УДК 623.4:004.2

ПОВЫШЕНИЕ ЭФФЕКТИВНОСТИ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ УСТРОЙСТВ В СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ ОГНЕМ

Н. А. КОВАЛЕВ, инж. (Нац. авиац. ун-т, г. Киев)

Предложен способ аппаратной реализации булевых функций на основе методов и принципов позиционной алгебры логики при проектировании вычислительных устройств, входящих в системы управления огнем. Показано, что подобные аппаратные решения существенно превосходят традиционные способы реализации булевых функций по ряду важных показателей из-за большого количества переменных. Их использование позволяет повысить основные технико-экономические характеристики вычислительных устройств в составе систем управления огнем.

Запропоновано спосіб апаратної реалізації булевих функцій на основі методів і принципів позиційної алгебри логіки при проектуванні обчислювальних пристроїв, що входять до систем керування вогнем. Показано, що подібні апаратні розв'язання суттєво переважають традиційні способи реалізації булевих функцій через велику кількість змінних з ряду важливих показників. Їх використання дозволяє підвищити основні техніко-економічні характеристики обчислювальних засобів, до складу яких входять системи керування вогнем.

The method for hardware implementation of Boolean functions on basis of the methods and principles of the position logic algebra is suggested for designing computational devices that are parts of the fire control system. It is shown that such hardware solutions significantly exceed traditional methods of the Boolean functions implementation in regard to a number of important parameters because of a big number of the variables. Their application allows improving main technical-economic characteristics of computational devices in composition of the fire control systems.

Современные и перспективные военные системы управления реального времени, в частности, системы управления огнем, предполагают значительное расширение и усложнение логических вычислений при решении задач распознавания образов, криптографии, искусственного интеллекта и т. п. Следовательно, проектирование вычислительных средств, входящих в состав таких систем управления, невозможно без интенсивного применения алгебры логики. Поэтому весьма перспективным является создание альтернативных направлений в исследовании и реализации булевых функций (БФ), одно из которых представляет активно развивающаяся в последнее время позиционная алгебра логики (ПАЛ). Она включает систему принципов и методов, позволяющих с линейной сложностью представлять и вычислять БФ посредством эквивалентных преобразований и позиционных операторов [1–3]. Однако до сих пор исследования в рамках ПАЛ в основном носили теоретический характер: решение сложных систем логических уравнений, определение соотношений NP- и P-полных классов задач, выполнимость сложных логических выражений и т. д. Проблемы внедрения средств ПАЛ при создании цифровых устройств исследованы недостаточно [4, 5].

Покажем, что методы и принципы ПАЛ позволяют создавать универсальные, относительно простые, эффективные аппаратурные реализации БФ, превосходящие традиционные способы их реализации по ряду важных показателей. При этом использование подобных решений в вычислительных устройствах систем управления огнем может улучшить их основные технико-экономические характеристики.

Основные положения. В ПАЛ содержание символа в записи БФ зависит от его обозначения и позиции, что в некотором роде аналогично представлению чисел в позиционных системах счисления. Если $X_n = (x_1, \ldots, x_n)$ и

© Н. А. КОВАЛЕВ, 2009

$Y_n = (y_1, \ldots, y_n)$ — произвольные двоичные наборы длины n, то процесс вычисления БФ $z = f(X_n)$ от n переменных рассматривается как [1]

$$z = S(Q(X_n)),$$

где Q — эквивалентное преобразование, являющееся биекцией множества всех двоичных наборов на себя: $Q{:}X_n \to Y_n$; S — позиционный оператор: $S{:}Y_n \to z$.

При этом из множества эквивалентных преобразований (α-, β-, γ-, μ-, i-инвертирования; τ-перестановки; Δ-, λ-, Θ-, ω-преобразования) наибольший интерес представляют λ-преобразования. Они составляют полную систему преобразований (через них может быть выражено любое эквивалентное преобразование) и имеют простые формальные определения, сводящиеся к выполнению операции

$$Y_n = X_n \oplus k, \qquad (1)$$

где $k = (k_1, \ldots, k_n)$ — двоичный код параметра k-преобразования.

Можно выделить следующие виды эквивалентного λ-преобразования:

1) однопараметрическое преобразование λ_k: операция (1) выполняется на любых наборах аргументов X_n;

2) двухпараметрическое преобразование λ_k^ω: операция (1) выполняется, если сумма цифр X_n, соответствующих нулевым цифрам параметра k, равна параметру ω;

3) трехпараметрическое преобразование $\lambda_k^{\omega,r}$: операция (1) выполняется в тех случаях, когда сумма цифр X_n, соответствующих единичным цифрам числа $(\overline{k} \cap r)$, равна параметру ω.

Простой позиционный S оператор S_j^n является вектором $(s_0, \ldots, s_n)$, представляющим собой двоичный код числа j, действие которого на набор Y_n определяется как [2]

$$S_j^n(Y_n) = s_i, \quad i = \sum_{r=1}^{n} y_r.$$

Известные логические операции для двух переменных могут быть записаны посредством простых позиционных S операторов следующим образом:

$$\cap \equiv S_4^2(X_2) = (001),$$

$$\cup \equiv S_6^2(X_2) = (011),$$

$$\oplus \equiv S_2^2(X_2) = (010),$$

$$\downarrow \equiv S_1^2(X_2) = (100),$$

$$/ \equiv S_3^2(X_2) = (110),$$

$$\sim \equiv S_5^2(X_2) = (101).$$

Уровнем БФ называют количество ее единичных значений на всех наборах аргументов X_n. Тогда представление БФ сводится к подбору позиционного S оператора, обеспечивающего получение наиболее сходной с ней БФ такого же уровня (БФ прототипа), и λ-преобразования, производящего необходимые перестановки входных наборов аргументов X_n, по которым эти БФ различаются.

Рассмотрим пример такого представления для некоторой БФ $f(X_3)$ от трех переменных (таблица).

Задание БФ на основе принципов ПАЛ

Номер набора аргумента X_3	Набор аргументов X_3	$f(X_3)$	БФ прототип
0	000	0	0
1	001	0	0
2	010	0	0
3	011	1	1
4	100	0	0
5	101	1	1
6	**110**	**0**	**1**
7	**111**	**1**	**0**

Видно, что эти БФ отличаются своими значениями на наборах с номерами 6 и 7 (в таблице выделены). Поэтому для получения исходной БФ необходимо в БФ прототипе осуществить перестановку этих входных наборов, для чего можно применить двухпараметрическое преобразование λ_1^2. Тогда окончательно можно записать $f(X_3) = \lambda_1^2 S_4^3$. Очевидна компактность записи и простота восстановления БФ по ней.

Аппаратная реализация. Из приведенного выше следует, что в рамках ПАЛ возможно создание комбинационных схем (КС), реализующих по рассмотренному методу представления практически любую БФ. Разработан способ построения подобных КС, вычисляющих БФ с помощью произвольного λ-преобразования и простого позиционного S оператора:

$$z = \lambda_k^{r,w} S_j^n(X_n). \qquad (2)$$

Возможная архитектура таких КС приведена на рис. 1 в обозначениях САПР Altera Quartus II. На ее вход должны подаваться следующие значения:

1) n-разрядный входной набор аргументов X_n;

2) $(n + 1)$-разрядный вектор j позиционного S оператора;

3) n-разрядные параметры k, r и $(n + 1)$-разрядный параметр ω λ-преобразования;

4) сигнал управления видом λ-преобразования («Control»), в зависимости от значения которого имеем:

– «0»: если $k \neq 0$, то над входным набором X_n производится однопараметрическое λ-преобразование, иначе — преобразование отсутствует, т. е. $Y_n = X_n$;

– «1»: если $r = 2^n - 1$, то над входным набором X_n выполняется двухпараметрическое λ-преобразование, иначе — трехпараметрическое.

Разработанную КС можно условно разделить на такие комбинационные подсхемы (на рис. 1 обведены штриховыми линиями):

1) блок λ-преобразования, в котором группа *1* элементов И служит для формирования значения $(\overline{k} \cap r \cap X_n)$ с учетом вида λ-преобразования. Если это значение содержит i единиц $(i = \overline{0,n})$, то на i-м выходе логической схемы *2* появляется единица. Если полученный таким образом двоичный код совпадает с параметром ω λ-преобразования (для сравнения служит компаратор *3*), то группа *4* элементов И «пропускает» входной набор аргументов X_n для выполнения операции (1) на группе *5* элементов ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ совместно с параметром k λ-преобразования. При нулевом значении сигнала «Control» этот «пропуск» имеет место всегда (случаи однопараметрического λ-преобразования или отсутствие преобразования). В результате на выходе блока формируется набор Y_n;

2) блок S оператора. Аналогично логической схеме *2* схема *6* задает единичное значение на своем выходе соответственно количеству единиц в коде Y_n. Это значение совместно с вектором j позиционного оператора S с помощью группы *7* элементов И и элемента *8* ИЛИ формирует значение БФ z.

Определим аппаратную сложность данной КС по количеству двухвходовых логических

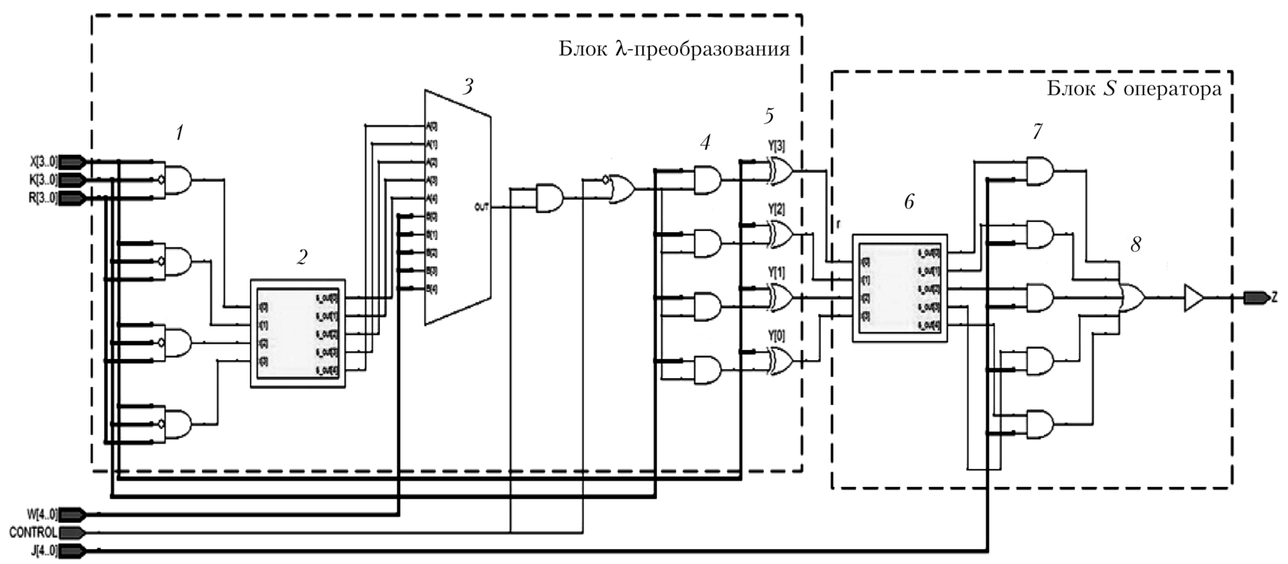

Рис. 1. Комбинационная схема для реализации БФ от четырех переменных методами ПАЛ

элементов, формирующих основные ее составляющие: для групп *1*, *4* и *7* элементов И — $(4n + 1)$; для логических схем *2* и *6* — $(3n^2 + n - 8)$; для компаратора 3 — $(4n + 3)$; для группы *5* элементов ИСКЛЮЧАЮЩЕЕ ИЛИ — $(3n)$; для элемента *8* ИЛИ — n. Суммируя эти значения, получаем показатель аппаратной сложности всей КС

$$L(n,2)_{\text{ПАЛ}} = 3n^2 + 13n - 4, \tag{3}$$

небольшой порядок которого $(O(3n^2))$ свидетельствует об относительной простоте схемы.

В основе разработанной КС лежит представление (2) с использованием простого позиционного оператора, который в общем случае не может генерировать БФ от n переменных любого уровня. Поэтому данная КС способна вычислять значительную часть БФ, но не все из них. Для оценки универсальности разработанной КС, определяемой отношением количества реализуемых с помощью нее БФ к их общему количеству (2^{2^n}), получено следующее комбинаторное выражение:

$$\eta_{\text{ПАЛ}} = (2^{2^n} - 1)! \sum_{i=0}^{2^n} \frac{1}{(2^{2^n} - t_i)!}, \tag{4}$$

где $t_i = \sum_{j=0}^{n} s_j C_{2^n}^j$ — уровень БФ, генерируемой позиционным оператором S_i^n; $t_i \in \in \{0,\dots 2^n - 1\}$; $i = \overline{0, 2^{n+1} - 1}$; s_j — j-я двоичная цифра вектора оператора S_i^n; $C_{2^n}^j$ — количество двоичных наборов длины n, содержащих j единиц.

Выбор оптимального традиционного способа. При выборе наиболее оптимального традиционного способа реализации БФ [5, 6] для сравнения с разработанным способом будем учитывать показатели его аппаратной сложности и универсальности. С учетом этого рассмотрим способ вычисления БФ на основе мультиплексора. Следует отметить, что реализации БФ с помощью одноразрядного постоянного запоминающего устройства или дешифратора фактически сводятся к этому способу. При этом мультиплексор с $(n - 1)$ селекторным входом может реализовать любую БФ от n переменных, а для минимальной аппаратной сложности его основу должен составлять дешифратор прямоугольного типа. Исходя из этого, можно определить значения его следующих показателей:

$$L(n,2)_{\text{MUX}} = \begin{cases} 2^{\frac{n-1}{2}}\left(\dfrac{3n-5}{2}\right) + 3(2^n) - 1 & \text{для нечетных } n, \\ 2^{\frac{n}{2}}(n-2) + 3(2^n) - 1 & \text{для четных } n, \end{cases} \tag{5}$$

$$\eta_{\text{MUX}} = 1. \tag{6}$$

Вследствие оптимального сочетания показателей K_{MUX} и η_{MUX} этот способ и будем использовать в дальнейшем сравнении.

Сравнительный анализ. Для сравнения способов реализации БФ на основе аппарата ПАЛ и мультиплексора на основании выражений (3)…(6) и экспериментальных исследований построены следующие зависимости от числа n переменных БФ:

1) показатели аппаратной сложности (рис. 2). По сложности аппаратуры разработанный способ при реализации БФ от небольшого количества переменных уступает мультиплексному. Однако при $n > 8$ квадратичный порядок $L(n,2)_{\text{MUX}}$ относительно показательного порядка $L(n,2)_{\text{ПАЛ}}$ приводит к превосходству разработанного способа в разы, а затем и на порядок;

2) показатели универсальности способа реализации БФ на основе аппарата ПАЛ (рис. 3). Сложная комбинаторная зависи-

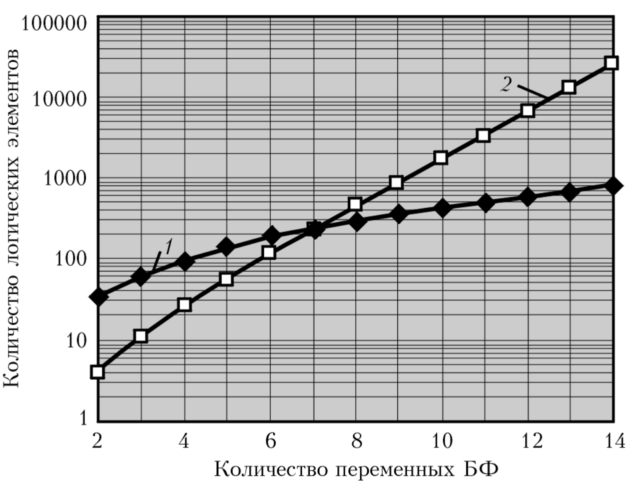

Рис. 2. Показатель аппаратной сложности на основе методов ПАЛ (*1*) и мультиплексора (*2*)

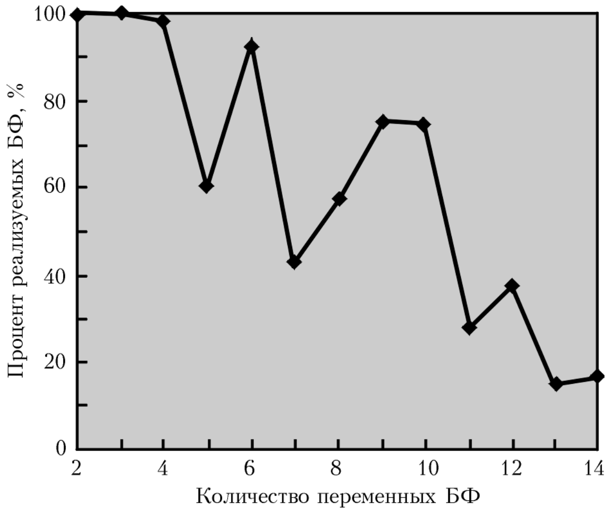

Рис. 3. Процент реализуемых БФ

мость (4) вызывает чередующееся возрастание и убывание показателя с постепенным его уменьшением. Однако следует заметить, что, во-первых, в основе способа лежит одно из наиболее простых представлений БФ на основе принципов ПАЛ. Во-вторых, уменьшение универсальности наблюдается при больших значениях n, когда более важна экономия аппаратуры;

3) комбинированный показатель информационно-аппаратной эффективности разработанного способа реализации БФ (рис. 4). Допустим, что показатели аппаратной сложности и универсальности имеют одинаковый вес в оценке сравниваемых способов. Тогда можно предложить некоторую комбинированную оценку для сравнения рассматриваемых способов друг относительно друга:

$$E = \frac{\eta_{\text{ПАЛ}} K_{\text{MUX}}}{\eta_{\text{MUX}} K_{\text{ПАЛ}}},$$

которая показывает, во сколько раз разработанный способ реализации БФ эффективнее мультиплексного способа по сочетанию показателей сложности и универсальности (на рис. 4 зона его неэффективности заштрихована). Значительное преимущество способа на основе ПАЛ по показателю аппаратной сложности при $n > 8$ с большим запасом компенсирует некритичное уменьшение его показателя универсальности. Поэтому использование методов ПАЛ особенно эффективно для аппаратной реализации БФ более, чем от восьми переменных;

4) ресурсоемкость (рис. 5) и энергопотребление сравниваемых КС (рис. 6), реализованных на основе современной элементной базы. Для этого использовали микросхему FPGA (Field Programmable Gate Array) Cyclone II, систему автоматизированного проектирования Quartus II фирмы «Altera» и «Modelsim» фирмы «Mentor Graphics». Описание КС выполняли на языке VHDL. Вследствие существенного преимущества разработанного способа по показателю аппаратной сложности при $n > 8$ соответствующая КС отличается мно-

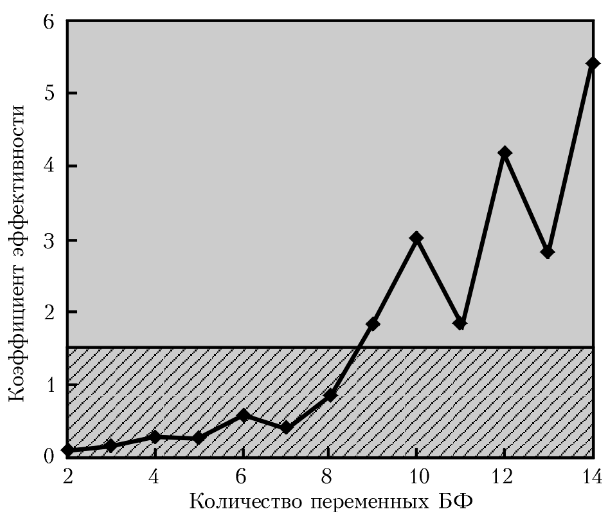

Рис. 4. Комбинированная оценка эффективности способа на основе ПАЛ

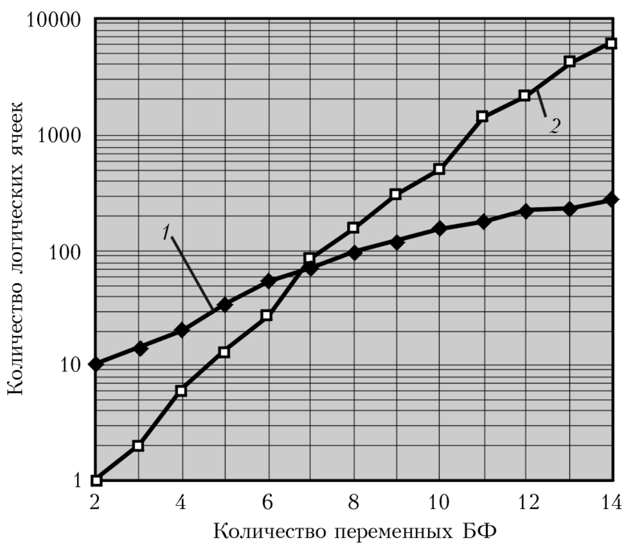

Рис. 5. Ресурсоемкость сравниваемых КС, реализованных на базе FPGA, на основе методов ПАЛ (*1*) и мультиплексора (*2*)

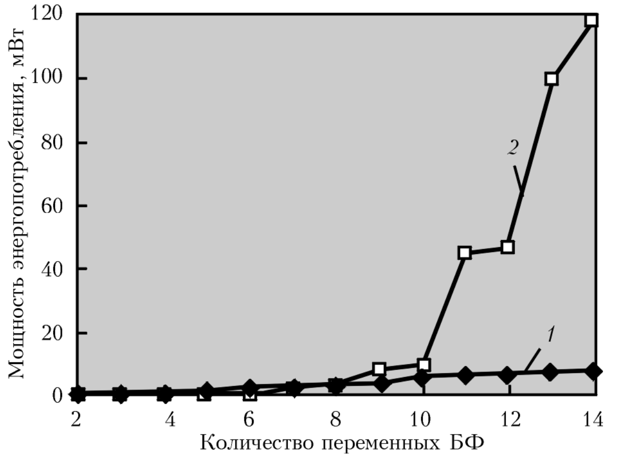

Рис. 6. Мощность энергопотребления сравниваемых КС, реализованных на базе FPGA, на основе методов ПАЛ (*1*) и мультиплексора (*2*)

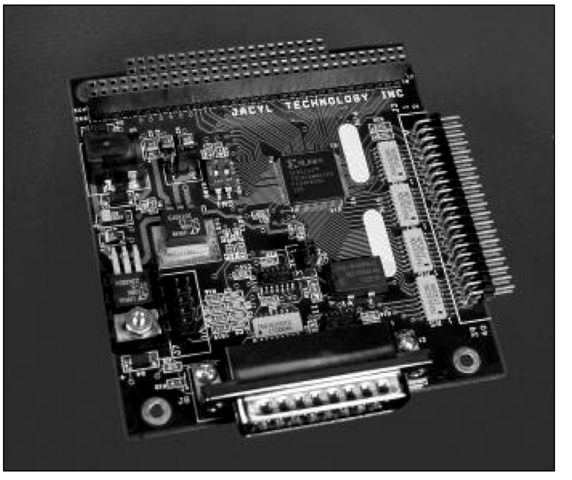

Рис. 7. Плата формата PC/104 PR-3200 фирмы «Jacyl Technology» на базе CPLD XC95144 фирмы «Xilinx»

гократно меньшими ресурсоемкостью, энергопотреблением, а следовательно, и надежностью по сравнению с КС на основе мультиплексора.

Высокие показатели синтезированной КС в интегральном исполнении при ее значительной универсальности свидетельствуют о возможности построения на основе методов ПАЛ некоторого логического процессора на базе низкобюджетных встраиваемых промышленных или военных платформ. Примером такой платформы является плата формата PC/104 PR-3200 фирмы «Jacyl Technology» (рис. 7). Ядро платы составляет программируемая логическая интегральная схема типа CPLD (Complex Programmable Logic Device) XC95144 фирмы «Xilinx», вмещающая небольшое количество логических ресурсов. Периферия представлена параллельным интерфейсом Centronics DB-25, отладочным портом IEEE 1149.1 JTAG, многочисленными программируемыми линиями ввода-вывода и разнообразными индикаторами.

Заключение. Проведенные исследования показывают, что даже одно из простых представлений БФ посредством аппарата ПАЛ позволяет синтезировать КС, успешно конкурирующие с традиционными аппаратными реализациями БФ. Значительное преимущество разработанного способа по показателям сложности оборудования и ресурсоемкости имеет место при реализации БФ от большого количества переменных, что характерно для сложных логических вычислений. Проводить такие вычисления предлагается с помощью логического процессора, разработанного на основе методов ПАЛ. Существенно более компактное размещение такого процессора по сравнению с традиционными реализациями БФ внутри микросхем сэкономит их ресурсы для эффективного размещения других вычислительных и управляющих блоков. Это повысит надежность и быстродействие, а также снизит массогабаритные характеристики, стоимость и сложность разработки вычислительных устройств, входящих в состав систем управления огнем.

1. *Тельпиз М. И.* Позиционные принципы представления функции алгебры логики / АН СССР. Научный совет по комплексной проблеме «Кибернетика». — Препр. — М., 1984. — 75 с.
2. *Тельпиз М. И.* Позиционные операторы и преобразования в алгебре логики / АН СССР. Научный совет по комплексной проблеме «Кибернетика». — Препр. — М., 1985. — 60 с.
3. *Тельпиз М. И.* Принцип позиционности для счисления и исчисления функций. — М.: ИКИ РАН, 2001. — 457 с.
4. *Щербанский Л. М.* Заметки по позиционной алгебре логики // Электронный научный семинар. Междисциплинарное научное общение на русском языке. Интернет-сайт www.elektron2000.com. — 2005.
5. *Тельпиз М. И., Демидчик С. М., Щербанский Л. М.* Принцип позиционности в трехзначной алгебре логики / АН СССР. Институт космических исследований. — Препр. — М., 1988. — 20 с.
6. *Самофалов К. Г., Корнейчук В. И., Тарасенко В. П.* Цифровые ЭВМ. — Киев: Выща шк., 1989. — 424 с.
7. *Самофалов К. Г., Романкевич А. М., Валуйский В. Н. и др.* Прикладная теория цифровых автоматов. — Киев: Выща шк., 1987. — 375 с.