

УДК 621.396.4

Е. Н. Тачинина

МЕТОД КОНСТРУИРОВАНИЯ ВЕТВЯЩЕЙСЯ ТРАЕКТОРИИ ДВИЖЕНИЯ ИНФОРМАЦИОННОГО РОБОТА

Аннотация. В статье изложен метод конструирования ветвящейся траектории движения информационного робота, представляющего собой составную динамическую систему. Сформулированы в терминах теории оптимального управления условия оптимальности ветвящейся траектории составной динамической системы с текущим моментом разделения.

Ключевые слова: составная динамическая система, оптимальное управление, ветвящаяся траектория.

Введение

На сегодняшний день успехи, достигнутые в разработке беспилотных летательных аппаратов (БПЛА) как военного, так и гражданского назначения, создают технологические условия для расширения областей их применения. Одним из перспективных направлений является создание информационного робота на базе БПЛА для оперативного сбора и передачи информации о состоянии оперативного ландшафта и окружающей среды на охраняемых территориях объектов критической инфраструктуры, в зоне стихийных бедствий природного и техногенного характера.

Информационный робот (ИР) представляет собой составную динамическую систему (СДС) [3], элементами которой являются: базовый БПЛА (БПЛА-носитель); группа мобильных, разнородных БПЛА (дроны), оснащенных мультисенсорами и связанных между собой посредством единой информационно-телекоммуникационной сети.

Базовый БПЛА используется: в качестве аэроплатформы для доставки и первичного размещения дронов в исследуемой зоне; для сбора, накопления, предварительной обработки оперативной информации, получаемой от дронов, и ретрансляции полученных данных в реальном масштабе времени в командный пункт управления.

Эффективное использование информационного робота требует решения задачи поиска оптимального управления его составными элементами.

Постановка задачи

В работах [2, 4, 5] получены необходимые условия оптимальности ветвящейся траектории, по которой перемещается СДС для случаев фиксированного и свободного моментов времени разделения СДС на подсистемы. Задача существенно ус-

ложняется, если требуется синтезировать траекторию движения СДС в предположении, что разделение может произойти в каждый текущий момент времени.

Такого рода задачи могут возникать при оперативном размещении дронов (для развертывания сенсорной сети), при сбросе груза спасателям и потерпевшим в случае, когда координаты точек сброса дронов или груза заранее неизвестны и зависят от динамики развития чрезвычайной ситуации или текущего места расположения спасателей и потерпевших.

Целью данной статьи является изложение метода конструирования ветвящейся траектории движения информационного робота, представляющего собой составную динамическую систему, позволяющего сформулировать в терминах теории оптимального управления условия оптимальной ветвящейся траектории СДС в предположении, что разделение может произойти в каждый текущий момент времени.

Рассмотрим в качестве примера движение гипотетического информационного робота, который состоит из базового БПЛА и двух дронов. В процессе движения составные элементы ИР будут отделяться с целью индивидуального выполнения задачи. Схема ветвления траектории движения составных элементов ИР представлена на рис. 1.

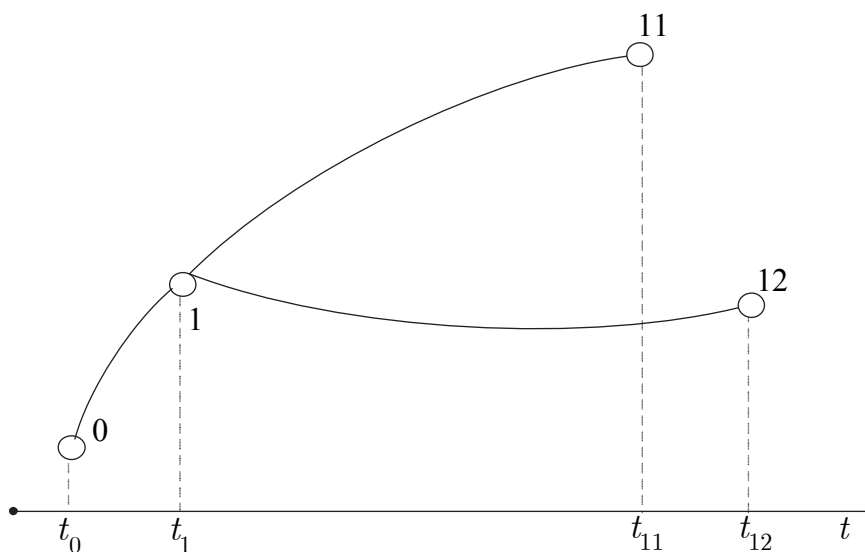


Рис. 1. - Пример схемы ветвления траектории движения составных элементов информационного робота

Траектория такой СДС (рис.1) относится к классу ветвящихся траекторий и состоит из трех участков: 0-1 – участок совместного движения ИР; 1-11, 1-12 – участки движения подсистем после отделения. Векторные функции и переменные, описывающие динамику движения СДС на участках 0-1, 1-11 и 1-12 будем отмечать соответственно, индексами 1, 11, 12, стоящими слева внизу, а скалярные функции и переменные – теми же индексами, но стоящими справа внизу.

Метод конструирования ветвящейся траектории движения составной динамической системы с текущим моментом разделения

Рассмотрим математическую постановку задачи. Допустим динамика движения СДС описывается уравнением

$${}_1\dot{x} = {}_1f({}_1x, {}_1u, t), \quad t \in [t_0, \tau], \quad (1)$$

где ${}_1x \in E^n$ – вектор состояния, ${}_1u \in \Omega_1 \subset E^{m_1}$ – вектор управляющих воздействий, $\tau \in [t_1', t_1'']$.

СДС начинает движение из многообразия

$$Q_0 = \{({}_1x(t_0), t_0) : \varphi_l^{(0)}({}_1x(t_0), t_0) \left\{ \begin{array}{l} \leq 0, l = \overline{1, r_0^{(0)}}; \\ = 0, l = \overline{r_0^{(0)} + 1, r^{(0)}}; \end{array} \right. \}, \quad (2)$$

где $r^{(0)} - r_0^{(0)} < n + 1$.

На многообразии

$$Q_1 = \{({}_1x(\tau), \tau) : \varphi_l^{(1)}({}_1x(\tau), \tau) \left\{ \begin{array}{l} \leq 0, l = \overline{1, r_1^{(1)}}; \\ = 0, l = \overline{r_1^{(1)} + 1, r^{(1)}}; \end{array} \right. \}, \quad (3)$$

где $r^{(1)} - r_1^{(1)} < n + 1$, от СДС может отделиться две подсистемы

$${}_i\dot{x} = {}_if({}_ix, {}_iu, \eta), \quad \eta \in [\tau, t_i^\tau], \quad (4)$$

где ${}_ix \in E^n$, ${}_iu \in \Omega_i \subset E^{m_i}$ ($i = 1, 2$),

Отделившиеся подсистемы должны достичь конечных многообразий

$$Q_{1i} = \{({}_ix(t_i^\tau), t_i^\tau) : \varphi_l^{(1i)} \left\{ \begin{array}{l} \leq 0, l = \overline{1, r_{1i}^{(1i)}}; \\ = 0, l = \overline{r_{1i}^{(1i)} + 1, r^{(1i)}}; \end{array} \right. \} \quad (5)$$

в нефиксированные моменты времени соответственно t_{1i}^τ ($i = 1, 2$).

В момент времени разделения СДС фазовые координаты подсистем связаны соотношениями

$${}_1x_p(\tau) = {}_ix_p(\tau) \quad (p = \overline{1, n-1}) \quad (6)$$

$${}_ix_n(\tau) = \xi_{1i} {}_1x_n(\tau) \quad (i = 1, 2) \quad (7)$$

где $\xi_{11} + \xi_{12} = 1$, n -я фазовая координата описывает в механических СДС изменение массы.

Задача состоит в отыскании такого процесса ${}_1x(t)$, ${}_1u(t)$, ${}_ix(\eta)$, ${}_iu(\eta)$, t_0 , t_{1i}^τ ($i = 1, 2$), который бы минимизировал критерий

$$I = I_1 + I_{11} + I_{12} \rightarrow \min \quad (8)$$

где

$$I_1 = S_1(1x(t_0), t_0; 1x(t_1'), 1x(t_1'')) + \int_{t_0}^{\tau} \Phi_1(x_1, u_1, t) dt, \quad (9)$$

$$I_{1i} = S_{1i}(1ix(t_{1i}^{\tau}), t_{1i}^{\tau}) + \int_{\tau}^{t_{1i}^{\tau}} \Phi_{1i}(1ix, 1iu, \eta) d\eta \quad (i = 1, 2) \quad (10)$$

при условии, что разделение СДС может произойти в каждый момент времени $\tau \in [t_1', t_1'']$.

Методика решения задачи (1)–(10) состоит в следующем. Рассматривается вспомогательная задача с конечным множеством значений возможных моментов времени отделения подсистем, составляется векторный критерий оптимизации, осуществляется приведение векторного критерия к аддитивной форме с использованием принципа псевдоветвления траектории СДС, и, наконец, через предельный переход ищется решение исходной задачи. Полагая, что разделение СДС на подсистемы произошло в один из моментов времени $t_1^{(j)} \in [t_1', t_1'']$, ($j = \overline{1, N}$) приходим к следующей вспомогательной задаче векторной оптимизации

$$I^W = \text{col}[I^{(1)} \rightarrow \min, I^{(2)} \rightarrow \min, \dots, I^{(N)} \rightarrow \min], \quad (11)$$

$$I^{(j)} = I_1^{(j)} + I_{11}^{(j)} + I_{12}^{(j)}, \quad (12)$$

$$I_1^{(j)} = S_1(1x(t_0), t_0; 1x(t_1'), 1x(t_1'')) + \int_{t_0}^{t_1^{(j)}} \Phi_1(1x, 1u, t) dt, \quad (13)$$

$$I_{1i}^{(j)} = S_{1i}(1ix(t_{1i}^{(j)}), t_{1i}^{(j)}) + \int_{t_1^{(j)}}^{t_{1i}^{(j)}} \Phi_{1i}(1ix, 1iu, \eta) d\eta \quad (i = 1, 2), \quad (14)$$

$$1\dot{x} = 1f(1x, 1u, t), \quad t \in [t_0, t_1^{(j)}], \quad (15)$$

$$1i\dot{x} = 1if(1ix, 1iu, \eta), \quad \eta \in [t_1^{(j)}, t_{1i}^{(j)}], \quad (16)$$

$$1x \in E^n, 1ix \in E^n, 1u \in \Omega_1 \subset E^{m_1}, 1iu \in \Omega_{1i} \subset E^{m_{1i}} \quad (i = 1, 2),$$

$$1x_p(t_1^{(j)}) = 1ix_p(t_1^{(j)}) \quad (p = \overline{1, n-1}), 1ix_n(t_1^{(j)}) = \xi_{1i} 1x_n(t_1^{(j)}), \quad (17)$$

$$\xi_{1i} \geq 0 \quad (i = 1, 2), \quad \xi_{11} + \xi_{12} = 1, \quad (18)$$

$$(1x(t_0), t_0) \in Q_0, (1x(t_1^{(j)}), t_1^{(j)}) \in Q_1,$$

$$(1x(t_1'), t_1') \in Q_1', (1x(t_1''), t_1'') \in Q_1'', (1ix(t_{1i}^{(j)}), t_{1i}^{(j)}) \in Q_{1i} \quad (i = 1, 2; j = \overline{1, N}),$$

$$t_0 < t_1' = t_1^{(1)} < \dots < t_1^{(N)} = t_1'' \quad (19)$$

где $t_{1i}^{(j)}$ – момент времени достижения конечного многообразия Q_{1i} системой (16), начавшей движение в момент времени $t_1^{(j)}$ ($i=1, 2; j = \overline{1, N}$).

Принцип псевдоветвлений траектории СДС базируется на следующих рассуждениях. Предположим, что разделение СДС на подсистемы должно произойти в момент времени $t = t_1^{(1)}$. В этом случае траектория СДС состоит из трех участков (рис. 1), оптимально сшитых между собой условиями скачка [2-4]. Однако, если в момент $t_1^{(1)}$ сигнала на разделение не поступит, то СДС в объединенном состоянии должна продолжить движение до следующего предположительного момента времени разделения $t_1^{(2)}$ (рис. 2).

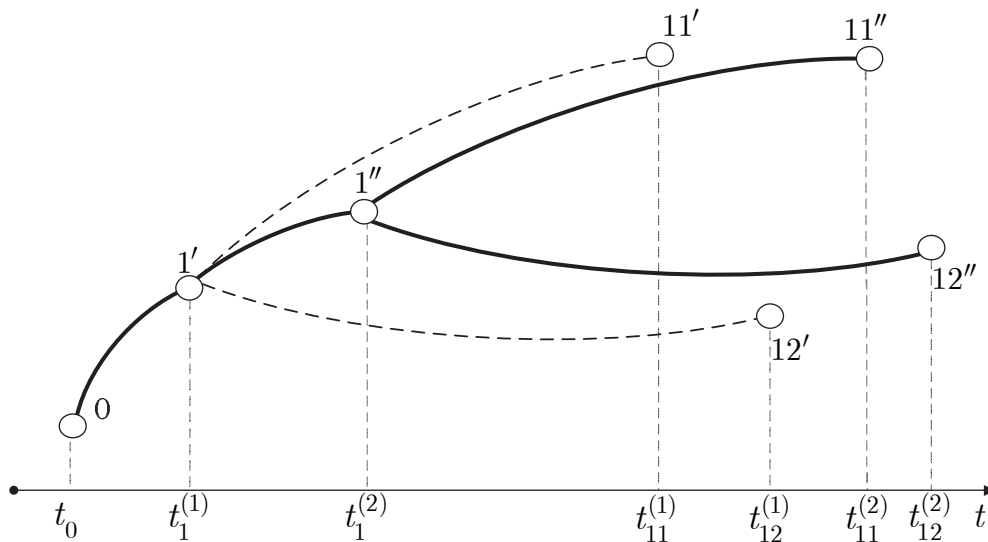


Рис. 2. Схема ветвления траектории движения СДС с текущим моментом разделения

Таким образом, в момент времени $t_1^{(1)}$ необходимо оптимально сшивать не три, а четыре траектории, из которых одна слева от $t_1^{(1)}$, представляющая собой траекторию движения подсистем в объединенном состоянии ($0 - 1'$), и три траектории справа от $t_1^{(1)}$: две псевдотраектории, по которым могли бы перемещаться подсистемы в отделившемся состоянии ($1' - 11'$, $1' - 12'$) и одна траектория подсистем, осуществляющих движение в объединенном состоянии ($1' - 1''$). Рассуждая аналогичным образом относительно моментов времени $t_1^{(2)}, t_1^{(3)}, \dots, t_1^{(N)}$, приходим к задаче оптимизации ветвящейся траектории [2], которая в данном случае ставится следующим образом:

$$\begin{aligned} \tilde{I} = & v^N I_1^{(N)} + \varphi^{(0)T} \zeta_0^N + \varphi^{(1')T} \zeta_{1'}^N + \varphi^{(1'')T} \zeta_{1''}^N + \sum_{j=1}^N \left\{ \mu_j^N [I_{11}^{(j)} + I_{12}^{(j)}] + \right. \\ & \left. + \varphi^{(1)T} \zeta_1^{N(j)} + \varphi^{(1i)T} \zeta_{1i}^{N(j)} \right\} \rightarrow \min \end{aligned} \quad (20)$$

где $v^N \geq 0$, $\mu_j^N \geq 0$ ($j = \overline{1, N}$), $\zeta_{1l}^N \geq 0$ ($l = \overline{1, r^{(1)}}$), $\zeta_{1il}^N \geq 0$ ($i = 1, 2; l = \overline{1, r^{(1i)}}$).

Поскольку требование задачи (1)–(8) оптимальности условий разделения в каждый текущий момент времени более жесткое, чем требование задачи (11)–(20), где оптимальные условия должны соблюдаться в конечном числе моментов времени отделения подсистем, то каждый допустимый процесс ${}_1x(t)$, ${}_1u(t)$, ${}_{1i}x(\eta)$, ${}_{1i}u(\eta)$, t_0 , $t_{1i}^{(j)}$ ($i = 1, 2; j = \overline{1, N}$) задачи (1)–(8) будет допустимым и в задаче (15)–(20) при произвольно выбранных $t_1^{(1)} < t_1^{(2)} < \dots < t_1^{(N)}$. Оптимальный процесс ${}_1x(t)$, ${}_1u(t)$, ${}_{1i}x(\eta)$, ${}_{1i}u(\eta)$, t_0 , $t_{1i}^{(j)}$ ($i = 1, 2; j = \overline{1, N}$) задачи (1)–(8) назовем устойчиво оптимальным, если найдется натуральное N_0 такое, что для счетного множества значений $N > N_0$ и равноотстоящих точек $t_1^{(1)} < t_1^{(2)} < \dots < t_1^{(N)}$ допустимый процесс ${}_1x(t)$, ${}_1u(t)$, ${}_{1i}x(\eta)$, ${}_{1i}u(\eta)$, t_0 , $t_{1i}^{(j)}$ ($i = 1, 2; j = \overline{1, N}$) будет оптимальным и в задаче (15)–(20).

Зафиксируем произвольный отрезок J числовой оси, содержащий $[t_1^{(1)}, t_1^{(N)}]$ вместе с малой окрестностью и выберем $N > N_0$ так, чтобы $t_1^{(1)}, \dots, t_1^{(N)}$ оставались точками непрерывности управления ${}_1u(t)$.

Установим признаки устойчиво оптимального процесса и одновременно получим решение исходной задачи, выполняя в необходимых условиях оптимальности для задачи (15)–(20) предельный по N переход.

Пусть ${}_1x(t)$, ${}_1u(t)$, ${}_{1i}x(\eta)$, ${}_{1i}u(\eta)$, t_0 , t_1' , t_1'' ($i = 1, 2$) допустимый процесс задачи (1)–(7). Тогда для его оптимальности, согласно принципу минимума [1], необходимо существование неотрицательных чисел v , ζ_{0l} ($l = \overline{1, r^{(0)}}$), $\zeta_{1'l}$ ($l = \overline{1, r^{(1')}}$), $\zeta_{1''l}$ ($l = \overline{1, r^{(1'')}}$) и неотрицательных мер $\mu(t)$, $\zeta_{1l}(t)$ ($l = \overline{1, r^{(1)}}$), $\zeta_{1il}(t)$ ($i = 1, 2; l = \overline{1, r^{(1i)}}$) ограниченной вариации, решений ${}_1\lambda(\tau)$ $\tau \in [t_0, t_1']$ и ${}_{1i}\lambda(\eta)$ $\eta \in [t, t_{1i}^t]$ $t \in [t_1', t_1'']$ ($i = 1, 2$) векторных сопряженных уравнений

$${}_1\dot{\lambda}(t) = - \left. \frac{\partial H_1}{\partial {}_1x} \right|_{\lambda}, \quad {}_{1i}\dot{\lambda}(\eta) = - \left. \frac{\partial H_{1i}}{\partial {}_{1i}x} \right|_{\lambda},$$

таких, что справедливы условия:

(1) трансверсальности

$$v \left[\frac{\partial S_1}{\partial x_1(t_0)} \Big|_{\wedge} + {}_1\lambda(t_0) \right] + \frac{\partial \varphi^{(0)}}{\partial {}_1x(t_0)} \Big|_{\wedge} \zeta_0 = 0 \quad ,$$

$$v \left[\frac{\partial S_1}{\partial t_0} \Big|_{\wedge} - H_1 \right] + \frac{\partial \varphi^{(0)}}{\partial (t_0)} \Big|_{\wedge} \zeta_0 = 0 \quad ,$$

$$d\mu(t) \left[\frac{\partial S_{1i}}{\partial {}_{1i}x(t_{1i}^t)} \Big|_{\wedge} - {}_{1i}\lambda(t_{1i}^t) \right] + \frac{\partial \varphi^{(1i)}}{\partial {}_{1i}x(t_{1i}^t)} \Big|_{\wedge} d\zeta_{1i} = 0 \quad ,$$

$$d\mu(t) \left[\frac{\partial S_{1i}}{\partial t_{1i}^t} \Big|_{\wedge} + H_{1i} \Big|_{\wedge} \right] + \frac{\partial \varphi^{(1i)}}{\partial t_{1i}^t} \Big|_{\wedge} d\zeta_{1i} = 0 \quad ;$$

(2) скачка

$$v \left[\frac{\partial S_1}{\partial x_1(t_1')} \Big|_{\wedge} + {}_1\lambda(t_1' + 0) - {}_1\lambda(t_1' - 0) \right] + \frac{\partial \varphi^{(1')}}{\partial {}_1x(t_1')} \Big|_{\wedge} \zeta_{1'}^N = 0 \quad ,$$

$$\frac{\partial \varphi^{(1')T}}{\partial t_1'} \Big|_{\wedge} \zeta_{1'} + v \left[H_{1i} \Big|_{\wedge, \hat{t}_1' - 0} - H_{1i} \Big|_{\wedge, \hat{t}_1' + 0} \right] - d\mu(t') \sum_{i=1}^2 H_{1i} \Big|_{\wedge} = 0 \quad ,$$

$$\frac{\partial \varphi^{(1'')T}}{\partial t_1''} \Big|_{\wedge} \zeta_{1''} + v H_{1i} \Big|_{\wedge} - d\mu(t'') \sum_{i=1}^2 H_{1i} \Big|_{\wedge} = 0 \quad ;$$

(3) минимума гамильтонианов

$$H_1({}_1\hat{x}(t), {}_1\hat{u}(t), {}_1\lambda^N(t), t) = \min_{\substack{{}_1u(t) \in \Omega_1, \\ t \in [t_1', t_1'']}} H_1({}_1\hat{x}(t), {}_1\hat{u}(t), {}_1\lambda^N(t), t) \quad ,$$

$$H_{1i}({}_{1i}\hat{x}(\eta), {}_{1i}\hat{u}(\eta), \lambda(\eta), \eta) = \min_{\substack{{}_{1i}u(\eta) \in \Omega_{1i}, \\ \eta \in [t, t_{1i}^t], i=1,2}} H_{1i}({}_{1i}\hat{x}(\eta), {}_{1i}\hat{u}(\eta), \lambda(\eta), \eta) \quad ;$$

(4°) нетривиальности, неотрицательности, дополняющей нежесткости

$$v + \int_{t_1'}^{t''} d\mu(t) + \sum_{i=1}^{r^{(0)}} \zeta_{0i} + \sum_{i=1}^{r^{(1')}} \zeta_{1i} + \sum_{i=1}^{r^{(1'')}} \zeta_{1i} + \int_{t_1'}^{t''} \left[\sum_{i=1}^{r^{(1)}} d\zeta_{1l}(t) + \sum_{i=1}^2 \sum_{l=1}^{r^{(1i)}} d\zeta_{1l}(t) \right] = 1 \quad ,$$

$$\zeta_{0l} \varphi_l^{(0)} = 0, l = \overline{1, r_0^{(0)}} \quad , \quad \zeta_{1'l} \varphi_l^{(1')} = 0, l = \overline{1, r^{(1')}} \quad ,$$

$$\zeta_{1''l} \varphi_l^{(1'')} = 0, l = \overline{1, r^{(1'')}} \quad , \quad d\zeta_{1l}(t) \varphi_l^{(1)} = 0, l = \overline{1, r_1^{(1)}} \quad ,$$

$$d\zeta_{1il}(t) \varphi_l^{(i1)} = 0, l = \overline{1, r_{1i}^{(i1)}} \quad , i = 1, 2 \quad .$$

Выводы

Таким образом, в данной статье предложен метод конструирования ветвящейся траектории движения информационного робота, представляющего собой составную динамическую систему.

Предложенный метод позволяет сформулировать в терминах теории оптимального управления условия оптимальности ветвящейся траектории составной динамической системы с текущим моментом разделения.

Сформулированные условия является частью математического обеспечения системы автоматизированного проектирования информационного робота и могут быть использованы для построения вычислительных алгоритмов, учитывающих специфику взаимодействия элементов конкретных типов составных динамических систем.

Список использованных источников

1. Ащепков Л. Т. Оптимальное управление разрывными системами / Л. Т. Ащепков. – Новосибирск: Наука, 1987. – 226 с.

2. Лисенко О. І. Постановка задачі застосування теорії розгалужених траєкторій для вирішення задач пошуку та рятування в зоні надзвичайних ситуацій / О. І. Лисенко, О.М. Тачиніна, С. М. Чумаченко // Технічна механіка: Міжвідомчий збірник наукових праць. – Дніпропетровськ, 2015. – Випуск 1. – С.73-78.

3. Лисенко О. І. Математична постановка задачі оптимізації руху групи літаючих роботів на базі безпілотних літальних апаратів / О. І. Лисенко, О.М. Тачиніна // Науковий вісник Академії муніципального управління: збірник наукових праць. – К.: АМУ, 2014. – Вип. 1(7). – С. 93-99.

4. Тачиніна О.М. Умови оптимальності руху групи безпілотних літальних апаратів з можливою зміною цілі руху в будь-який момент часу в заданому інтервалі / О.М. Тачиніна // Науковий вісник Академії муніципального управління: збірник наукових праць. – К.: АМУ, 2015. – Вип. 1(9). – С. 178-184.

5. Lysenko O. The optimal injection path of group of nanosatellite multisensor-based platforms/ O. Lysenko, O. Tachinina, V. Zacharchenko, I. Alekseeva // IEEE 4th International Conference «Methods and Systems of Navigation and Motion Control» (Kyiv, Ukraine, october 18-20, 2016).– K.: NAU, 2016. – pp. 155-158.