формирование массивов ординат  $\{y_y^*\}$  и  $\{y_Z^*\}$  производится методом касательных плоскостей (Рис. 4) по множествам касательных векторов  $v \in T_X M$  из точек  $x \in M$ , перемещающихся вдоль каждой ломаной (вместо кривой  $Y_1$ ), составленной из  $N_y$  и  $N_Z$  участков, являющихся базовыми длинами ly и lz.

Величина базовой длины обусловливается конструктивными особенностями КИД [7] с независимой опорой (Traversing system of an instrument with the external reference datum), в которой КИД не опирается на измеряемую, поверхность, а перемещается независимо по внешней базе, сохраняя ориентацию постоянной, что достигается путем перемещения опоры КИД так, что измеряемая поверхность не действует на КИД и не влияет на траекторию его перемещения относительно измеряемой поверхности.

Статическими MM шероховатости [2] чаще всего являются стационарные центрированные  $x_0(t)$  с конечными значениями отклонений ординат y профиля шероховатости, у которых кривизна *сре*- *дней линии* k = 0 в любой её точке, так m является прямой линией (Рис. 2) на всей базовой длине l=const. В практике общего машиностроения такие  $x_0(t)$  имеют законы распределения: нормальный усеченный – Гаусса; равнобедренного треугольника – Симпсона и равномерный – закон равной вероятности. Для центрированных  $x_0(t)$  в общем случае уменьшается вероятность переполнения разрядной сетки процессора за счет уменьшения массива  $\{y\}$ , что упрощает формирование числового эквивалента  $\{y\}$ , определяемого числом разрядов АЦП, так как у  $x_0(t)$  нечетные начальные моменты: первый:  $\alpha_1 = M [x_0(t)]$  – математическое ожидание, представляющее собой ординату средней линии профиля m шероховатости и третий начальный –  $\alpha_3$ , должны быть равны нулю.

Поэтому для  $x_0(t)$  достаточно вычисления второго центрального момента  $\mu_2 = \Theta^* [x_0(t)] - т.е.$  оценок  $\Theta^*$  значений Ra и  $\mu_4 - четвёртого центрального момента, характеризующего погрешности вычисления оценок <math>Ra$ . В большинстве автономных аналоговых средств измерений (СИ) и аналого-цифровых систем измерений шероховатости поверхности контактным профильным методом [6,7] реализуется алгоритм (1) вычисления оценок Ra, представляемых как результат измерения СИ с нормируемой погрешностью. Таким измерениям по десятичному JSTX.k.b. - классификатору [8] присваивается вторая степень сложности -J = 2, при которой массив {\*} может изменяться только за счет изменения объёма выборки от эксперимента к эксперименту, в которых массивы  $\{y_y^*\}$  и  $\{y_z^*\}$  могут формироваться в каждом эксперименте на одних и тех же интервалах времени  $[t - T_1 = T_2]$  различных совокупностей реализаций  $\{(i)_{j-N_1}^{j+N_2}\}$ .

Дифференциальная схема включения КИД и использование синхронного детектирования, при котором выходной сигнал КИД после усиления перемножается с сигналом дополнительного опорного генератора [7], позволяют различать фазу выходного сигнала, или, что одно и тоже, перемещение иглы КИД в обе стороны от положения непрерывно вычисляемой в процессоре СОЭД-К средней линии т профиля шероховатости (Рис. 2). Это позволяет увеличить динамический диапазон модернизированных УКИШ примерно в два раза.

Использование таких модернизированных адаптивных программно-управляемых УКИШ, интегрированных в аналогоцифровые многоканальные СОЭД-К, даёт возможность создания базы данных измерения ординат профиля  $\{y\}$  для вычисления всех шести стандартных параметров: Ra, Rz, Rmax, Sm, Smi и tp, параметра DIR, а также оценок первых четырёх моментов –  $\alpha_1$ ,  $\alpha_3$ ,  $\mu_2$  и  $\mu_4$  [3]. Отличие от нуля  $\alpha_1$  и  $\alpha_3$  будет свидетельствовать о нестационарности  $x_0(t)$ , что даст возможность формирования динамической ММ шероховатости, представляющей последовательность статических MM [2]. По изменению ординаты средней линии динамическая MM шероховатости может позволить оценить волнистость поверхности, что необходимо при анализе геометрических характеристик поверхности простых поверхностей протяженных объектов в APRAR [3,4]. При этом погрешность  $\Delta \mu_4$  вычисления  $\mu_4$  по результатам измерения УКИШ может быть принята в качестве определяющего показателя качества СОЭД-К.

Таким измерениям присваивается [8] высшая степень сложности – J = 3, т.к. процедура формирования массива {\*} будет изменяться за счет изменения объёма выборки от эксперимента к эксперименту, в которых массивы  $\{y_y^*\}$  и  $\{y_z^*\}$  могут формироваться в каждом эксперименте на различных временных интервалах  $\{[t_j - T_1, t_j + T_2]\}$ , или, что одно и тоже, при l=var, различных совокупностей реализаций  $\{(i)_{j-N_1}^{j+N_2}\}$ .

Объёмы массивов  $\{y_y^*\}$  и  $\{y_z^*\}$  могут быть уменьшены адаптацией аналого-цифровых СОЭД-К, при которой необходимо изменить программу основной обработки по алгоритму  $\langle g[x(t)] \rangle$  и некоторую часть базы знаний, часто называемую условно-постоянной информацией [8]. Для двухуровневой СОЭД-К при изменении условий функционирования основными инвариантами является уже значения критерия эффективности СОЭД-К – суммарной погрешности вычисления и программа оптимизации, реализующая метод повышения точности.

В аналого-цифровых СОЭД-К внешне-внутренняя адаптация [10] может быть произведена минимизацией числа разрядов АЦП при заданной суммарной погрешности вычисления оценок  $\alpha_K$  и  $\mu_K$  различных порядков. При вычислении оценок  $\alpha_K$  и  $\mu_K$  по адаптивному алгоритму  $\langle g_A[x(t)] \rangle$  производится непрерывный анализ оценки плотности вероятности W(x) – т.е. формируется "текущая гистограмма"  $W_i(x)$ , по виду которой определяется минимальное число разрядов АЦП для получения требуемой погрешности вычисления оценки.

В адаптивных аналого-цифровых СОЭД-К оценка  $\mu_K$  k-го порядка вычисляется как  $\mu_{KA}^* = \langle g_A\left[x(t)\right] \rangle = \Delta x \sum_{i=1}^{n_{\Delta x}} [x_i(t)]^k W_i(x)$ 

Метод повышения точности таких адаптивных аналогоцифровых СОЭД-К с интегрированным УКИШ состоит в том, что в алгоритм (2) вычисления оценок центральных моментов  $\mu_K$  для процессов с ограниченным диапазоном значений отклонений ординат профиля шероховатости вводится коэффициент *а относительной коррекции* [11]. Суть относительной коррекции состоит в том, что отсчет ординаты *у* точки профиля шероховатости производится не в середине дифференциального коридора шириной  $\Delta x$ , а с относительным сдвигом с коэффициентом *a*, при этом  $\Delta x$ , динамический диапазон  $\mathbf{D} = \Delta x$   $n_{\Delta x}$  и  $x_{hau}$  должны быть пронормированы по СКО. Значения a зависят от вида  $W_i^*(x)$  и в нормированном по СКО виде приведены в Табл 1.

Таблица 1.

Равномерное	D	$n_{\Delta x}$	10	30	60	120
распределение						
	$2\sqrt{3}$	a	1,01	1,005	1,002	1,001
Распределение	D	$n_{\Delta x}$	10	30	60	120
Симпсона						
	$2\sqrt{6}$	а	0,985	0,9965	0,998	1,000

Значения коэффициента а для фиксированных значений D

Для усеченного нормального процесса с погрешностью не более 1 % значения a принимаются как для процесса с распределением Симпсона

Алгоритм  $\langle g[x(t)] \rangle$  вычисления корректированного значения  $\mu^*_{KK}$  выглядит как  $\mu^*_{KK} = \Delta x \sum_{i=1}^{n_{\Delta x}} \{ [x_{\mathit{hau}} + (i-1)\Delta x]a \}^k W^*_i(x),$  где:  $W_i^*(x)$  – оценка плотности вероятности для i-го дифференциального коридора с фиксированной шириной  $\Delta x$ ,  $x_{\mu a \mu}$  – значение ординаты середины начального (первого) дифференциального коридора  $\Delta x$ , a – коэффициент относительной коррекции. По изменению ординат  $y_m$  на Ny и  $N_Z$  участках базовой длины можно судить о нестационарности и (или) нелинейности ММ процесса – т.е. о погрешности классификации  $x_0(t)$  при принятой статической MM шероховатости. При этом необходимо учитывать, что время формирования базы  $\{y^*\}$  при использовании метода касательных плоскостей для простых поверхностей может быть соизмеримо со временем внутреннего проектирования основного изделия. Например, внутреннее проектирование планера транспортного самолета [4] метопом конечно-элементной модели (КЭМ) может занимать время от 2 до 5 лет, а время анализа поверхностей – от 1 до 6 месяцев.

Поэтому при внешнем проектировании СОЭД-К, которое производится только после получения технического задания на внутреннее проектирование основного изделия APRAR, необходимо принимать меры по уменьшению времени измерения, преобразования и вычисления статистических характеристик при выборе суммарной погрешности СОЭД-К в качестве определяющего показателя качества. Одним из таких приёмов является использование адаптивных СОЭД-К с использованием относительной коррекции, зависящей от вида закона распределения сигналов измерителя ординат шероховатости.

### Выводы

В многоканальных аналого-цифровых СОЭД-К с интегрированными УКИШ, использующими в качестве первичных измери-

ISSN 1560-8956

тельных преобразователей КИД, при адаптации по числу разрядов АЦП возможно сокращение времени формирование базы ординат точек профиля шероховатости. Введение относительной коррекции в алгоритм вычисления характеристик шероховатости по данным базы даёт возможность формирования динамической математической модели волнистости, что может позволить уменьшить время анализа простых поверхностей в режиме "онлайн" при автоматизации процессов изготовления, испытаний и модернизации изделий авиационной техники.

## Библиографический список

- 1. Вентцель Е.С. Теория вероятностей. М.: Наука, 1969–576 с.
- Детлинг В.С. Математическая модель шероховатости протяженных объектов / В.П. Зинченко, И.В. Мирошниченко // Шоста науково-технічна конференція "Приладобудування 2007: стан и перспективи" – Збірник тез доповідей, Киев, 24-25 квітня 2007 р., С. 151-152.
- Детлинг В.С. Система измерения шероховатости поверхностей / И.В. Мирошниченко // V Международная научнотехническая конференция "Гиротехнологии, навигация и управление движением" – Сборник докладов, Киев 21-22 апреля 2005 г. – С. 356-360
- Зинченко В.П. Алгоритм оптимального проектирования самолетов. / В.В. Борисов, И.В. Мирошниченко // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля Науковий журнал № 13 (167) 2011 р. С. 70-74.
- 5. ГОСТ 2789-73 Шероховатость поверхности. Параметры и характеристики.
- 6. ГОСТ 19300-86 Средства измерений шероховатости поверхности профильным методом. Профилографы-профилометры контактные.
- 7. Марчук М. О. Проблематика розробки інформаційних технологій контролю якості шорсткості поверхні / І. В. Мірошниченко // Науковий журнал Луцького національного технічний університету Технологічні комплекси № 1, 2 (5. 6) 2012, С. 57-61
- Мирошниченко И. В. Об одном способе классификации статистических измерительных задач / И. В. Мирошниченко // Математичне та комп'ютерне моделювання. Серія: Технічні науки: зб. наук. праць Інститут кібернетики ім. В.М. Глушкова Національної академії наук України, Кам'янець-Подільский Національний університет ім. Івана Огіенка, 2012 – Вип. 7. – С. 132-139
- 9. Мирошниченко И.В. Обработка экспериментальных данных о профиле шероховатости поверхностей в аналого-цифровых

системах с интегрированным измерительным каналом / И. В. Мирошниченко // Адаптивні системи автоматичного управління: міжвідомчий науково-технічний збірник. – Київ: Національний технічний університет України "Київський політехнічний інститут". – 2012. – Вип. 21(41). – С. 46-53.

- Мирошниченко И.В. Адаптация в информационноизмерительных системах / И.В. Мирошниченко // Моделювання та інформаційні технології. Збірник наукових праць Випуск 58, 2010 р., С.15-18.
- Пономаренко В.К. Повышение точности вычисления моментов высоких порядков случайных процессов с ограниченным диапазоном значений /В.С. Мирошниченко // В кн.: Труды IV Всесоюзной Школы-семинара по статистической гидроакустике – Новосибирск, 1973, С. 123-128.
- 12. Тихонов В.И. Выбросы траекторий случайных процессов / В.И. Хиленко – М.: Наука, 1987 – 303 с.
- 13. Система измерения шероховатости SORM 3plus Электронный pecypc: info@emg-automation.com.

Отримано 14.02.2013