

ДИНАМІЧНА МОДЕЛЬ АНТРОПОМОРФНОГО КРОКУЮЧОГО АПАРАТА З ВРАХУВАННЯМ МОМЕНТІВ ТА СИЛ ВЗАЄМОДІЇ З ОПОРНОЮ ПОВЕРХНЕЮ

Анотація: у роботі побудовано двовимірну математичну модель динаміки антропоморфного крокуючого апарата, яка враховує сили реакції опори та сили тертя (проковзування) по опорній поверхні. Наведена модель налічує ланку корпусу та дві три-ланкові опори. Для побудови моделі застосований метод Ньютона-Гауса.

Ключові слова: нтропоморфний крокуючий апарат, динаміка апарату, багато-гільна динаміка, опорна поверхня.

Вступ

Побудова системи управління антропоморфним крокуючим апаратом (АКА) потребує формалізації як його кінематичної структури так і динаміки руху. У випадках, коли АКА стоїть на опорній поверхні (ОП), його кінематична структура не може бути однозначно описана єдиною моделлю. Інваріантність кінематичної моделі АКА спричинена різницею у формалізації розімкненого кінематичного ланцюга та замкнених кінематичних ланцюгів при одно та двоопорних фазах руху. Таким чином, математичні моделі кінематичних зв'язків повинні зазнавати змін при кожній зміні опорної фази апарата.

Що стосується динамічної моделі АКА, зокрема при русі апарата по ОП, то вона повинна враховувати низку факторів, які змінюються відповідно до фази руху апарата, параметрів ОП, взаємодії з ОП, швидкості руху АКА тощо.

Огляд результатів попередніх досліджень

Вперше проблема достовірного відтворення кінематичної і динамічної моделей АКА була розглянута у працях *Muybridge E.* [1], який застосував метод кінограми руху для фіксації та спостереження циклічної зміни фаз людської ходи. Подальший розвиток даної проблеми знайшов своє відображення у публікаціях таких авторів, як: *McGeer T.* [14, 15], *Frank A.* [2], *Pai A.* [3], *Chow C., Jacobson D.* [4]. Так, зокрема, у публікації [15] показано побудову кінематичної моделі крокуючого апарата з невагомими одноланковими опорами та сектороподібними ланками стоп, що взаємодії його з ОП без врахування сили тертя та сили реакції ОП.

Найбільш успішними прикладами формалізації динамічної моделі АКА є моделі, запропоновані такими авторами: *Веліченко В.В.* [16], *Артоболовскій І.І.* [5], *Бернштейн Н.А.* [17], *Muybridge E.* [1], *Tomovic R.* [6], *McGee R.* [7], *McGeer T.* [14, 15], *Frank A.* [2],

Pai A. [3], *Chow C.*, *Jacobson D.* [4], *Vukobratovic M.* [8], *Chemori A.*, *S. Le Flock*, *S. Krut*, *E. Dombre* [18] та інші. Так, у роботі [18] авторами *Chemori A.*, *S. Le Flock*, *S. Krut*, *E. Dombre* показано побудову і застосування кінематичної моделі АКА, яка налічує 12 твердих ланок. Для управління даною моделлю, значення кутів задаються у вигляді вектора управління $X \in R^{18}$. Тоді як, сама модель описується вектором $X_{tags} = f(q)$; $q \in R^{18}$; $X_{tags} \in R^{45}$, а її зворотня модель (простір станів) подається так: $q = f^{-1}(X_{tags})$; $q \in R^{18}$; $X_{tags} \in R^{45}$. Кутове переміщення у тазо бедерному шарнірі задається трьома ступенями свободи, гомілко-бедерному шарнірі — однією ступенню свободи, а у гомілко-стоповому шарнірі-двома ступеннями свободи. Особливістю цієї моделі є наявна група шарнірів *Position, Orientation*, які задають кутове та лінійне положення АКА відносно опорної поверхні.

На основі запропонованої кінематичної моделі, авторами побудовано динамічну модель апарата, яка задана рівняннями Лагранжа [20] у такому вигляді:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Su,$$

де: $q = [q_1, \dots, q_{12}, \omega_z, \omega_y, \omega_x, T_x, T_y, T_z]^T \in R^{18}$ – вектор узагальнених координат; $M(q) \in R^{18 \times 18}$ – матриця інерції ланок; $C(q, \dot{q}) \in R^{18 \times 18}$ – матриця Кориолісових та доцентрових прискорень; $G(q) \in R^{18}$ – вектор сили тяжіння; $u \in R^{12}$ – вектор вхідних кутових впливів; $S \in R^{18 \times 12}$ матриця розподілу кутових моментів шарнірів.

У випадку дотику ланки (ланок) до ОП рівняння динаміки моделі АКА задається таким чином:

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = Su + J(q)^T \lambda,$$

де λ і $J(q)$ – відповідно Лагранжеві множники та матриця Якобіанів.

У роботі [19] авторів *Huy T.D.*, *Cuong N.C.*, *Phuong N.T.* кінематична модель апарата має 10 ступенів свободи і складається з 8 ланок, серед яких ланка *TorsoC* задає тулуб апарата, ланка *BK* визначає таз, ланки *KK₁*, *BB₁* задають бедра АКА, а ланки *K₁*, *E*, *B₁*, *B₂* задають його гомілки. Кожна з ланок моделі АКА характеризується масою та довжиною, що задаються параметрами m, l – відповідно. Кінематична взаємодія ланок задається координатами точок, що формують відповідні ланки, а сама модель задається кутами: $[\Theta_1, \dots, \Theta_{10}]$, де: $\Theta_1, \Theta_2, \Theta_{10}, \Theta_9$ – кути між стопою та гомілкою у площинах Z та X правої і лівої ноги – відповідно; Θ_3, Θ_8 – кути між гомілками та стегном для правої і лівої ноги – відповідно; $\Theta_4, \Theta_5, \Theta_6, \Theta_7$ – кути повороту ланок бедер у площинах X та Y правої і лівої ноги – відповідно.

Статичне положення моделі визначається координатами точки центру тазу:

$$\begin{aligned} x_{ca} &= l_1 \sin \Theta_1 - l_2 \sin (\Theta_3 - \Theta_1) \\ y_{ca} &= l_1 \sin (\Theta_2) + l_2 \cos (\Theta_3 - \Theta_1) \sin (\Theta_2) + \frac{l_3}{2} \cos (\Theta_3 + \Theta_4) \\ z_{ca} &= l_1 \cos (\Theta_1) \cos (\Theta_2) + l_2 \cos (\Theta_3 - \Theta_1) \cos \Theta_2 - \frac{l_3}{2} \sin (\Theta_2 + \Theta_4), \end{aligned}$$

та положенням точки центру мас (ТЦМ):

$$\begin{aligned} x_{com} &= \frac{m_b x_b + m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_c x_c + m_3 x_3 + m_4 x_4 + m_e x_e}{m_b + m_1 + m_2 + m_c + m_3 + m_4 + m_e}; \\ y_{com} &= \frac{m_b y_b + m_1 y_1 + m_2 y_2 + m_c y_c + m_3 y_3 + m_4 y_4 + m_e y_e}{m_b + m_1 + m_2 + m_c + m_3 + m_4 + m_e}; \\ z_{com} &= \frac{m_b z_b + m_1 z_1 + m_2 z_2 + m_c z_c + m_3 z_3 + m_4 z_4 + m_e z_e}{m_b + m_1 + m_2 + m_c + m_3 + m_4 + m_e}, \end{aligned}$$

де m – маси, зосереджені у шарнірах кінематичних пар.

На основі даної моделі, авторами роботи побудовано модель динаміки апарата, яка описана рівняннями Лагранжа у такому вигляді:

$$m = \begin{pmatrix} \ddot{x}_{ca} \\ \ddot{y}_{ca} \\ \ddot{z}_{ca} \end{pmatrix}$$

де J — матриця Якобіанів, що задана так:

$$J = \frac{dp}{dq} = \begin{pmatrix} 0 & rC_p & S_p \\ -rC_r & 0 & -S_r \\ -rC_r S_r & -rC_p S_p & D \end{pmatrix},$$

а рівняння динаміки у площині x АКА подано так:

$$m(-z_{ca} \ddot{y}_{ca} + y_{ca} \ddot{z}_{ca}) = \tau_x - mgy_{ca}, \quad \tau_x \equiv \frac{D}{C_r} \tau_r.$$

Аналогічним чином описані рівняння динаміки, що задають рух АКА у площинах y і z .

Загалом, у розглянутих роботах [16,5,17,1,6,7, 14,15,2,3,4,8,18], для вивчення антропоморфного руху та розробки відповідного математичного, алгоритмічного та програмного забезпечення і апаратних засобів, авторами побудовано низку математичних та комп'ютерних моделей, що у визначеній мірі описують кінематичну структуру зв'язків і динаміку руху АКА.

Таким чином, у загальному вигляді, розглянуті моделі можуть бути подані так:

$$\begin{aligned} M_x &= \theta \left[\sum_{i=1}^{12} (V_i z_i - R_i y_i) \right] + \delta \left[+ \sum_{i=4}^8 J_{x_i} \right] + \\ &+ \sum_{i=1}^{11} m_i (P_i z_i - T_i y_i) - g \sum_{i=1}^{11} m_i y_i + Jx \\ Jx &= J_{x_1} \beta_2 l + J_{x_2} \beta_1 l + J_{x_9} \beta_1 r + J_{x_{11}} \beta_3 r = 0 \end{aligned} \quad (1)$$

$$M_y = \theta \left[\sum_{i=1}^{11} m_i (R_i x_i - A_i z_i) + J_{y_1} + J_{y_2} + J_{y_9} + J_{y_{10}} + J_{y_{11}} \right] + \delta, \quad (2)$$

$$\sum_{i=1}^{11} m_i S_i x_i + \sum_{i=1}^{11} m_i (T_i x_i - C_i z_i) + g \sum_{i=1}^{11} m_i x_u = 0$$

де параметри інерції, реакцій, кутів, кутових швидкостей та прискорень інваріантні обраній моделі апарата.

Також, важливо зауважити, що у наведених рівняннях не враховані сили реакцій опори та тертя, відсутність яких спричинює неможливість застосування методів управління, що базуються на розподілі та зміні їхнього значення [9–13].

Побудова моделі динаміка АКА з врахуванням моментів та сил відносно ОП

Для побудови моделі, яка враховує взаємодію між ОП та АКА, у роботі запропоновано, у якості базової точки кінематичної схеми АКА використати точку стопи, а взаємодію АКА з ОП подавати у вигляді групи сил: реакції опори, проковування та відповідних моментів. Для побудови такої динамічної моделі АКА застосовано метод Ньютона-Гауса, який характеризується чутливістю до вибору напрямку прикладених зовнішніх сил.

Тоді, у загальному вигляді кінематична схема АКА може бути представлена, як зображено на рис. 1, а її динамічна модель описана системою рівнянь:

$$\begin{aligned} ma_{cx} &= \sum (F_{jx}) \\ ma_{cy} &= \sum (F_{jy}) \\ J_c \omega &= \sum (M) \end{aligned} \quad (3)$$

Розкриваючи систему рівнянь (3) отримаємо:

$$\begin{aligned} V_1 &= -\alpha \sin \Theta \sin \beta_{2L}; \quad V_2 = 2V_1 - b \sin \Theta \sin \beta_{1L}; \\ V_3 &= V_2 - b \sin \Theta \sin \beta_{1L}; \quad V_4 = V_3; \quad V_5 = V_3; \quad V_6 = V_3; \\ V_7 &= V_5; \quad V_8 = V_6; \quad V_9 = V_3 - b \sin \Theta \sin \beta_{1R}; \\ V_{10} &= V_3 - (2b \sin \beta_{1R} + \alpha \sin \beta_{2R}) \sin \Theta; \\ V_{11} &= V_3 - (2b \sin \beta_{1R} + 2\alpha \sin \beta_{2R} + h \sin \beta_{3R}) \sin \Theta; \\ W_1 &= 0; \quad W_2 = 0; \quad W_3 = 0; \quad W_4 = c \cos \varphi; \\ W_5 &= (R - e) \cos \psi; \quad W_6 = (R - 2e) \cos \psi - s \cos \alpha \sin \psi; \\ W_7 &= W_5; \quad W_8 = W_6; \quad W_9 = 0; \quad W_{10} = 0; \quad W_{11} = 0; \end{aligned}$$

$$P_1 = -a\dot{\Theta}^2 \cos \Theta \sin \beta_{2L} - a\Theta \beta_{2L} \sin \Theta \cos \beta_{2L} + a\beta_{2L} \cos \Theta \cos \beta_{2L} - a\beta_{2L} \dot{\Theta} \sin \Theta \cos \beta_{2L} - a\beta_{2L}^2 \cos \Theta \sin \beta_{2L};$$

$$P_2 = 2P_1 - b\dot{\Theta}^2 b \cos \Theta \sin \beta_{1L} - b\dot{\Theta} \beta_{1L} \sin \Theta \cos \beta_{1L} + \alpha \beta_{1L} \ddot{\Theta} \cos \Theta - b\beta_{1L} \dot{\Theta} \sin \Theta \cos \beta_{1L} - b\beta_{1L}^2 \cos \Theta \sin \beta_{1L}$$

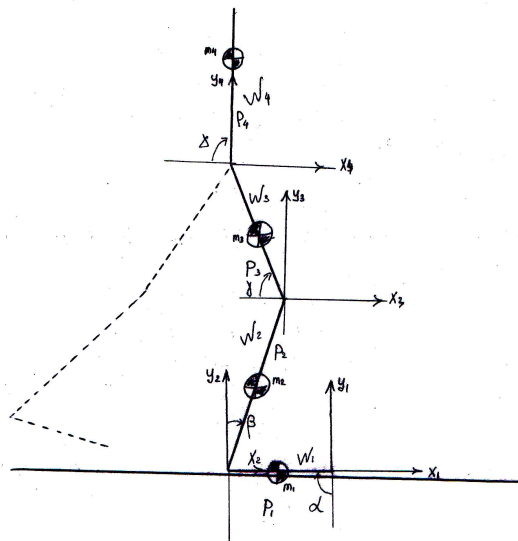


Рис. 1 – Кінематична схема АКА з базовою системою координат, що прив'язана до стопи

$$P_3 = P_2 - \frac{\rightarrow}{2} \Theta$$

$$P_4 = P_3 - c\psi; \quad P_5 = P_3 - (R - e)\psi^2 \sin \psi;$$

$$P_6 = P_3 - \psi^2 (R - 2e) \sin \psi - s\psi^2 \cos \beta \cos \psi;$$

$$P_7 = P_5; \quad P_8 = P_6;$$

$$P_9 = P_3 - b\Theta^2 \cos \Theta \sin \beta_{1R} - 2b\Theta \beta_{1R} \sin \Theta \cos \beta_{1R} + b\beta_{1R} \cos \Theta \cos \beta_{1R} - b\beta_{1R}^2 \cos \Theta \sin \beta_{1R};$$

$$P_{10} = P_3 + (2b\beta_{1R} \cos \beta_{1R} - 2b\beta_{1R}^2 \sin \beta_{1R} + a\beta_{2R} - a\beta_{2R} \cos \beta_{2R} - a\beta_{2R}^2 \sin \beta_{2R}) \cos \Theta - 2\Theta (2b\beta_{1R} \cos \beta_{1R} + a\beta_{2R} \cos \beta_{2R}) \sin \Theta - \Theta^2 (2b\beta_{1R} \cos \beta_{1R} + a \sin \beta_{2R}) \cos \Theta;$$

$$P_{11} = P_3 + (2b\beta_{1R} \cos \beta_{1R} - 2b\beta_{1R}^2 \sin \beta_{1R} + 2a\beta_{2R} \cos \beta_{2R}) \sin \Theta + (-2a\beta_{2R}^2 \sin \beta_{2R} \sin \beta_{2R} + h\beta_{3R} \cos \beta_{3R} - h\beta_{3R}^2 \cos \beta_{3R}) \sin \Theta - \Theta^2 (2b \sin \beta_{1R} + 2a \sin \beta_{2R} + h \sin \beta_{3R}) \cos \Theta;$$

$$A_1 = a \cos \beta_{2R} \cos \Theta; \quad A_2 = 2A_1 + b \cos \beta_{1L} \cos \Theta; \\ A_3 = A_2 + b \cos \beta_{1L} \cos \Theta; \quad A_4 = A_3; \quad A_5 = A_3; \quad A_6 = A_3$$

$$A_7 = A_3; A_8 = A_3; A_9 = A_3 - b \cos \beta_{1R} \cos \Theta;$$

$$A_{10} = A_3 - (2b \cos \beta_{1R} + a \cos \beta_{2R}) \cos \Theta;$$

$$A_{11} = A_3 - (2a \cos \beta_{2R} + 2b \cos \beta_{1R} + h \cos \beta_{3R}) \cos \Theta;$$

$$C_1 = -a\beta_{2L} \sin \Theta - a\beta_{2L}^2 \cos \beta_{2L} \sin \Theta - a\beta_{2L} \Theta \sin \beta_{2L} \cos \Theta - a\Theta \beta_{2L} \sin \beta_{2L} \cos \Theta - a\Theta^2 \cos \beta_{2L} \sin \Theta;$$

$$C_2 = 2C_1 - d\beta_{1L} \sin \Theta - b\beta_{1L}^2 \cos \beta_{1L} \sin \Theta - 2b\beta_{1L} \Theta \sin \beta_{1L} \cos \Theta - d\Theta^2 \cos \beta_{1L} \sin \Theta;$$

$$C_3 = C_2 - b\beta_{1L} \sin \Theta - b\beta_{1L}^2 \cos \beta_{1L} \sin \Theta - 2b\beta_{1L} \Theta \sin \beta_{1L} \cos \Theta - b\Theta^2 \cos \beta_{1L} \sin \Theta;$$

$$C_4 = C_3; C_5 = C_3; C_6 = C_3;$$

$$C_7 = C_3; C_8 = C_3;$$

$$C_9 = C_3 + b\beta_{1R} \sin \beta_{1R} \sin \Theta + b\beta_{1R}^2 \cos \beta_{1R} \sin \Theta + 2b\beta_{1R} \Theta \sin \beta_{1R} \cos \Theta \Theta \cos \beta_{1R} \sin \Theta;$$

$$C_{10} = C_3 + (2b\beta_{1R} \sin \beta_{1R} + 2b\beta_{1R}^2 \cos \beta_{1R}) \sin \Theta + (a\beta_{2R} \sin \beta_{2R} + a\beta_{2R}^2 \cos \beta_{2R}) \sin \Theta + 2\Theta (2b\beta_{1R} \sin \beta_{1R} + a\beta_{2R} \sin \beta_{2R}) \cos \Theta + \Theta^2 + \Theta^2 (2b \cos \beta_{1R} + a \cos \beta_{2R}) \sin \Theta;$$

$$C_{11} = C_3 + (2a\beta_{2R} + 2a\beta_{2R}^2 \cos \beta_{2R} + 2b\beta_{1R} \sin \beta_{1R}) \sin \Theta + (2b\beta_{1R}^2 \cos \beta_{1R} + h\beta_{3R} \sin \beta_{3R} + h\beta_{3R}^2 \cos \beta_{3R}) \sin \Theta + 2\Theta (2a\beta_{2R} + 2b\beta_{1R} \sin \beta_{1R} + h\beta_{3R} \sin \beta_{3R}) \cos \Theta + \Theta^2 (2a \cos \beta_{2R} + 2b \cos \beta_{1R} + h \cos \beta_{3R}) \sin \Theta;$$

$$R_1 = a \cos \beta_{2L} \sin \Theta; R_2 = -(2a \cos \beta_{2L} + b \cos \beta_{1L}) \sin \Theta$$

$$R_3 = R_2 - b \cos \beta_{1L} \sin \Theta; R_4 = R_3; R_5 = R_3; R_6 = R_3;$$

$$R_7 = R_5; R_8 = R_6; R_9 = R_3 + b \cos \beta_{1R} \sin \Theta;$$

$$R_{10} = R_9 + (b \cos \beta_{1R} + a \cos \beta_{2R}) \sin \Theta; R_{11} = R_{10} + a \cos \beta_{2R} \sin \Theta;$$

$$S_1 = 0; S_2 = 0; S_3 = 0;$$

$$S_4 = -C \sin \psi; S_5 = -(R - e) \sin \psi;$$

$$S_6 = -((R - 2e) \sin \psi + s \cos a \cos \psi);$$

$$S_7 = S_5; S_8 = S_6; S_9 = 0;$$

$$S_{10} = 0; S_{11} = 0;$$

$$T_1 = -a \left(\begin{array}{l} \beta_{2L} \sin \beta_{2L} \cos \Theta + \beta_{2L}^2 \cos \beta_{2L} \cos \Theta \\ -2\beta_{2L} \Theta \sin \beta_{2L} \sin \Theta + \Theta^2 \cos \beta_{2L} \cos \Theta \end{array} \right);$$

$$T_2 = -(2a\beta_{2L} \sin \beta_{2L} + 2a\beta_{2L} \cos \beta_{2L} + b\beta_{1L} \sin \beta_{1L} + b\beta_{1L}^2 \cos \beta_{1L}) \cos \Theta + 2\Theta (2a\beta_{2L} + b\beta_{1L} \sin \beta_{1L}) \sin \Theta - \Theta^2 (2a \cos \beta_{2L} + b \cos \beta_{1L}) \cos \Theta;$$

$$T_3 = T_2 - b\beta_{1L} \sin \beta_{1L} \cos \Theta - b\beta_{1L}^2 \cos \beta_{1L} \cos \Theta + 2b\Theta\beta_{1L} \sin \beta_{1L} \sin \Theta - b\Theta^2 \cos \beta_{1L} \cos \Theta;$$

$$T_4 = T_3 - C\psi^2 \cos \psi; \quad T_5 = T_3 - \psi^2 (R - e) \cos \psi;$$

$$T_6 = T_3 - \psi^2 ((R - 2e) \cos \psi - s \cos a \sin \psi);$$

$$T_7 = T_5; \quad T_8 = T_6;$$

$$T_9 = T_3 + b\beta_{1R} \cos \Theta + b\beta_{1R}^2 \cos \beta_{1R} \cos \Theta - 2b\Theta\beta_{1R} \sin \beta_{1R} \sin \Theta + b\beta_{1R}^2 \cos \beta_{1R} \cos \Theta;$$

$$T_{10} = T_9 - 2\Theta (b\beta_{1R} \sin \beta_{1R} + a\beta_{2R} \sin \beta_{2R}) \sin \Theta + (b\beta_{1R} \sin \beta_{1R} + b\beta_{1R}^2 \cos \beta_{1R} - a\beta_{2R} - a\beta_{2R}^2 \cos \beta_{2R}) \cos \Theta + \Theta^2 (b \cos \beta_{1R} + a \cos \beta_{2R}) \cos \Theta;$$

$$T_{11} = T_{10} + a\beta_{2R} \sin \beta_{2R} \cos \Theta + a\beta_{2R}^2 \cos \beta_{2R} \cos \Theta - 2a\Theta\beta_{2R} \sin \beta_{2R} \sin \Theta + a\Theta^2 \cos \beta_{2R} \cos \Theta,$$

де, параметрами Θ та R — сила реакції ОП та сила тертя — відповідно.

Варто зауважити, що у поданій моделі АКА описано його динаміку лише у сагітальній площині. Тривимірна ж модель апарата матиме більші розміри та розмірності. Відтак, для подання динаміки АКА у тривимірній системі координат, рекомендується застосувати комп'ютерні методи моделювання, які базуються на методі Ньютона-Гауса для динаміки взаємодії твердотілих ланок.

Висновки

У роботі показано побудову математичної моделі динаміки АКА, у якій враховано взаємодію апарата з ОП за параметрами сил реакції ОП і тертя (проковзування). У якості базової точки моделі обрано точку на стопі. Такий підхід до моделювання дозволив спростити адаптацію моделі до одно чи двохопорної фаз руху. Використання у моделі параметрів сил реакції ОП дозволяє її застосування для вирішення задачі управління рівновагою АКА на анапріорній ОП за даними про розподіл сил реакції ОП.

Список використаних джерел

1. Muybridge E., *Animals in Motion*, Dover Publ., New York, 1957
2. Frank A.A., McGhee R.B., *Some Considerations Relating to the Design of Autopilots for Legged Vehicles*, *J. Terramech.*, 6, 1 (1969)
3. Pai A.L., *Stability and Control of Legged Locomotion System*, Ph.D.Thesis, Ohio State Univ., Columbus, Ohio, 1971
4. Chow C. K., Jacobson D.H., *Studies of Human Locomotion via Optimal Programming*, Tech. Rep. # 617, Div. Eng a. Appl. Phys., Harvard Univ., Cambridge, Mass., 1970

5. Артоболевский И.И., Теория механизмов и машин, М., 1952
6. Tomovic R., A General Theoretical of Creeping Displacement, Cybernetics, 4 (1961)
7. Tomovic R., McGhee R. B., A Finite State Approach to the Synthesis of Bioengineering Control Systems, IEEE Trans. On Human Factors in Electronics, 7 №2, June (1966).
8. Vukobratovic M., Contribution to the Study of Antropomorphic Systems, Kybernetika (Praha), No. 3 (1972)
9. Gumennuy D.A Hybrid Control Method for Stabilizing if Walking Robot on Irregular Surface Using Plantar Pressure Sensors./ Dmytro Gumennuy, Mikhail Tkach, Alexey Chkalov. ECCOMAS Multibody Dynamics 2013 1-4 July, 2013, University of Zagreb, Croatia, pp. 307 – 309
10. Ткач М.М. Моделювання руху антропоморфного крокуючого апарата на довільній твердній поверхні./ Ткач М.М., Гуменний Д.О., Якуніна Н.О. Адаптивні системи автоматичного управління. - 2012. - № 21(41). - С. 114-122.
11. Ткач М.М. Керування рівновагою антропоморфного крокуючого апарата за інформацією про екстремуми на поверхні руху/ Ткач М.М., Гуменний Д.О. Стратегии качества в промышленности и образовании, Proc. of Annual Conf. 2012.
12. Ткач М.М. Система управління дотримання рівноваги антропоморфним крокуючим апаратом/ Ткач М.М., Гуменний Д.О. Адаптивні системи автоматичного управління. - 2014 No 1. - с. 61 — 2013.
13. Ткач М., Гуменний Д. Компьютерное моделирование антропоморфного шагающего аппарата с сенсорной опорой/ Bulgarian Journal for Engineering Design, issue 23, July 2014
14. Volpe R., “2014 Robotics Activities at JPL”, International Symposium on Artificial Intelligence, Robotics and Automation in Space (i-SAIRAS), Montreal, Canada, 17 June 2014.
15. McGeer T., Passive Dynamics Walking. School of Engineering Science Simon Fraser University Burnaby, British Columbia, Canada V5A 1S6
16. Величенко В.В. Матрично-геометрические методы в механике с приложениями к задачам робототехники. Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. - 280 с. - (Научные основы робототехники).
17. Choi J.H., Morris B. Feedback Control of Dynamic Bipedal Robot Locomotion, Eric R. Westervelt, Jessy W. Grizzle, Christine Chevallereau
18. Chemori. A , Le Floch S., Krut S. and Dombre S.,A Control Architecture With Stabilizer For 3D Stable Dynamic Walking of SHERPA Biped Robot on Compliant Ground

19. Huy T.D., Cuong N.C., Phuong N.T. “Control of Biped Robot with Stable Walking”
20. Khalil W., Dombre E. Mod m lisation identification et commande e des robots. Hermes Science, 1999

Отримано 24.04.2015 р.