

УДК 531

В. В. Козловский, А. В. Яровой, Д. О. Сопильняк

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАЩИТНЫХ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ПОКРЫТИЙ

*Анотация.* В данной статье представлено то как могут располагаться резонансные частоты диэлектрических слоёв. Решение этой задачи позволит ответить и на другой важный вопрос: как могут располагаться частотные зоны поглощения (а следовательно и отражения) и какова их ширина. В предлагаемой статье даётся решение сформулированной выше задачи для простейшего интерференционного покрытия и следствия решения.

*Ключевые слова:* эффективная площадь отражения, резонансное возбуждение кристаллической структуры, радиопоглощающее покрытие.

Как известно [1] мощным средством защиты телекоммуникационной аппаратуры являются защитные радиомаскировочные покрытия. Для уменьшения эффективной площади рассеяния объектов телекоммуникаций широко применяются покрытия интерференционного типа [1]. Центральная частота области поглощения электромагнитной энергии определяется резонансной частотой самого покрытия, то есть диэлектрическим слоем. При резонансе поверхностное сопротивление резистивной плёнки трансформируется диэлектрическим слоем в волновое сопротивление свободного пространства. В результате электромагнитная энергия поглощается в резистивной плёнке покрытия. Поскольку диэлектрический слой является многорезонансной системой, то и интерференционное покрытие имеет бесконечное число областей поглощения и отражения. Физически ясно, что для расширения частотной области поглощения желательно иметь диэлектрический слой, резонансные частоты которого близко расположены друг к другу. Тогда из-за наличия резистивной плёнки и собственных диэлектрических потерь амплитудно-частотные характеристики соседних резонансов будут перекрываться. Это и обеспечит расширение рабочего диапазона интерференционных покрытий. Здесь возникает вопрос: как в принципе могут располагаться резонансные частоты диэлектрических слоёв? Решение этой задачи позволит ответить и на другой важный вопрос: как могут располагаться частотные зоны поглощения (а следовательно и отражения) и какова их ширина.

В предлагаемой статье даётся решение сформулированной выше задачи для простейшего интерференционного покрытия, состоящего из нерегулярного диэлектрического слоя, в начале которого расположена резистивная плёнка, а в конце помещён электрический экран, имитирующий металлическую поверхность телекоммуникационной аппаратуры. Предполагается, что диэлектрическая и магнитная проницаемости могут меняться по толщине покрытия и волна падает на покрытие под углом девяносто градусов (нормальное падение).

---

© В. В. Козловский, А. В. Яровой, Д. О. Сопильняк

Поскольку диэлектрический слой с электрическим экраном является рас-  
пределённой цепью, то его поверхностный импеданс является мероморфной  
функцией относительно комплексной частотной переменной  $p$  [ 2,4 ]:

$$Z = \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k p}{p^2 + \omega_k^2} \quad (1)$$

Где  $\beta_k$  – числа;  $\omega_k$  – полюсы поверхностного сопротивления положительные.

Рассмотрим цепь, состоящую из  $n$  (чётное число) линий с постоянным вол-  
новым сопротивлением (стержневую цепь Ричардса), замкнутую на конце. По-  
требуем, чтобы первые  $n/2$  полюсов сопротивления этой цепи были равны  $\omega_k$ ,  
 $k = 1, 2, \dots, n/2$ . Тогда входное сопротивление цепи Ричардса

$$Z_n(\lambda) = \sum_{k=1}^{n/2} \frac{\alpha_k \lambda}{\lambda^2 + \zeta_k^2}, \alpha_k > 0, \quad (2)$$

$$\lambda = \text{th } p \frac{t_3}{n}, \zeta_k = \text{tg } \omega_k \frac{t_3}{n}, t_3 < \frac{n\pi}{2\omega_{n/2}}. \quad (3)$$

Из последних соотношений следует, что  $\zeta_k > \zeta_{k-1}$ .

Теперь найдём выражение для  $\alpha_k$ , при котором  $\text{Res } Z = \text{res } Z_n(\lambda), p = i - \omega_k$ ,  
 $k \leq n/2$ . Для этого обозначим  $Z_n(\lambda) = \frac{A_n(\lambda)}{B_n(\lambda)}$ , тогда

$$\alpha_k = 2 \frac{A_n(\lambda_k)}{\frac{dB_n(\lambda)}{d\lambda}}, \lambda = \lambda_k = i \zeta, \text{ учитывая, что } \frac{d\lambda}{dp} = \frac{t_3}{n} \frac{1}{\text{ch}^2 \frac{t_3}{n}}, \frac{dB_n}{dp} = \frac{dB_n}{d\lambda} \frac{d\lambda}{dp},$$

$$\text{находим } \frac{dB_n}{d\lambda} = \frac{n}{t_3} \text{ch}^2 p \frac{t_3}{n} \frac{dB_n}{dp}. \text{ Следовательно } \alpha_k = \frac{t_3}{n} \frac{1}{\text{ch}^2 p_k \frac{t_3}{n}} \beta_k,$$

где  $\beta_k = 2 \text{res} Z = 2 \text{res} Z_n(\lambda), p = i \omega_k$ .

Учитывая, что рассматриваемые полюсы  $Z_n(\lambda)$  в  $p$ -плоскости удовлетво-  
ряют уравнению  $\text{tg} \omega \frac{t_3}{n} = \zeta_k, k = 1, 2, \dots, n/2$ , находим время задержки

$$t_3 = \frac{n}{\omega_{n/2}} \text{arctg } \zeta_{n/2}. \quad (4)$$

Перейдём выражениях (2) и (4) к пределу при  $n \rightarrow \infty$ . В результате выраже-  
ние (2) перейдёт в (1), а время задержки

$$t_3 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n}{\omega_{n/2}} \text{arctg } \zeta_{n/2}.$$

Поскольку последовательность  $\{\zeta_k\}$  имеет предел, то

$$t_3 = \lim \operatorname{arctg} \zeta_{n/2} \cdot \lim \frac{n}{\omega_{n/2}} \quad n \rightarrow \infty \quad (6)$$

Следовательно

$$0 < \lim \operatorname{arctg} \zeta_{n/2} \leq \frac{\pi}{2}, \quad n \rightarrow \infty$$

откуда следует, что

$$0 < t_3 \leq \pi \lim \frac{k}{\omega_k} \quad k \rightarrow \infty \quad (7)$$

Таким образом для диэлектрического слоя с конечной толщиной распределение резонансных частот в ограниченной области частот может быть любым. Чтобы поверхностному импедансу (1) соответствовал диэлектрический слой конечной толщины необходимо и достаточно, как видно из выражения (7), выполнить асимптотическое условие: величина предела, стоящего в правой части формулы (7) должна быть конечной величиной, то есть резонансные частоты должны подчиняться условию:

$$0 < \lim \frac{k}{\omega_k} < \infty, \quad k \rightarrow \infty \quad (8)$$

Из выражения (7) вытекает, что если величина предела

$$\lim \frac{k}{\omega_k} = 0, \infty, \quad k \rightarrow \infty \quad (9)$$

то время задержки (толщина диэлектрического слоя покрытия [ 3,5 ]) равно соответственно нулю и бесконечности. Условие (8) является слишком общим и гарантирует существование слоя конечной толщины. Чтобы в конце слоя был помещён электрический экран на резонансные частоты необходимо наложить дополнительные ограничения. Для этого поверхностное сопротивление (1) при конечном верхнем пределе  $n$  разложим в непрерывную дробь:

$$Z_n = \frac{1}{i\omega C_1 + \frac{1}{i\omega L_2 + \frac{1}{i\omega C_3 + \frac{1}{i\omega L_4 + \dots + \frac{1}{i\omega L_{2n}}}}}} \quad (10)$$

Из данного выражения можно получить формулу для последнего элемента лестничной схемы  $L_{2n}$ :

$$L_{2n} = \frac{1}{4 \sum_{k=1}^n \frac{1}{\beta_k Q'_{2n}(\omega_k)^2}} \quad Q_{2n} = \prod_{k=1}^n \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_k^2} \right) \quad (11)$$

При  $n \rightarrow \infty$  выражение (10) перейдѣт в (1), а индуктивность  $L_{2n}$  – в индуктивность последнего элемента слоя. Так как в конце слоя должен находиться электрический экран (обшивка самолѣта или ракеты), то индуктивность при  $n \rightarrow \infty$  должна стремиться к нулю, то есть ряд  $(\beta_k$  ограниченные положительные числа [ 3 ])

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{Q'(\omega_k)^2} \tag{12}$$

должен расходиться. Выражение для  $Q(\omega)$  определяется соответствующей формулой (11) при  $n \rightarrow \infty$ .

Таким образом для того чтобы существовал диэлектрический слой с электрическим экраном его резонансные частоты  $\omega_1 < \omega_2 < \omega_3 < \dots$  должны удовлетворять двум условиям: должно быть соблюдено неравенство (8) и ряд (12) должен расходиться. Точно такие же ограничения накладываются и на частотные области поглощения радиомаскировочных покрытий. При этом резонансные частоты являются центральными частотами областей поглощения. Следуя изложенной выше логики можно сформулировать дополнительные ограничения, накладываемые на импеданс диэлектрических покрытий. Чтобы нерегулярный диэлектрический слой с конечным временем задержки не содержал сосредоточенных диэлектрических включений, необходимо и достаточно, чтобы

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k}{\omega_k^2} < \infty, \tag{13}$$

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{\beta_k \omega_k^2 [Q'(\omega_k)]^2} < \infty \quad Q(\omega) = \prod_{k=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{\omega^2}{\omega_k^2} \right). \tag{14}$$

При этом к границе слоя может быть подключено сосредоточенное диэлектрическое включение.

Из данного результата следует ряд следствий.

**Следствие 1.** Если существует предел  $\lim_{k \rightarrow \infty} \beta_k(\tau)$ , то волновое сопротивление слоя

$$Z_{\sigma}(\tau) = \frac{t_3 - \tau}{2} \lim_{k \rightarrow \infty} \beta_k(\tau), \quad 0 \leq \tau < t_3. \tag{15}$$

В частности, данное следствие справедливо для плавно нерегулярных слоѣв.

**Следствие 2.** Если диэлектрический слой не содержит сосредоточенных включений при  $0 \leq \tau < t_3$ , то при больших  $k$

$$\frac{1}{k^{1+\delta}} \leq \beta_k(\tau) \leq k^{1+\delta}, \quad \delta > 0. \tag{16}$$

**Следствие 3.** Если исключить требование (13), то слой может содержать сосредоточенные последовательные индуктивные диэлектрические включения.

Если исключить требование (14), то слой может содержать параллельные ёмкостные включения. В приложениях часто высокоомные и низкоомные отрезки слоёв, имеющих малое время задержки в заданном диапазоне частот, приближенно заменяют сосредоточенными элементами  $L$  и  $C$ . При выполнении условий (13, 14) данная процедура оказывается справедливой и для слоёв, волновое сопротивление которых обращается в бесконечность или в нуль при некоторых  $\tau$ . При этом:

$$L = \int_{\tau_1}^{\tau_2} Z_{\theta}(\tau) d\tau, C = \int_{\tau_1}^{\tau_2} Z_{\theta}(\tau)^{-1} d\tau, \quad (17)$$

где  $[\tau_1, \tau_2]$ ,  $\tau_1 < \tau_2$ , – участок линии внутри, которого  $Z_{\theta}(\tau)$  обращается в бесконечность или в нуль. Величина  $\tau_1 - \tau_2$  должна быть достаточно малой.

Приведенные выше рассуждения в полной мере распространяются и на проводимость.

**Следствие 4.** Чтобы существовал диэлектрический слой с входным сопротивлением

$$z = \frac{\beta_0}{p} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_k p}{\rho^2 + \omega_k^2}, \quad (18)$$

не содержащая сосредоточенных элементов, с волновым сопротивлением  $0 < Z_{\theta}(0) < \infty$  и набором резонансных частот  $0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots$  (спектром  $\{\omega_k\}$ ), нагруженная на лестничную цепь  $C_{n1}, L_{n2}, \dots$ , состоящую из  $m$  элементов, необходимо и достаточно выполнить требование (12) и условия

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{\omega_k^{2(m-1)}}{[M'(\omega_k)]^2} < \infty, \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\omega_k^{2m}}{[M'(\omega_k)]^2} = \infty, M(\omega) = \omega Q(\omega). \quad (19)$$

При этом слой имеет конечное время задержки  $0 < t_3 < \infty$ . Если рассматривать покрытие, для которого нуль не является резонансной частотой ( $\beta_0 = 0$ ), то в условиях (19) надо  $M(\omega)$  заменить на  $Q(\omega)$  и под цепью нагрузки понимать лестничную цепь, начинающуюся с последовательной индуктивности.

**Следствие 5.** Если из последовательности  $0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots$  исключить число  $\omega_n \neq 0$ , то новая последовательность будет спектром слоя, нагруженного на лестничную цепь из  $(m - 2)$  элементов. Если окажется, что  $(m - 2) \leq 0$ , то это означает, что спектр соответствует диэлектрическому покрытию с магнитной стенкой. Такой случай возникает, когда исходная последовательность  $0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots$  соответствует слою нагруженного на ёмкость или диэлектрическое включение типа последовательный контур. Данный вывод непосредственно следует из соотношения

$$\frac{1}{C_{n1}} = 4 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_0^2}{\beta_k [M'(\omega_k)]^2} + \beta_0, \frac{1}{C_{n1} L_{n2}} = 4 C_{n1} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\beta_0^2 \omega_k^2}{\beta_k [M'(\omega_k)]^2}, \quad (20)$$

$$\frac{1}{C_{H1}L_{H2}C_{H3}} = 4\beta_0^2 \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\omega_k^2 C_{H1}L_{H2} - 1}{\beta_k [M'(\omega_k)]^2}. \quad (21)$$

Если к исходной последовательности  $0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots$  добавить новое число  $\omega_n \neq \omega_k$ , то новая последовательность будет спектром слоя, нагруженного на цепь с  $(m + 2)$  элементами.

Если из набора частот  $0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots$  исключить произвольные  $N$  чисел, отличных от нуля, и добавить другие  $N$  чисел, отличных от нуля, то вновь образованная последовательность будет спектром слоя с нагрузкой того же типа и с прежним количеством элементов.

При рассмотрении диэлектрических слоёв, для которых нуль не является резонансной частотой все выводы остаются справедливыми. Если из спектра  $0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots$  исключить число нуль, то последовательность  $\omega_1 < \omega_2 < \dots$  является спектром слоя, нагруженного на лестничную цепь  $L_{H1}, C_{H2}, L_{H3}, \dots$ , состоящей из  $(m - 1)$  элементов. Если количество элементов получается отрицательным числом или равным нулю, то это означает, что слой имеет магнитную или электрическую стенку. Из сказанного следует, если числа  $0 < \omega_1 < \omega_2 < \dots$  являются спектром слоя с магнитной стенкой, то последовательность  $\omega_1 < \omega_2 < \dots$  является спектром слоя с электрической стенкой, но не наоборот.

**Пример.** Пусть

$$\omega_0 = 0, \omega_k = \frac{(2k-1)}{2t_3}, k = 1, 2, \dots,$$

То есть данные числа являются резонансными частотами короткозамкнутой однородной линии с временем задержки  $t_3$ , к которым добавлено ещё одно число нуль. Чтобы определить тип нагрузки линии с данным спектром, находим

$$M(\omega) = \omega \prod_{k=1}^{\infty} \left( 1 - \frac{\omega^2 4t_3^2}{(2k-1)^2 \pi^2} \right) = \omega \cos \omega t_3. \quad (23)$$

Следовательно,

$$M'(\omega) = \cos \omega t_3 - \omega t_3 \sin \omega t_3. \quad (24)$$

При  $\omega = \omega_k$   $[M'(\omega_k)]^2 = \frac{\pi^2}{4} (2k-1)^2$ .

Проверим выполнение условий (2.9). Пусть  $m = 1$ . Тогда

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{[M'(\omega_k)]^2} = \frac{4}{\pi^2} \sum_{k=1}^{\infty} \frac{1}{(2k-1)^2} = \frac{1}{2}, \quad \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\omega_k^2}{[M'(\omega_k)]^2} = \infty. \quad (26)$$

Таким образом, числа  $\omega_k$  образуют спектр диэлектрического покрытия с ёмкостной нагрузкой. Если к данной последовательности добавить ещё одно число, отличное от имеющихся, то новый числовой набор будет спектром слоя, нагруженного на лестничную цепь  $C_{H1}, L_{H2}, C_{H3}$ .

### **Выводы.**

В статье Теоретически обоснована возможность моделирования процесса эффективной радиолокации летательных аппаратов с искусственно сниженной ЕПР и новое решение научной проблемы, суть которой заключается в разработке нового принципа получения и использования радиолокационной информации о воздушной цели с искусственно пониженной эффективной площадью отражения на основе резонансной частотно - фазовой взаимосвязи СВЧ электромагнитного поля с кристаллической структурой радиопоглощающего покрытия.

### **Список використаних джерел**

1. В. В. Цветков, В. П. Демин, А. И. Куприянов. Радиоэлектронная борьба. Радио-маскировка и помехозащита. Вузовская книга - 2012.-240 с.
2. Коваль Ю.О., Милютченко І.О., Олейніков А.М., Шокало, В.М., Браїловський В.В., Бзовий Е.Г., Александров В.В. Основи теорії кіл, сигналів та процесів в системах технічного захисту інформації. НТМТ. - Харків.- 2011.- 544 с.
3. Гиллемин Е.А. Синтез пассивных цепей.-М.: Связь,1970.-720с.
4. Пархомей І.Р. Щодо можливості використання концентрованого резонансного електромагнітного поля. /І.Р. Пархомей//Зб. наук. пр. «Труди академії», -: К. НАОУ, 2005р.- №61, с.102-108.
5. Пархомей І.Р. Методи підвищення ефективності локації цілей зі штучно зниженою ефективною площею віддзеркалення. /І.Р. Пархомей// Зб. наук.пр. «Труди академії», -: К. НАОУ, 2005р.-№66, с.83-92.