УДК 625.768.5

ДИНАМІЧНЕ РУЙНУВАННЯ ЛЬОДОВОЇ ПОВЕРХНІ ДОРІГ АКТИВНИМ РОБОЧИМ ОРГАНОМ

М.В. Голотюк, асистент,
Національний університет водного господарства та природокористування, м. Рівне

Анотація. *Розглянута проблема динамічного руйнування льодової поверхні активним робочим органом, що включає систему зубів клинової форми. Запропоновані оптимальні значення параметрів зуба, які забезпечують утворення тріщини нормального відриву з найменшою енергомісткістю та з високою якістю очищення.*

Ключові слова: *тріщина, льодова поверхня, розклинювання, клин, коефіцієнт інтенсивності напруження (КІН), берег тріщини.*

Вступ

У розробленому за участю автора пристрої для руйнування льоду з асфальтових і бетонних покриттів тротуарів і невеликих ділянок доріг вібраційним робочим органом, який складається з системи зубів клинової форми. Для оцінки енергетичних і якісних показників роботи вказаного робочого органа розглянемо умови і особливості динамічної взаємодії одиночного зуба з льодовою поверхнею.

Мета і постановка задачі

Приймемо, що одиночний зуб робочого органа довжиною L (рис. 1) у вигляді жорсткого клина трикутної форми впроваджується у льодову поверхню перпендикулярно до неї з максимальною швидкістю $V_Д$. Тертям нехтуємо, бо маємо гладкий контакт.

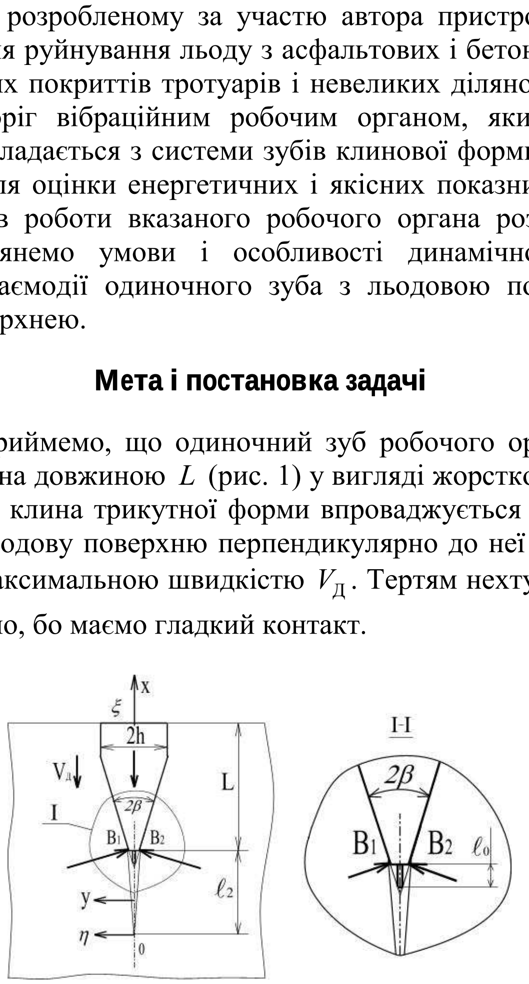

Рис. 1. Схема утворення основної тріщини

На кінці клинового зуба розміщений спеціальний прямокутний ніж постійного перерізу довжиною ℓ_0, який створює початкову тріщину. Необхідність такої тріщини диктується результатами досліджень ряду вчених [1, 2]. Згідно з цим дослідженням дляціленаправленого руйнування крихких матеріалів і зниження енергетичних затрат при утворенні тріщини сколювання перед зубом, необхідно щоб сформувалася штучна початкова тріщина. Цю функцію виконує вказаний ніж. Основна тріщина довжиною ℓ, яка утворюється в результаті занурення зуба конічної форми в льодову поверхню, утворюється в результаті розвитку початкової тріщини і її береги дотикаються в точці О; її положення відносно точок сходу B_1 і B_2 берегів тріщини з клиновою поверхнею зуба наперед невідоме. Позначимо максимальну ширину клина рівну $2h$, кут розходження між його щоками -2β. Припустимо, що швидкість деформації льодової поверхні $V_Д$ менше швидкості розповсюдження хвиль Релея C_R в льодовому масиві.

Результати дослідження

Для вирішення динамічних рівнянь плоскої теорії пружності для цього випадку застосуємо метод комплексних змінних і метод Л.А. Галіна [3, 4, 5]. Щоб врахувати в розрахунках швидкість $V_Д$ замість нерухомої системи координат (x, y) скористаємося рухомою системою (ξ, η), пов'язаною з рухомим клином

$$\xi = x + V_{Д} t ; \quad \eta = y . \tag{1}$$

Сила розклинювання P складається з двох складових: динамічної сили P_1 і сили лобового опору P_2 – рівнодіючої проекції нормальних сил на вісь 0η.

Для складової P_1 отримано залежність

$$P_1 = 2hp_0 \frac{2(1-\mu)\left[\left(1-\frac{1}{2}m^2\right)^2 - \sqrt{1-m^2} \times \times\sqrt{1-\frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}m^2}\right]}{\left[\left(1-\frac{1}{2}m^2\right) - \sqrt{1-m^2} \times \times\sqrt{1-\frac{1-2\mu}{2(1-\mu)}m^2}\right]}, \tag{2}$$

де $p_0 = \dfrac{E}{2(1-\mu^2)}$; $m = \dfrac{V_{Д}}{C_R}$; E – модуль Юнга; μ – коефіцієнт Пуассона.

З формули (2) виходить, що сила P_1 зменшується із зростанням швидкості руху клина, прагне до нуля при підході до критичної швидкості. Вона не залежить від форми і повністю визначається товщиною клина, швидкістю $V_{Д}$ і пружними характеристиками льоду E і μ.

Залежність зміни $P_1^* = \dfrac{P_1}{2hp_0}$ від m при μ =0,35, E =1,1·10^9 Н/м^2 представлена на рис. 2.

Лобовий опір P_2 визначається за співвідношенням

$$P_2 = 2\int_{\ell}^{L} (\sigma_\eta)_{\eta=0} \cdot f'(\xi) d\xi . \tag{3}$$

Враховуючи, що рівняння бічних поверхонь клина рівне

$$f(\xi) = \pm tg\beta \cdot \xi , \tag{4}$$

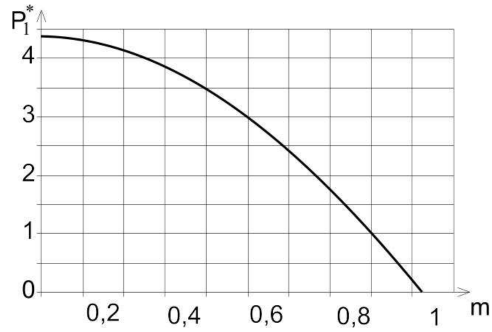

Рис. 2. Графік зміни сили P_1^* від m

а розподіл нормальних напружень на бічних поверхнях клина має вигляд

$$(\sigma_\eta)_{\eta=0} = \frac{C_0}{\pi \xi^{\frac{1}{2}} (\xi - \ell)^{\frac{1}{2}}}, \tag{5}$$

де $C_0 = ph$; $\ell = \dfrac{p^2 h^2}{K_{IC}^2}$;

$$p = \frac{2E}{(1+\mu)m^2 \sqrt{1-\frac{1-2\mu}{2-2\mu}m^2}} \times \left[\sqrt{(1-m^2)\left(1-\frac{1-2\mu}{2-2\mu}m^2\right)} - \left(1-\frac{1}{2}m^2\right)^2\right], \tag{6}$$

отримаємо

$$P_2 = \frac{2tg\beta \cdot ph}{\pi} \int_{\ell}^{L} \frac{d\xi}{\xi^{\frac{1}{2}} (\xi - \ell)^{\frac{1}{2}}} = \frac{tg\beta \cdot ph}{\pi} \ln\left(\frac{\sqrt{L-\ell_2} + \sqrt{L}}{\sqrt{\ell_2}}\right), \tag{7}$$

Введемо заміну $\psi(\ell_2) = \ln\left(\dfrac{\sqrt{L-\ell_2} + \sqrt{L}}{\sqrt{\ell_2}}\right)$.

На рис. 2 побудовано залежність функції $P_2^* = \dfrac{P_2}{ph}$ від β, при різних значеннях функції $\psi(\ell_2)$.

Якщо позначити товщину оброблюваної льодової поверхні H_0, то при повному її розклинюванні зубом повинно виконуватися співвідношення

$$\ell_2 = H_0 - L \tag{8}$$

або

$$\frac{p^2 h^2}{K_{IC}^2} = H_0 - L. \tag{9}$$

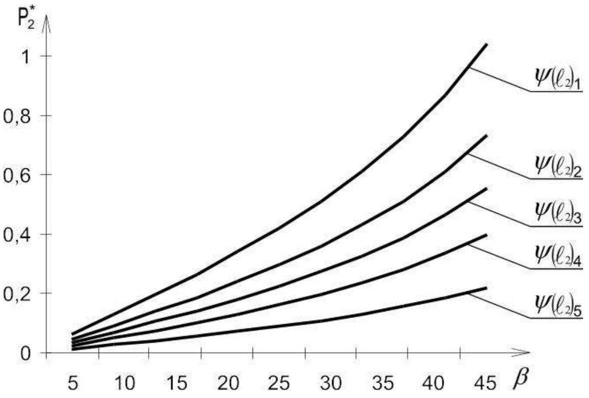

Рис. 3. Залежність функції $P_2^* = \dfrac{P_2}{ph}$ від β, при різних значеннях функції $\psi(\ell_2)$

Звідси знайдемо необхідну ширину клина

$$2h = \frac{2K_{IC}}{p}\sqrt{(H_0 - L)}. \tag{10}$$

Найважливішим чинником, що забезпечує ефективне і малоенергоємне розклинювання льодової поверхні, є забезпечення умов для утворення прямолінійної тріщини, нормальної до вказаної поверхні.

У роботах [6, 7] встановлено, що існує критична швидкість деформації ізотропного крихкого тіла $V_Д^*$, при перевищенні якої тріщина руйнування починає скривлюватися і розгалужуватися. При цьому різко погіршуються умови крихкого руйнування.

$$V_Д^* = m^* \cdot C_R. \tag{11}$$

При руйнуванні льодових покриттів при коефіцієнті Пуассона μ=0,35, C_R=3,0·10^3 м/с маємо $V_Д^*$=2091м/с.

Пристрій для руйнування льоду має значно меншу швидкість, тому викривлення нормальних тріщин руйнування не повинно відбуватися. При зануренні конічного зуба робочого органа по нормалі до льодової поверхні в результаті її розклинювання відбувається додатковий розвиток тріщини в горизонтальному напрямку. Закон зміни довжини L_0 вільної зрівноваженої тріщини встановлений І.А. Маркузоном [8].

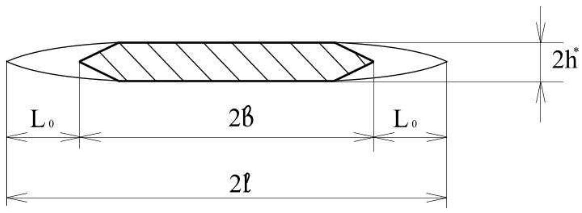

Рис. 4. Розрахункова схема зміни довжини тріщини

І.А. Маркузоном отримано умову, яка встановлює зв'язок між усіма розрахунковими параметрами

$$\frac{2Eh^*}{(1+\mu)(\chi+1)F(\kappa)\sqrt{\ell^2 - b^2}} = \frac{K_{IC}}{\sqrt{\pi\ell}}, \tag{12}$$

де $F(\kappa)$ – повний еліптичний інтеграл першого роду з модулем $\kappa = \dfrac{\sqrt{\ell^2 - в^2}}{\ell}$ при умові ($в < \ell$). В результаті граничного переходу із співвідношення (12) отримано шукану залежність для $L_0 = \ell - в$. При підстановці відповідних значень знаходимо величину L_0=0,0225 м. Зі збільшенням параметра h^* розмір тріщини збільшується, максимальне збільшення $L_{0\max}$ має місце при повному зануренні. Ця обставина сприяє додатковому руйнуванню льодової поверхні.

Очевидно, що мінімальну відстань між двома рядами зубів в робочому органі пристрою для руйнування льоду слідує прийняти рівною $2L_0$.

Фактичну відстань (мінімальну) слідує вибирати з урахуванням додаткового розклинювання льодової поверхні L^* при поступовому русі пристрою, тобто величина між зубової відстані повинна бути рівна $2L_0 + L^*$.

При роботі пристрою для руйнування льоду процес розклинювання льодової поверхні нормальними тріщинами руйнування слід розділити на дві стадії: перша – розвиток тріщини в однорідному льодовому масиві; друга – оцінка напружень у вершині тріщини, коли вона виходить на межі розділу двох середовищ (льоду і асфальтобетону).

Для спрощення розрахунків в обох випадках будемо розглядати тріщини, навантажені по берегах однаковими зосередженими силами. Перший випадок. Розглянемо в умовах плоского напруженого стану навантажені півплощини з перпендикулярними до її межі краєвими тріщинами; на берегах тріщини одиничної ширини прикладені самозрівноважені зосереджені сили P. Розрахункову схему наведено на рис. 4.

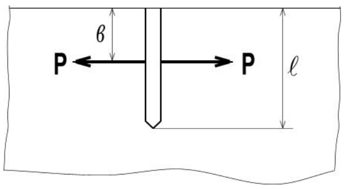

Рис. 5. Схема навантаження тріщини

Наближений вираз для КІН K_I отриманий в роботі Саврук М.П. [9]

$$K_I = \frac{2P\sqrt{\dfrac{C}{2\pi\ell}}}{\sqrt{1-\left(\dfrac{в}{\ell}\right)^c}}. \quad (14)$$

При $в = \dfrac{\ell}{2}$, $$K_I = \frac{2P\sqrt{\dfrac{C}{2\pi\ell}}}{\sqrt{1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^c}}. \quad (15)$$

Вираз для C має вигляд

$$C = \frac{2\pi^2}{(\pi^2-4)}. \quad (16)$$

Точний вираз для K_I отримано в результаті чисельного рішення інтегральних рівнянь в роботі [10].

Для відношення $\dfrac{в}{\ell} = 0,5$ маємо

$$K_I = \frac{2,71P}{\sqrt{\pi\ell}}. \quad (17)$$

Другий випадок. Припустимо, що на лінію з'єднання двох різних середовищ під прямим кутом виходить міжфазна тріщина нормального відриву. Розрахункову схему в декартових і полярних координатах представлено на рис. 5. Модуль зсуву G_1, G_2 і коефіцієнт Пуассона μ_1, μ_2 мають різні значення.

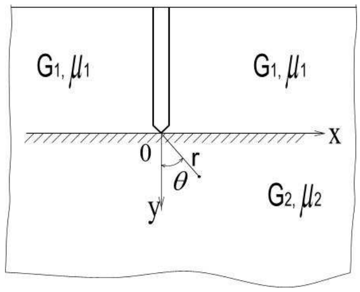

Рис. 6. Схема міжфазної тріщини

Згідно з дослідженнями П.М. Савчука [10] компоненти напруги σ_x, σ_y, τ_{xy} поблизу вершини тріщини представляються у вигляді

$$\sigma = \left[\frac{K_I}{\sqrt{2\pi r^\lambda}}\right] f(\lambda,\theta), \quad (18)$$

де λ – єдиний дійсний корінь характеристичного рівняння

$$2\cos\pi\lambda + 4\gamma_2(\lambda-1)^2 - (\gamma_1+\gamma_2) = 0, \quad (19)$$

який знаходиться в інтервалі (1, 0), тут

$$\gamma_1 = \frac{\chi_1 G_2 - \chi_2 G_1}{G_2 + \chi_2 G_1}; \quad (20)$$

$$\gamma_2 = \frac{G_2 - G_1}{G_1 + \chi_1 G_2}; \quad (21)$$

$$\chi_1 = 3 - 4\mu_1, \quad \chi_2 = 3 - 4\mu_2 .$$

КІН K_I визначається за асимптотичною формулою

$$K_I = \lim_{x\to 0} \sqrt{2\pi} x^\lambda \sigma_x(y,0) \quad (y>0). \quad (22)$$

Значення λ при μ_1=0,35; μ_2=0,30 для відношення $q = \dfrac{G_2}{G_1}$ [7, 11] буде рівне при плоскому напруженому стані λ=0,24 – 0,27 залежно від q. Розрахункову формулу для K_{I} отримано в такому вигляді

$$K_{\text{I}\Phi} = \frac{\sqrt{2\pi}P\left(\frac{\ell}{2}\right)^{\lambda-1} q\left(1+\chi_1\right)\left[\left(2\lambda-1\right)\times \times\left(q+\chi_2\right)+\left(3-2\lambda\right)\left(1+q\chi_1\right)\right]}{2\pi\alpha\sin\pi\lambda+2\beta\left(1-\lambda\right)}, \quad (23)$$

де $\alpha = \left(q+\chi_2\right)\left(1+q\chi_1\right); \beta = -4\left(q+\chi_2\right)\left(1-q\right)$.

Висновки

На основі проведених розрахунків динамічного руйнування льодової поверхні активним робочим органом, що включає систему зубів клинової форми, отримали оптимальні значення параметрів зуба, які забезпечують утворення тріщини нормального відриву з найменшою енергомісткістю та з високою якістю очищення, встановили значення КІН на поверхні льодового покриття та на межі міжфазного переходу та закон зміни довжини L_0 вільної зрівноваженої тріщини.

Література

1. Баренблатт Г.Н., Салганик Р.Л., Черепанов Г.П. О неустановившемся распространении трещин. // Прикл. математика и механика. – 1962. – №3. – С.328 – 334.
2. Hartranft R.I., Sih G.C. Alternating method applied to edge and surface crack problems // Methods of analysis and solution of crack problems. – Leyden: Noordhoff Intern. Publ., 1973. – P. 179 – 238. – (Mechanics of fracture; 1).
3. Галин Л.А. Контактные задачи теории упругости. – М.: Гостехиздат, 1953.
4. Баренблатт Г.Н., Черепанов Г.П. О расклинивании хрупких тел. // Прикл. математика и механіка. – 1960. – №4. – С.667 – 682.
5. Мусхелишвили Н.И. Некоторые основные задачи математической теории упругости. – М.: Наука, 1966. – 707 с.
6. Панасюк В.В. Механика разрушения и прочность материалов: Справ. пособие.– К.: Наук. думка, 1988. – Т.2. Савчук М.П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами. – 620 с.
7. Yoffe E. The moving Griffith crack. Phil. mag. – 1951. – Vol. 42. – №330.
8. Маркузон І.А. О расклинивании хрупкого тела клином конечной длины // Прикл. математика и механика. – 1961. – №2. – С. 356 – 361.
9. Саврук М.П. Двумерные задачи упругости для тел с трещинами. – К.: Наук. думка, 1981. – 324 с .
10. Механика разрушения и прочность материалов,. – К.: Наук. думка. – Т.2. Савчук М.П. Коэффициенты интенсивности напряжений в телах с трещинами, 1988. – 620 с.
11. Cook T.S., Erdogan F. Stresses in bonded materials with a crack perpendicular to the interface // Int. J. Eng. Sci. – 1972, – 10, №8. – P. 667 – 697.

Рецензент: Ф.І. Абрамчук, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 19 грудня 2007 р.