

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ МЕТОДА ИДЕНТИФИКАЦИИ С МНОЖЕСТВОМ ПОДВИЖНЫХ МОДЕЛЕЙ ПРИМЕНИТЕЛЬНО К ДИНАМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ ЛОРЕНСА

Аннотация: В статье рассмотрены вопросы применимости метода идентификации с множеством подвижных моделей на примере параметрической идентификации параметра "g" системы Лоренса. Рассмотрено три подхода к оцениванию идентифицируемого параметра по данным, полученным с подвижных моделей. Изучены зависимости ошибок идентификации предложенного метода от масштаба функции качества.

Ключевые слова: идентификация нелинейных динамических систем, сно-гомодельные методы, хаотическая динамика, система Лоренса.

Введение

Как известно, применение ансамбля моделей, работающих параллельно, в задачах идентификации параметров нелинейных динамических систем может привести как к увеличению скорости идентификации, так и повышению её точности. В работе [1] был предложен метод с набором неподвижных моделей и использованием подхода COG (center of gravity) для определения значения идентифицируемого параметра. Было отмечено, что, несмотря на работоспособность метода и высокую скорость идентификации, точность идентификации значительно уступает адаптивно-поисковым методам. В работе [2] было рассмотрено семейство методов с подвижными моделями и проведён предварительный сравнительный анализ. Однако, для обеспечения одинаковых условий для такого сравнения, вместо реальной динамической системы использовалась достаточно простая модель ошибки идентификации, не учитывающая динамические свойства идентифицируемых объектов.

Таким образом, актуальной является задача исследования процессов многомодельной параметрической идентификации нелинейных динамических систем, в частности, систем, проявляющих хаотическую динамику.

Постановка задачи

Из набора методов, рассмотренных в работе [2], рассмотрим показавший наилучшие характеристики на модельных задачах, а именно метод с n подвижными моделями в рабочем диапазоне, двумя псевдомоделями за пределами этого диапазона, и динамическим смещением параметров моделей.

Начальные значения параметров моделей p_{c0_i} , $i = 0 \dots n-1$ равномерно распределены на рабочем диапазоне в пространстве параметров, а псевдомodelей – p_{li} и p_{rr} находятся на пределах этого диапазона, но равномерность сохраняется.

Входной сигнал (если необходимо) $u(t)$ подаётся на входы как объекта, так и моделей. Считаем, что выходы моделей измеряются точно, а объекта – с определённой погрешностью $w(t)$.

Как было отмечено во множестве работ, например в [3], непосредственное сравнение выходов моделей и объекта не имеет смысла в случае систем со сложной динамикой, в частности, для хаотических систем. В этом случае, для успешного синтеза системы идентификации необходимо наличие адекватного критерия идентификации. Обозначим $q_o(t)$ – текущее значение критерия для объекта, $q_{mi}(t)$ – для i -той модели.

Перейдём к безразмерным величинам функций качества идентификации:

$$F_i = F(q_o, q_{m_i}) = \exp \left(- \left(\frac{q_o - q_{m_i}}{q_\gamma} \right)^2 \right). \quad (1)$$

где q_γ – величина, обратная чувствительности функции качества и задаёт масштаб.

Для псевдомodelей считаем

$$F_{li} = F_{rr} = 0.$$

В работе [2] предложено 3 подхода к определению точки максимума функции качества, а следовательно – значения идентифицируемого параметра. Первый – реализация метода СОГ, используемого при дефазификации систем нечёткой логики:

$$p_{ge} = \frac{\sum_{i=0}^{n-1} F_{mi} p_{mi}}{\sum_{i=0}^{n-1} F_{mi}}. \quad (2)$$

Второй подход был призван уменьшить зависимость первого от влияния локальных экстремумов и границ. В этом случае определяется модель M_{i_m} с максимальным значением F , и в оценке используется только ближайшая окрестность этой модели:

$$p_{le} = \frac{F_{i_m-1} p_{i_m-1} + F_{i_m} p_{i_m} + F_{i_m+1} p_{i_m+1}}{F_{i_m-1} + F_{i_m} + F_{i_m+1}}. \quad (3)$$

Третий подход отличается от второго тем, что по трём точкам вблизи M_{i_m} функция $F(p)$ аппроксимируется параболой, и её абсцисса вершины задаёт искомое значение параметра. Обозначим текущую модель индексом “с”, предыдущую – “l”, и последующую – “r”. Сместим начало координат в точку (p_c, F_c) . Тогда

$$\tilde{p}_c = 0, \tilde{p}_l = p_l - p_c, \tilde{p}_r = p_r - p_c.$$

$$\tilde{F}_c = 0, \tilde{F}_l = F_l - F_c, \tilde{F}_r = F_r - F_c.$$

$$\begin{cases} a_2 \tilde{p}_l^2 + a_1 \tilde{p}_l = \tilde{F}_l \\ a_2 \tilde{p}_r^2 + a_1 \tilde{p}_r = \tilde{F}_r \end{cases} .$$

$$a_1 = \frac{\tilde{F}_r \tilde{p}_l^2 - \tilde{F}_l \tilde{p}_r^2}{\tilde{p}_l^2 \tilde{p}_r + \tilde{p}_l \tilde{p}_r^2}.$$

$$a_2 = \frac{\tilde{F}_r \tilde{p}_l - \tilde{F}_l \tilde{p}_r}{\tilde{p}_l^2 \tilde{p}_r + \tilde{p}_l \tilde{p}_r^2}.$$

$$\tilde{p}_e = -\frac{a_1}{2a_2}; p_e = p_c - \frac{a_1}{2a_2}. \quad (4)$$

При этом, если $p_e \notin [p_l, p_r]$, или $a_2 \geq 0$, то значение p_e искусственно ограничивается этим диапазоном. Значение p_e для модели с индексом i_m обозначим как p_{ee} и будем считать текущим значением идентифицируемого параметра, полученным с помощью третьего подхода. Ошибки идентификации в пространстве параметров для рассмотренных трёх подходов обозначим соответственно:

$$e_{ge} = p_{ge} - p_o, e_{le} = p_{le} - p_o, e_{ee} = p_{ee} - p_o. \quad (5)$$

Динамика изменения параметров моделей (поисковых агентов) задаётся следующим образом:

$$\frac{dp_c}{dt} = v_f f_t(t), \quad (6)$$

где f_t – сумма всех действующих “сил”, v_f – коэффициент пропорциональности. Рассматриваем 3 действующие силы ($f_t = f_c + f_n + f_e$):

1. $f_c = -k_c(p_c - p_{c,0})$ – “сила притяжения” к начальному значению параметра для данной модели. Наличие этой силы не даёт всем моделям принять одно и то же значение параметра вблизи экстремума, и, следовательно, прекратить процесс поиска. Это также позволяет быстро переключиться на другую модель в случае быстрого изменения параметра объекта.
2. $f_n = k_n(p_r - 2p_c + p_l)$ – “сила взаимодействия” с соседями. Обеспечивает более равномерное распределение параметров моделей вблизи экстремума.
3. $f_e = -k_e(p_c - p_e)$ – “сила притяжения” к локальной оценке экстремума, определённого по выражению (4).

В качестве тестовой нелинейной системы используем хаотическую систему Лоренса [3]:

$$\begin{cases} \dot{x} = \sigma(y - x) \\ \dot{y} = x(r - z) - y, \\ \dot{z} = xy - bz \end{cases} \quad (7)$$

где x, y, z – переменные состояния системы, r – идентифицируемый параметр (с учётом обозначений для данной задачи $p = r$), $b = 2.6667, \sigma = 10$ – фиксированные параметры.

В качестве критерия идентификации воспользуемся соотношением вида [3]

$$\frac{dq}{dt} = \frac{1}{\tau} (x^2(t) - q(t)), \quad (8)$$

где τ – характерное время оценивания.

Результаты моделирования

Для определения как точностных, так и скоростных характеристик системы идентификации, при моделировании процесса идентификации в программе *qontrol* значение идентифицируемого параметра задавалось такими способами:

$$p(t) = r(t) = p_0 + U_p \sin(\omega_p t), \quad (9)$$

$$p(t) = r(t) = p_0 + U_p \text{sign} \sin(\omega_p t). \quad (10)$$

При этом значения коэффициентов задавались так: $p = 35, U_p = 15, \omega_p = 0.08$.

На рис. 1 и 2 представлены результаты моделирования процессов идентификации тестовой системы предложенным методом при различной динамике нестационарного идентифицируемого параметра.

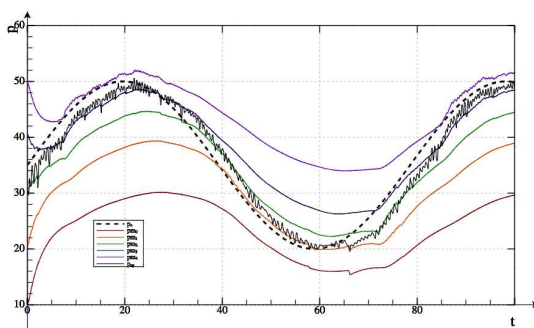


Рис. 1 – Процесс идентификации системы (7) рассматриваемым методом при условии (9)

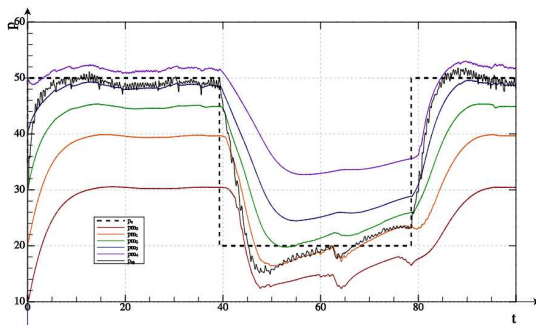


Рис. 2 – Процесс идентификации системы (7) рассматриваемым методом при условии (10)

При указанных параметрах системы и заданном масштабе чувствительности q_γ практически не наблюдается разницы в поведении p_{ge} , p_{le} и p_{ee} . Графики ошибок идентификации, представленные на рис. 3 подтверждают это наблюдение. Тем не менее, на графиках e_{le} и e_{ee} в некоторых окрестностях наблюдаются высокочастотные пульсации. Это, в первую очередь, связано с переключением с одной наилучшей модели на другую. Однако, вывод о меньшей пригодности второго (“le”) и третьего (“ee”) подходов к определению идентифицируемого параметра является преждевременным.

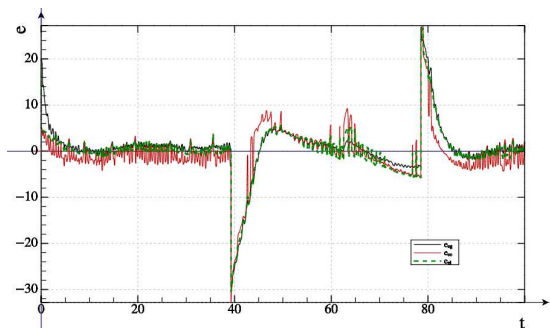


Рис. 3 – Ошибки идентификации (5) системы (7) при условии (10)

Рассмотрим зависимости среднеквадратичных ошибок идентификации \bar{e}_{ge} , \bar{e}_{le} , \bar{e}_{ee} , измеренных на достаточно большом интервале времени от масштаба чувствительности q_γ . Эти зависимости для условий (9) и (10) представлены на рис. 4 и 5, соответственно.

Первый вывод совершенно очевиден – наличие скачков в зависимости $p_o(t)$ приводит к существенно большим ошибкам идентификации. Следовательно, определение $p_o(t)$ вида (9) позволяет

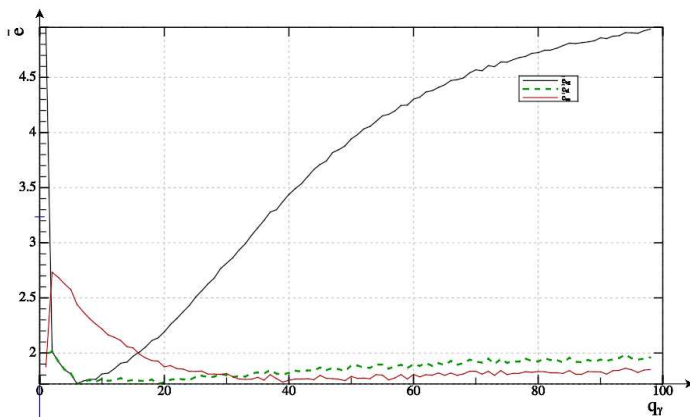


Рис. 4 – Зависимость средневквдратичных ошибок идентификации (5) при условии (9)

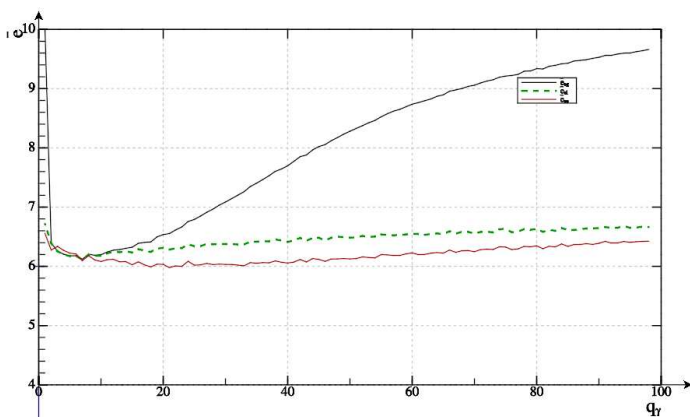


Рис. 5 – Зависимость средневквдратичных ошибок идентификации (5) при условии (10)

оценить преимущественно точность идентификации, тогда как зависимость вида (9) позволяет одновременно оценить и точность, и скорость.

Следующий вывод – при малом масштабе (и следовательно, высокой чувствительности) функции качества все три подхода демонстрируют схожие результаты. Однако, при росте q_γ наблюдается существенный рост величины \bar{e}_{ge} , в то время как \bar{e}_{le} и \bar{e}_{ee} увеличиваются незначительно. В связи с тем, что для сложных систем нет возможности заранее определить оптимальное (в смысле

минимума $\bar{\varepsilon}$) значение q_γ , а избыточная чувствительность быстро приводит к нарушению процесса поиска, использование p_{le} и p_{ee} может быть оправданным.

Выводы

Результаты моделирования процессов идентификации системы (7) и использованием рассматриваемого метода при различных условиях позволяют сделать следующие выводы:

- Предложенный метод идентификации объединяет лучшие свойства адаптивно-поисковых и беспойсковых многомодельных методов, а именно достаточную точность и высокую скорость.
- При правильной настройке величины q_γ все три рассмотренные подходы оценивания параметра примерно равноценны, а при пониженной чувствительности преимущество имеют p_{le} и p_{ee} .

Список литературы

1. Михалёв А.И., Гуда А.И., Новикова Е.Ю. Использование нечётких технологий при выборе начальных условий в задачах идентификации систем с хаотической динамикой // Адаптивные системы автоматического управления. – 2013. – № 2(25). – С. 98–103.
2. Guda A.I., Mikhalyov A.I. Multi-model methods and parameters estimation approaches on non-linear dynamic system identification // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Випуск 4(99). – Дніпропетровськ, 2015. – С. 3–9.
3. Гуда А.И., Михалев А.И. Физические основы при синтезе критерия адаптивно-поисковой идентификации динамической системы Лоренса // Системні технології. Регіональний міжвузівський збірник наукових праць. – Випуск 2(79). – Дніпропетровськ, 2012. – С. 13–10.
4. Гуда А.И., Михалев А.И. Расширение рабочего диапазона поисковой идентификации нелинейных динамических систем // Адаптивные системы автоматического управления. – 2013. – № 2(23). – С. 122–127.
5. Гуда А.И., Михалев А.И. Повышение качества фильтрации при поисковой идентификации нелинейных динамических систем // Адаптивные системы автоматического управления. – 2014. – № 1(24). – С. 160–165.

Отримано 20.04.2015