

## МАТЕМАТИЧНА ФОРМАЛІЗАЦІЯ ПОВЕДІНКИ СУБ'ЄКТІВ СКЛАДСЬКОЇ СИСТЕМИ В УМОВАХ НЕВИЗНАЧЕНОСТІ

Є.В. Нагорний, професор, д.т.н.,  
Н. Ю. Шраменко, доцент, к.т.н., ХНАДУ

*Анотація.* Запропоновано математичну формалізацію поведінки суб'єктів складської системи в умовах невизначеності, що обумовлює раціональне використання складських ресурсів і забезпечує скорочення часу простою автомобілів під навантаженням.

*Ключові слова:* оптимальне планування, складська система, вантажопотік, вантажний термінал.

### Вступ

При організації безперервного транспортного процесу особливу увагу варто приділяти термінальним системам. Оперативне планування й раціональна організація роботи термінальних систем дозволить уникнути міжопераційних простоїв і підвищити ефективність усього процесу доставки вантажів.

Основним підрозділом терміналу виступає складський комплекс, який вимагає врахування виробничих потужностей та їх резерву, а також прийняття рішень в умовах невизначеності.

### Аналіз публікацій

У літературі організація роботи термінальних систем розглядається з погляду оптимізації параметрів окремих елементів, виходячи із планованого вантажопотоку [1]. У реальних умовах роботи складів не завжди представляється можливим реалізувати оптимальну продуктивність складів, а виникає необхідність прийняття рішення щодо розподілу вантажно-розвантажувальних робіт, орієнтуючись на існуючі резерви й можливості. При цьому вся система в цілому прагне до ефективного функціонування. У цьому випадку доцільне застосування ігрового підходу при прийнятті рішень різними суб'єктами транспортного процесу [2, 3]. Однак слід брати до уваги, що ігри трьох та більше гравців менш досліджені в зв'язку з наявністю

принципових труднощів та технічних можливостей отримання рішення [4].

### Мета та постановка задачі

Метою публікації є математична формалізація поведінки суб'єктів складської системи в умовах невизначеності.

### Розподіл обсягу роботи між складами термінала

Як система розглядається вантажоутворюючий пункт, елементами якого виступають окремі склади. Суб'єктами складської системи виступають оператори складів.

Для раціонального розподілу рухомого складу між пунктами навантаження-розвантаження може бути використаний ігровий підхід із застосуванням некоаліційних ігор, в основу яких покладене визначення рівноважного стану системи, що моделюється (рішення Неша). Для забезпечення збіжності системи в рівноважну точку елементи системи повинні визначити напрямок і «рухатися до рівноважної точки» (з метою збільшення «виграшу») малими кроками.

Застосування цього підходу дозволить підвищити зацікавленість всіх учасників системи в раціональній організації роботи складу й дозволить оптимально використовувати складські ресурси (площу, механізми), тобто

підвищить ефективність функціонування складської системи.

На великих вантажоутворюючих пунктах (терміналах, регіональних розподільних складах, вантажних комплексах) автомобілі, що прибувають під навантаження-розвантаження, розподіляються диспетчером (оператором) по окремих ідентичних складах, що мають різну продуктивність.

Оскільки автомобілі мають різну вантажопідйомність, то доцільно розподілити обсяг вантажно-розвантажувальних робіт для кожного зі складів, виражений у тоннах за планований період часу (зміну, добу й т.ін.), з огляду на перероблювальну здатність складів і забезпечивши швидке обслуговування автомобілів.

Всі суб'єкти системи (оператори окремих складів) повинні оперативної й найбільш повно та об'єктивно надати інформацію про продуктивність складських ділянок на поточний момент часу, враховуючи резерви складських площ і механізмів.

Особливості функціонування розглянутої системи:

- загальний обсяг навантажувально-розвантажувальних робіт заздалегідь відомий диспетчерові, виходячи із наявних замовлень вантажовласників і перевізників;
- автомобілі рівномірно надходять на склад під навантаження;
- перероблювальна здатність всієї системи дозволяє задовольнити всі наявні замовлення від вантажовласників;
- перероблювальна здатність кожного окремого складу диспетчерові відомі лише приблизно й вимагають уточнення операторами складів;
- оператори складів реально оцінюють ситуацію на складі, прагнучи не перебільшити й не занизити оцінку;
- штраф за невиконання складом завдання навантаження-розвантаження безмежний, тобто завдання, що надане диспетчером, повинне бути повністю виконано.

Суб'єкти системи повідомляють диспетчеру найбільш імовірний інтервал зміни продуктивності  $[Q_i^{\min}; Q_i^{\max}]$ . Первісний розподіл обсягу навантаження між складами може бути виконаний за значенням середини цього інтервалу, надалі протягом періоду  $T$  це значення може мінятися із дрібним кроком за заявкою оператора складу, а обсяги навантаження перерозподіляються. Якщо сумарна продуктивність складів менша, ніж потрібна для заданого обсягу заявок, то в роботу системи вводиться додаткове обладнання.

Таким чином, виходячи з описаних умов, сумарний час простою автомобілів під навантаженням на  $i$ -му складі

$$T_i = \frac{m_i^2}{2Q_i g \gamma}, \quad (1)$$

де  $m_i$  – кількість вантажу, що планується до навантаження-вивантаження на  $i$ -му складі за зміну, т;  $Q_i$  – оцінка продуктивності складу його оператором, т/год;  $g$  – середня вантажопідйомність автомобіля, т;  $\gamma$  – коефіцієнт використання вантажопідйомності автомобіля.

$$m_i = \frac{M}{\sum_{i=1}^f Q_i} Q_i, \quad (2)$$

де  $M$  – планований обсяг навантаження-розвантаження вантажу на терміналі, т.

Витрати, пов'язані із простоем автомобілів під вантажними операціями на  $i$ -ому складі

$$Z_i = C_{\text{пр}} \frac{m_i^2}{2Q_i g \gamma}, \quad (3)$$

де  $C_{\text{пр}}$  – вартість простою автомобіля під навантаженням, грн./год.

Кожний склад оснащений певною кількістю навантажувальних механізмів. Для ефективного функціонування системи необхідно також раціонально використовувати складські ресурси. Тобто при наявності на складі резерву навантажувальних механізмів необхідно організувати роботу з навантаження так, щоб використовувати оптимальну їхню кількість. Так, витрати, пов'язані з роботою навантажувально-розвантажувальних механізмів

$$Z_{\text{НРМ}i} = \frac{m_i}{Q_i} \sum_{j=1}^n C_{\text{НРМ}j} Z_{ij}, \quad (4)$$

де  $C_{\text{НРМ}j}$  – вартість 1 години роботи вантажно-розвантажувального механізму (НРМ)  $j$ -го типу;  $Z_{ij}$  – кількість НРМ  $j$ -го типу на  $i$ -му складі.

З метою урахування стану технічного оснащення складів (продуктивність навантажувальних механізмів) при формуванні преміального фонду пропонується ввести коефіцієнт  $\tau$

$$\tau = \frac{\bar{W}_{\min}}{\bar{W}_i}, \quad (5)$$

де  $\bar{W}_{\min}$ ,  $\bar{W}_i$  – середня продуктивність навантажувальних механізмів на складах з найменшою продуктивністю навантажувачів і продуктивністю навантажувачів  $i$ -го складу відповідно.

Отже, критерієм ефективності роботи  $i$ -го складу виступає його можливий прибуток, а критерієм ефективності функціонування всієї складської системи є сумарні витрати, пов'язані з простоем автомобілів під вантажними операціями та з роботою навантажувально-розвантажувальних механізмів на окремих складах.

Доход  $i$ -го складу за умови виконання навантажувально-розвантажувальних робіт обсягом  $m_i$

$$D_i = \delta \tau m_i, \quad (6)$$

де  $\delta$  – ставка плати за вивантаження 1 т вантажу, грн/т.

Витрати  $i$ -го складу при виконанні навантажувально-розвантажувальних робіт обсягом  $m_i$

$$B_i = C_{\text{пр}} \frac{m_i^2}{2Q_i g \gamma} + \frac{m_i}{Q_i} \sum_{j=1}^n C_{\text{НРМ}j} Z_{ij}. \quad (7)$$

Ефективність роботи  $i$ -го складу

$$R_i = \delta \tau m_i - \left( C_{\text{пр}} \frac{m_i^2}{2Q_i g \gamma} + \frac{m_i}{Q_i} \sum_{j=1}^n C_{\text{НРМ}j} Z_{ij} \right) \rightarrow \max, \quad (8)$$

де  $R_i$  – можливий прибуток  $i$ -го складу, грн.

Як витрати можуть бути розглянуті витрати, пов'язані зі зберіганням вантажу, а також витрати на виконання навантажувально-розвантажувальних робіт.

Зону ефективності роботи  $i$ -го складу можна відобразити графічно (рис. 1).

При цьому максимально можливий прибуток  $i$ -го складу може бути визначено графоаналітичним способом. Для цього до параболи, що описується функцією  $B_i$ , проводиться дотична CD, паралельна прямій, що описується функцією  $D_i = \delta \tau m_i \cdot C$  – точка дотику. Координати точки C знаходяться, виходячи з умови рівності похідних функцій в цій точці. Максимальний прибуток  $i$ -ого складу відповідає довжині відрізка AC.

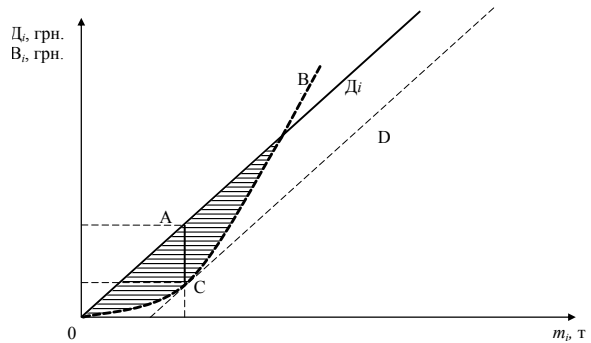


Рис. 1. Графік визначення максимального прибутку  $i$ -го складу

Ефективність роботи системи в цілому

$$R_{\text{сист}} = \sum_{i=1}^f \left( C_{\text{пр}} \frac{m_i^2}{2Q_i g \gamma} + \frac{m_i}{Q_i} \sum_{j=1}^n C_{\text{НРМ}j} Z_{ij} \right) \rightarrow \min \quad (9)$$

Обмеження

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^f m_i = M \\ M \leq \sum_{i=1}^f Q_i, \\ \frac{m_i}{Q_i} \leq T_{\text{см}} \end{cases} \quad (10)$$

де  $T_{\text{см}}$  – тривалість зміни, год.

Такого типу задачі можна віднести до неперервних ігор, які мають рішення, однак не розроблено прийнятних математичних методів їх знаходження. Тому пропонується приймати рішення щодо розподілу обсягу навантажувально-розвантажувальних робіт між складами в процесі практичного застосування отриманої моделі.

### **Висновки**

Таким чином, для підвищення ефективності роботи складської системи застосований ігровий підхід, що дозволяє ефективно приймати рішення в умовах невизначеності й може застосовуватися як при плануванні роботи складів, так і для навчання співробітників. Запропонована математична формалізація поведінки суб'єктів складської системи враховує потужність технічного оснащення складів, наявність резервів, обумовлює раціональне використання складських ресурсів і забезпечує скорочення часу простою автомобілів під навантаженням.

### **Література**

1. Беляев В.М. Терминальные системы перевезень вантажів автомобільним транспортом. – М.: Транспорт, 1987. – 287 с.
2. Воркут А. И. и др. Транспортное обслуживание торгово-оптовых баз. – К.: Техніка, 1985. – 112 с.
3. Смехов А.А. Маркетинговые модели транспортного рынка. – М.: Транспорт, 1998. – 120 с.
4. Таха Х. А. Введение в исследование операций, 7-е изд.: Пер. с англ. – М.: Изд. Дом «Вильямс», 2005. – 912 с.

Рецензент: А.Н. Котенко, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 14 листопада 2007 р.