

УДК 625.72

## ОБОБЩЕНИЕ УРАВНЕНИЙ ДВИЖЕНИЯ АВТОМОБИЛЕЙ ДЛЯ РАСЧЕТА СКОРОСТИ СВОБОДНОГО ДВИЖЕНИЯ

Н.В. Смирнова, доц., к.т.н., Д.Н. Леонтьев, доц., к.т.н.,  
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

*Аннотация.* Проанализированы и обобщены основные уравнения движения автомобилей, а также составлен алгоритм их решения для анализа свободного движения в дорожных условиях, определяемых показателями технического уровня дороги и её эксплуатационного состояния. Приведены результаты моделирования.

*Ключевые слова:* автомобильная дорога, режимы движения автомобилей, скорость свободного движения.

## УЗАГАЛЬНЕННЯ РІВНЯНЬ РУХУ АВТОМОБІЛІВ ДЛЯ РОЗРАХУНКУ ШВИДКОСТІ ВІЛЬНОГО РУХУ

Н.В. Смірнова, доц., к.т.н., Д.М. Леонтьєв, доц., к.т.н.,  
Харківський національний автомобільно-дорожній університет

*Анотація.* Проаналізовано та узагальнено основні рівняння руху автомобілів, а також складено алгоритм їх вирішення для аналізу вільного руху у дорожніх умовах, що визначаються показниками технічного рівня дороги та її експлуатаційного стану. Наведено результати моделювання.

*Ключові слова:* автомобільна дорога, режими руху автомобілів, швидкість вільного руху.

## GENERALIZATION OF MOVEMENT EQUATIONS OF VEHICLES FOR CALCULATION OF THE FREE MOTION VELOCITY

N. Smirnova, Assoc. Prof., Ph. D. (Eng.), D. Leontiev, Assoc. Prof., Ph. D. (Eng.),  
Kharkov National Automobile and Highway University

*Abstract.* The basic equations of vehicles motion have been analyzed and summarized; the solving algorithm for the analysis of free movement under road conditions that are defined by the parameters of the roads technical level and its operational state was made up. The results of modeling are given.

*Key words:* highway, modes of vehicles movement, free movement speed.

### Введение

Обоснования проектных решений автомобильных дорог или эксплуатационных мероприятий в течение их срока службы основаны на результатах моделирования движения автомобилей и транспортных потоков с расчетом скорости как при свободном движении, так и в плотных потоках.

Наиболее известны в теории эксплуатации автомобилей [1] следующие режимы движения, которые чаще всего анализируют в решении дорожных задач [2]: тяговый, накат, тормозной, торможение двигателем, комбинированное торможение. Каждый режим характеризуется уравнением движения, решение которого в разных точках дороги, при всех известных составляющих, позволяет найти ускорение (замедление), скорость движения автомобиля и т. п.

### Цель и постановка задачи

Целью статьи является обобщение уравнений движения автомобиля при различных режимах и составление алгоритма их решения для анализа свободного движения в дорожных условиях, определяемых показателями технического уровня (ТУ) дороги и её эксплуатационного состояния (ЭС).

### Анализ публикаций

В статье рассмотрены наиболее известные в настоящее время теоретические основы эксплуатации автомобилей [2, 4, 5] для решения задач дорожной отрасли, в частности, задач проектирования [1], капитального ремонта и реконструкции автомобильных дорог [3, 6].

### Характеристики основных режимов движения автомобилей

Каждый режим движения характеризуется уравнением баланса сил, или, как, еще его принято называть, силовым балансом.

В тяговом режиме движения

$$P_k = P_i + P_f + P_w + P_j, \quad (1)$$

где  $P_k$  – сила тяги на ведущих колесах автомобиля, Н;  $P_i$  – сила сопротивления движению на подъем с уклоном  $i$ , Н;  $P_f$  – сила сопротивления качению, Н;  $P_w$  – сила сопротивления воздушной среде, Н;  $P_j$  – сила инерции, Н.

Для режима движения накатом используем такое же уравнение, как (1), только  $P_k=0$ .

Для тормозного режима движения используем такое же уравнение, как и для наката, только в правой части добавляется тормозная сила  $P_{тк}$ .

Режим «торможение двигателем» описывается тем же уравнением (как и для наката), только в правой части добавляется сила сопротивления двигателя  $P_{тд}$ , вызывающая замедление автомобиля.

При «комбинированном торможении» в правую часть приведенного выше уравнения (используемого также и для описания режима наката) добавляются и сила сопротивления двигателя, и тормозная сила.

Сила тяги и тормозная сила регулируются водителем в зависимости от дорожной обстановки, от значений большинства параметров ТУ дороги, которые устанавливаются в проекте дороги, и показателей ЭС, меняющихся (снижаясь, и возрастая) в процессе всего жизненного цикла дороги.

Суммарную замедляющую силу при комбинированном торможении в различных дорожных условиях движения автомобиля можно выразить зависимостью

$$P_T = P_{тк} + P_{тд} = zG + P_{тд}, \quad (2)$$

где  $z$  – коэффициент торможения автомобиля.

Для двухосного автомобиля значение  $z$  определяется из выражения

$$z = \frac{b \cdot f_1 + a \cdot f_2}{L - h(f_1 - f_2)}, \quad (3)$$

где  $a$  и  $b$  – расположение координаты центра масс относительно передней и задней осей автомобиля соответственно, м;  $h$  – высота расположения центра масс над поверхностью дороги, м;  $L$  – колесная база автомобиля, м;  $f_1$  и  $f_2$  – реализуемые сцепления колес на соответствующей оси автомобиля.

Реализуемые сцепления колес на данной оси зависят от коэффициента трения соответствующей шины о дорожную поверхность и от конструкции шины, а также условий эксплуатации шины.

Коэффициент торможения может изменяться в диапазоне от 0 до 0,9 в зависимости от вида автомобиля и его массо-габаритных параметров. Максимальное значение коэффициента торможения каждого автомобиля определяется сцепными свойствами шина-дорога и координатами расположения центра масс.

При заблокированных колесах реализуемые сцепления равны коэффициенту трения ( $f_1 = f_2 = \varphi$ ).

При проведении исследования авторами принято, что на коротких спусках водитель чаще всего тормозит только колесными тормозами, а на затяжных спусках дополнительно использует торможение двигателем.

Часть параметров дороги, влияющих на режимы движения, постоянны – это параметры ТУ, другие (параметры ЭС, такие как показатели ровности и сцепных свойств) – переменные, и их обосновывают в соответствии с расчетными периодами эксплуатации дороги. В уравнениях режимов движения силы  $P_i$ ,  $P_f$  и  $P_T$  зависят, в первую очередь, от параметров дороги:  $i$  – продольного уклона,  $f$  – коэффициента сопротивления качению,  $\varphi$  – коэффициента трения. Сумма сил  $P_i$  и  $P_f$  – это дорожные сопротивления:  $P_i = G \cdot i$ ,  $P_f = G \cdot f$ . Входящий в эти силы продольный уклон  $i$  (параметр ТУ) практически не меняется со временем (исключение – смягчение уклона при реконструкции), а коэффициент сопротивления качению  $f$  (параметр ЭС проезжей части) зависит от скорости движения автомобиля, конструкции шины, типа покрытия, его ровности, которая снижается со временем, но восстанавливается при текущем и капитальном ремонте проезжей части. Согласно исследованиям А.К. Бируля [3]

$$f = f_c + \alpha \cdot S_p \cdot v^2, \quad (4)$$

где  $f_c$  – коэффициент сопротивления качению при скорости до 20 км/ч;  $\alpha$  – коэффициент жесткости подвески автомобиля;  $S_p$  – показания толчкомера, см/км, характеризующие ровность проезжей части;  $v$  – скорость движения автомобиля.

Коэффициент трения  $\varphi$ , согласно исследованиям А.П. Васильева [2],

$$\varphi = \varphi_{20} - \beta_\varphi (V - 20), \quad (5)$$

где  $\varphi_{20}$  – коэффициент трения при торможении со скорости 20 км/ч;  $\beta_\varphi$  – коэффициенты изменения сцепления в зависимости от скорости;  $V$  – скорость, км/ч.

И коэффициент сопротивления качению при малой скорости  $f_c$ , и коэффициент трения  $\varphi_{20}$  в формулах (4) и (5) назначают в зависимости от типа покрытия проезжей части и времени года.

В любом режиме движения есть ускорение или замедление  $j = dv/dt$ . Поэтому уравнение каждого режима – это дифференциальное уравнение вида

$$dv/dt = a \cdot v^2 + b \cdot v + c, \quad (6)$$

где  $c$  – коэффициент, связанный с продольным уклоном  $i$  и коэффициентом сопротивления качению  $f_c$ ;  $b$  – коэффициент, связанный с силами трения деталей автомобиля;  $a$  – коэффициент, связанный с силой тяги, обтекаемостью автомобиля и потерей энергии на неровностях проезжей части.

#### Алгоритм построения графика скорости свободного движения

Решение уравнения (6) необходимо для построения графика скорости как результата моделирования движения автомобилей при проезде конкретного участка дороги (проектируемого или эксплуатируемого). Несложно проинтегрировать уравнение (6), но результат как зависимость скорости от времени  $t$  малопригоден для построения графика скорости – необходима зависимость скорости не от времени, а от расстояния вдоль дороги. Поэтому решать уравнения движения автомобиля целесообразно по схеме на рис. 1.

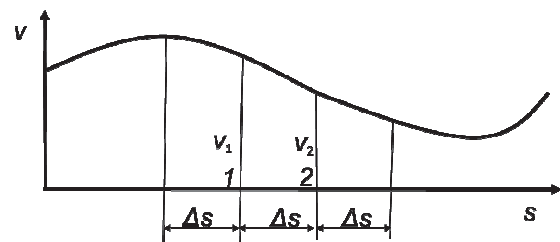


Рис. 1. График скорости

Путь разбит на отрезки длиной  $\Delta s$ . Криволинейные отрезки заменены прямолинейными хордами, в пределах которых ускорения (замедления)  $dv/dt$  – постоянны. При этом дифференциальное уравнение (6) преобразуется в алгебраическое

$$j = a \cdot v^2 + b \cdot v + c \quad (7)$$

с решением

$$v_2 = v_1 + \sqrt{2j \cdot \Delta s}, \quad (8)$$

где  $j$  – средняя величина ускорения (замедления) ( $dv/dt$ ) на участке  $\Delta s$ ;  $v_1$  и  $v_2$  – соответственно скорость в начале и в конце участка  $\Delta s$ .

Среднюю величину ускорения (замедления) вычисляют по формуле (7), в зависимости от параметров дороги и выбранного водителем

режима движения на каждом участке  $\Delta s$ . В соответствии с алгоритмом расчета, показаны на рис. 2, последовательно находят значения  $v_2$  и строят весь график скорости.

Трудность реализации данной схемы осложняется тем, что ускорение (замедление) в формуле (7) зависит от средней скорости  $v$  на участке  $\Delta s$ , которая в начале расчета на каждом участке  $\Delta s$  не известна; известна только скорость  $v_1$ , а скорость  $v_2$  нужно найти. Эта трудность преодолена решением по схеме Эйлера с пересчетом, в которой на первой итерации принимают среднее значение скорости на участке и начальное значение ско-

рости  $v_2$  равным  $v_1$ , а затем уточняют на каждой последующей итерации согласно схеме на рис. 2.

Рассчитанная таким образом, на основе динамических возможностей автомобиля, скорость не должна превышать максимально допустимую по условиям безопасности:  $v_R$  – на кривых,  $v_S$  – на участках с ограниченной видимостью  $S$ ;  $v_{\text{пдд}}$  – скорость, ограниченная правилами дорожного движения.

Пример результатов расчетов скорости свободного движения дан на рис. 3.

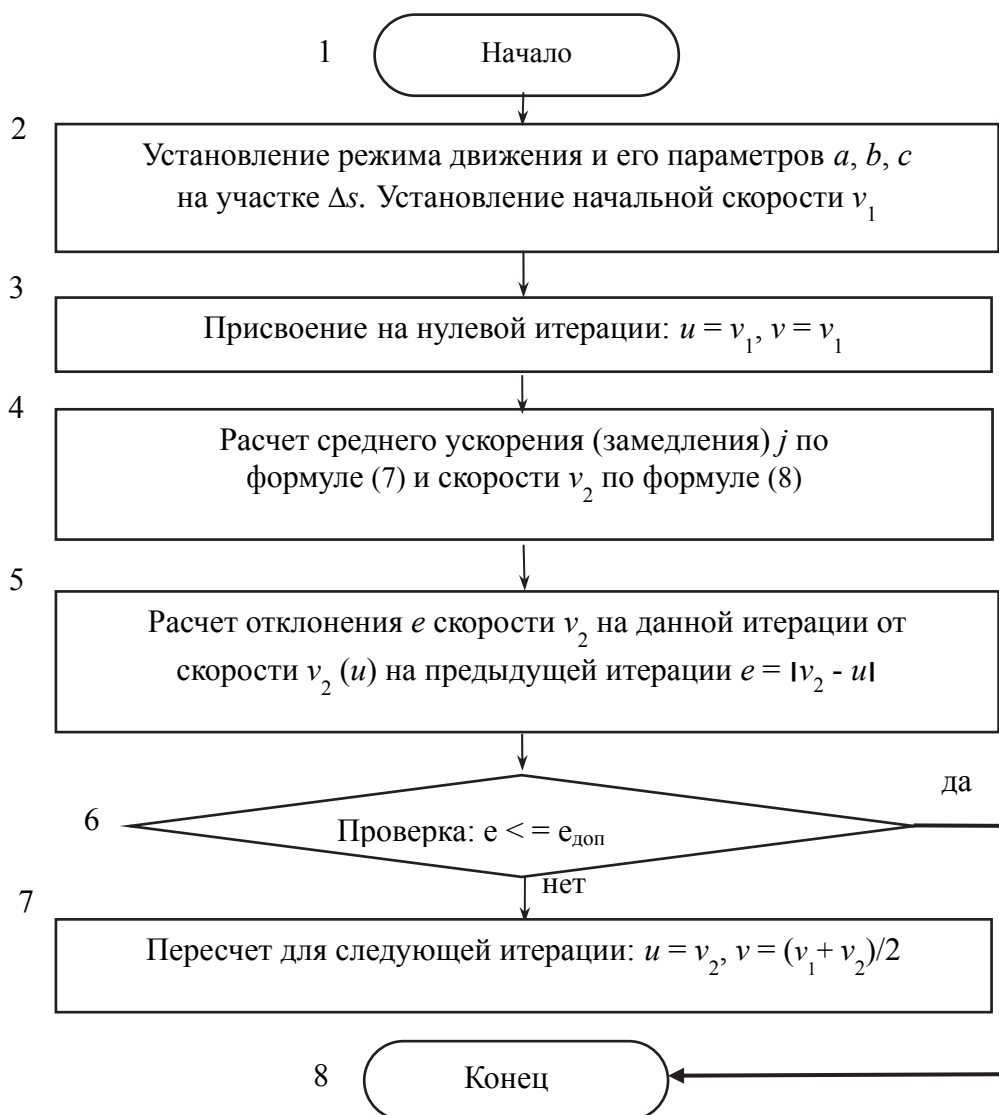


Рис. 2. Алгоритм расчета скорости по схеме Эйлера с пересчетом

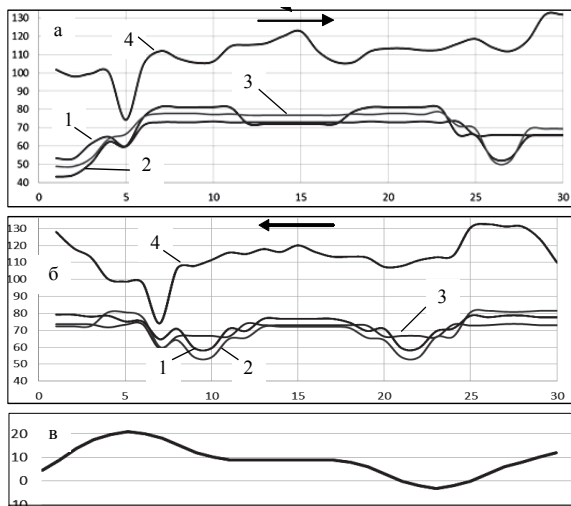


Рис. 3. Скорости свободного движения: 1 – грузовые; 2 – автопоезда; 3 – автобусы; 4 – легковые; а – прямо; б – обратно; в – продольный профиль дороги

Анализ результатов расчетов показал, что скорости легковых автомобилей снижены из-за малой видимости на пикетах 5 (прямо) и 7 (обратно), а скорости автопоездов и автобусов на пикетах 27 (прямо) и 10, 22 (обратно) снижены из-за сравнительно больших уклонов подъемов.

### Выводы

Обобщение уравнений движения автомобиля при различных режимах позволило составить алгоритм определения свободной скорости движения транспортных потоков на дорогах II–IV категорий с учетом дорожных условий, определяемых показателями технического уровня дороги и ее эксплуатационного состояния.

В результате моделирования движения различных автомобилей в типичных дорожных условиях установлено, что скорости свободного движения на прямолинейных участках для грузовых автомобилей, автопоездов и автобусов не должны превышать 75 км/ч, для легковых автомобилей – 120 км/ч. На спуске:

для грузовых автомобилей, автопоездов и автобусов – 82 км/ч, для легковых автомобилей – 110 км/ч. На подъеме: для грузовых автомобилей, автопоездов и автобусов – 70 км/ч, для легковых автомобилей – 110 км/ч.

Результаты моделирования скорости свободного движения по предложенному алгоритму с пересчетом позволяют смоделировать движение транспортных потоков по дороге в течение типичного цикла ее эксплуатации с последующими текущими и капитальными ремонтами до момента её реконструкции.

### Литература

1. Бируля А.К. Проектирование автомобильных дорог / А.К. Бируля. – М.: Автотрансиздат, 1961. – 500 с.
2. Литвинов А.С. Автомобиль: теория эксплуатационных свойств / А.С. Литвинов, Я.Е. Фаробин. – М.: Машиностроение, 1989. – 240 с.
3. Бируля А.К. Эксплуатация автомобильных дорог / А.К. Бируля. – М.: Транспорт, 1966. – 326 с.
4. Волков В.П. Теорія експлуатаційних властивостей автомобіля: навч. посібник / В.П. Волков. – Х.: ХНАДУ, 2003. – 292 с.
5. Автомобили: теория эксплуатационных свойств: учебник / под ред. А.М. Иванова. – 1-е изд. – М.: Изд. центр «Академия Медиа», 2013. – 176 с.
6. Справочная энциклопедия дорожника: в V томах / под общ. ред. А.П. Васильева. – М.: Информавтодор, ВиАрт Плюс. Том II: Ремонт и содержание автомобильных дорог. – 2004. – 1128 с.

Рецензент: В.И. Клименко, профессор, к.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 17 февраля 2014 г.