УДК 656.[95+136]

ВЕРОЯТНОСТНАЯ МОДЕЛЬ ПОТОКА ЗАЯВОК НА ПЕРЕВОЗКУ ГРУЗА С УЧЕТОМ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ ИХ ПОСТУПЛЕНИЯ

П.Ф. Горбачев, проф., д.т.н., А.В. Макаричев, доц., к.ф.-м.н., Н.В. Кузло, соискатель, Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет

Аннотация. *Предложена аналитическая модель расчета вероятности получения заявки на перевозку груза конкретным перевозчиком с учетом продолжительности ее ожидания, на основе параметров потока разовых заявок и структуры самих заявок.*

Ключевые слова: *спрос, заявка на перевозку, вероятность, случайная величина, поток заявок.*

ЙМОВІРНІСНА МОДЕЛЬ ПОТОКУ ЗАЯВОК НА ПЕРЕВЕЗЕННЯ ВАНТАЖУ З УРАХУВАННЯМ ЗАКОНОМІРНОСТЕЙ ЇХ НАДХОДЖЕННЯ

П.Ф. Горбачов, проф., д.т.н., О.В. Макарічев, доц., к.ф.-м.н., Н.В. Кузло, здобувач, Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Анотація. *Запропоновано аналітичну модель розрахунку ймовірності отримання заявки на перевезення вантажу конкретним перевізником з урахуванням тривалості її очікування, на основі структури потоку разових заявок і структури самих заявок.*

Ключові слова: *попит, заявка на перевезення, ймовірність, випадкова величина, потік заявок.*

PROBABILISTIC FLOW MODEL OF FREIGHT ORDERING WITH CONSIDERATION OF REGULARITIES OF THEIR RECEPTION

P. Gorbachov, Prof., D. Sc. (Eng.), A. Makarychev, Assoc. Prof., Ph. D. (Phys.-Math.), N. Kuzlo, Comp., Kharkov National Automobile and Highway University

Abstract. *An analytical model for calculating the probability of freightage obtaining by concrete carrier is proposed. The model takes into account the freightage waiting time, the parameters of a single freight flow and freight structure parameters.*

Key words: *demand, freightage, probability, random variable, freight flow.*

Введение

В период интенсивного развития рынка транспортных услуг огромное значение приобретает знание особенностей формирования спроса на транспортные услуги. Спрособразующим элементом на грузовые перевозки в структуре рынка транспортных услуг выступают юридические и физические лица, имеющие потребности в перевозках. Заявки на перевозку грузов в междугородном сообщении, которые поступают регулярно и реализуются на основе долгосрочных договоров об организации перевозок, составляют почти половину рынка грузовых перевозок. Такие заявки имеют четко регламентированный порядок выполнения, так как они осуществляются по предварительно согласованным условиям договора. А особый интерес для изучения вызывает оставшаяся часть заявок на перевозку грузов, поступающих к перевозчику случайным образом. Знание закономерностей поступления заявок на перевозку грузов является актуальной задачей, решение которой позволит транспортным предприятиям выбрать правильную стратегию поведения на рынке.

Анализ публикаций

Функционирование рынка разовых заявок на перевозку грузов является предметом исследований многих ученых. В работе [1] рассматриваются методологические проблемы анализа и моделирования спроса сферы услуг. К сожалению, ни один из предложенных подходов не учитывает вероятностного характера рассматриваемого сегмента рынка.

В работах [2, 3] описаны методы изучения грузопотоков, основанные на расчетах транспортно-экономического баланса, нормативных показателей и прямого учета. В [4] предложено рассматривать расстояние перевозки, объем партии груза, нулевой пробег, интервал поступления заявки в качестве показателей, которые наиболее точно позволяют описать поток заявок на перевозку грузов. В работе [5] описана типовая структура логистических сайтов, которые предоставляют информацию о входящем потоке заявок, а также проведен анализ популярных программных продуктов для транспортно-экспедиторского обслуживания.

Стоит отметить, что ни в одной из рассмотренных работ не было предложено аналитических моделей, учитывающих вероятностные характеристики процесса поступления заявок на перевозку грузов, что не позволяет добиться существенного прогресса в прогнозировании параметров перевозочного процесса.

Цель и постановка задачи

Процесс поступления заявок на перевозку грузов является динамическим по своей природе, что объясняет сложность оценки перевозчиком возможности получения заявки хотя бы в одном из возможных направлений. В связи с этим возникает необходимость в построении модели для определения вероятности получения заявки на перевозку груза перевозчиком из входящего потока заявок. Достижение поставленной цели возможно за счет аналитического описания закономерностей поступления заявок на перевозку грузов.

Построение математической модели

Поток заявок на перевозку грузов представляет собой последовательность однородных событий, происходящих одно за другим в случайные моменты времени. Количество заявок на перевозку грузов в интересующем перевозчика направлении, которое поступает из любого источника за некоторый промежуток времени t, соответствует простейшему потоку однородных событий и обладает свойствами стационарности, отсутствия последействия и ординарности [6]. Исходя из этого, можно предположить, что поток заявок на перевозку имеет распределение Пуассона [7].

Пусть λ – интенсивность поступления заявок на перевозку, тогда вероятность того, что заявка принята к выполнению перевозчиком, может быть выражена следующим образом

$$P\{X\} = \frac{(\lambda t)^n}{n!} \cdot e^{-\lambda t}, \ \ n = 0,1,2,3,..., \qquad (1)$$

где $X = n$ – количество заявок на перевозку грузов, ед.; t – интервал между поступлением заявок на перевозку груза, час; λ – интенсивность поступления заявок на перевозку, ед./час.

В результате «просеивания» случайного потока моментов поступления заявок на перевозку груза $t_1, t_2, t_3, ...t_n$ получается последовательность индикаторов $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, ...\alpha_n$. Это позволяет определить, получит или не получит заявку на перевозку отдельный перевозчик из группы, которая образовалась. При этом вероятность получения перевозчиком поступающей заявки может быть определена как P.

$$P = \{\alpha_i = 1\} = p\,. \qquad (2)$$

Тогда вероятность того, что перевозчик не получит заявку на перевозку, будет равна

$$P = \{\alpha_i = 0\} = 1 - p\,. \qquad (3)$$

Начальный простейший поток заявок с параметром λ трансформируется в простейший поток заявок на перевозку грузов, которые поступают к перевозчику с параметром λp.

Пусть ось времени разделена на малые периоды длиной Δt. Можно пренебречь величинами меньше Δt и получить вероятность того, что в этот период времени не поступит ни одной заявки P_0.

$$P_0(\Delta t) = 1 - \lambda \Delta t . \quad (4)$$

Вероятность того, что в период времени длиной Δt поступит ровно одна заявка, будет равной P_1.

$$P_1(\Delta t) = \lambda \Delta t . \quad (5)$$

Если в период времени Δt поступит ровно одна заявка, то условная вероятность того, что её получит определенный перевозчик, может быть определена как p_1.

$$p_1(\Delta t) = \lambda p \Delta t . \quad (6)$$

А вероятность того, что в малый период Δt не поступит ни одной заявки для определенного перевозчика, – p_0.

$$p_0(\Delta t) = 1 - \lambda p \Delta t . \quad (7)$$

Если период времени t разделен на m равных промежутков длиной Δt, то вероятность того, что в это время не поступит ни одной заявки для определенного перевозчика, примет следующий вид

$$p^m(\Delta t) = \left(1 - \lambda p \frac{t}{m}\right)^m . \quad (8)$$

Это выражение при $m \to \infty$ стремится к $e^{-\lambda pt}$. В самом деле

$$p^{(n)}(\Delta t) = \ln\left(1 - \lambda p \frac{t}{m}\right) \sim -\lambda p \frac{t}{m}. \quad (9)$$

Исходя из этого, вероятность того, что за промежуток времени длиной t из просеянного потока не поступит ни одной заявки для определенного перевозчика, может быть выражена как $P_0^{(p)}(t)$

$$P_0^{(p)}(t) = e^{-\lambda pt} . \quad (10)$$

Распределение потока заявок на перевозку грузов X_p на отрезке времени длиной t примет вид

$$P_n = P\{X_p = n\} = \frac{(\lambda pt)^n}{n!} \cdot e^{-\lambda pt}, \; n = 0,1,2,3,... \quad (11)$$

Полученная математическая модель является простейшим представлением процесса получения заявок перевозчиком при прочих идеальных условиях. Изучение действительной картины поступления заявок показывает, что реальные потоки заявок на перевозку имеют сложную меняющуюся структуру, с некоторыми закономерностями изменений ее составляющих во времени и пространстве. Так, заявки на перевозку грузов могут поступать как отдельными единицами, так и группой заявок.

Под отдельной единицей заявки на перевозку понимается потребность грузовладельца в перевозке груза из одного пункта отправления в один пункт назначения. Групповые заявки на перевозку представляют собой потребность грузовладельца в перевозке груза из одного пункта отправления в несколько пунктов назначения. В связи с необходимостью учета этих особенностей возникает потребность в развитии модели (11). Учесть сложную структуру потока заявок на перевозку возможно с помощью метода производящих функций [8].

Предположим, что в моменты простейшего потока с параметром λp поступают группы заявок, количество которых представляет собой последовательность независимых случайных величин, с натуральными значениями $\{X_n\}, \; n \geq 1$ и известным распределением $\{Q_k\}, \; k = 1,2,3...$.

Пусть $\varphi(z)$ – производящая функция для случайного числа заявок в группе. Тогда (10)

$$\varphi(z) = \sum_{k \geq 1}^{\infty} Q_k \cdot z^k . \quad (12)$$

В таком случае производящая функция числа групповых заявок, пришедших в течение времени *t,* будет иметь вид

$$\begin{aligned} \Phi(z;t) &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda pt)^n}{n!} \cdot e^{-\lambda pt} \cdot (\varphi(z))^n = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda pt \cdot \varphi(z))^n}{n!} \cdot e^{-\lambda pt} = \\ &= e^{-\lambda pt} \cdot e^{-\lambda pt \cdot \varphi(z)} = e^{\lambda pt \cdot (1 - \varphi(z))}. \end{aligned} \quad (13)$$

Таким образом, за счет учета числа заявок в группе создается возможность оценки закономерностей поступления общего потока заявок. Зависимость (13) позволяет рассчитать моменты распределения общего числа заявок, которые поступили за период времени t, а именно: математическое ожидание, дисперсию, момент второго порядка, среднее значение квадратов. Исходя из этого, возникает возможность определения функции распределения для общего потока заявок. Обозначим функцию распределения для числа заявок в n-группе как $F(x)$. Тогда

$$F(x) = P\{X_n \le x\},\ n = 1,2,3,... \qquad (14)$$

Пусть $Y^{(n)} = X_1 + X_2 + ... + X_n$ – общее количество заявок в n-группах, а $F^{(n)}(x) = P\{Y^{(n)} \le x\}$ – функция распределения этого количества заявок в n-группах. Тогда

$$\begin{aligned} &F^{(1)}(x) = F(x);\\ &F^{(2)}(x) = \int_0^\infty F^{(1)}(x-t)dF(t);\\ &\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \qquad (15)\\ &F^{(n)}(x) = \int_0^\infty F^{(n-1)}(x-t)dF(t),\ n \ge 1. \end{aligned}$$

Исходя из этого, возникает возможность рассмотрения потока заявок как рекуррентного и определения функции распределения общего числа заявок в n-группах [9].

Можно обозначить $G(x)$ как функцию распределения для числа заявок, которые поступили за период времени t в групповом потоке. Тогда

$$G(x) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(\lambda pt)^n}{n!} \cdot e^{-\lambda pt} \cdot F^{(n)}(x). \qquad (16)$$

Зависимость (16) дает возможность в целом аналитически описать общий поток заявок, с учетом распределения отдельных единиц заявок в группах.

Выводы

Предложенная вероятностная модель потока заявок на перевозку груза позволяет учесть время ее ожидания и неоднородную структуру потоков заявок, что создает возможность для анализа и прогнозирования времени ожидания получения заявки перевозчиком при определении фактических параметров потока заявок. Это особенно актуально при принятии решения о целесообразности выполнения междугородных грузовых перевозок, когда перевозчик имеет заявки на перевозку только в одном направлении.

Литература

1. Мудунов А.С. Система моделей прогнозирования деятельности предприятий и отраслей сферы услуг: автореф. дис. на соискание ученой степени д-ра эконом. наук : спец. 08.00.13 «Математические и инструментальные методы экономики» / Абакар Сайфуллаевич Мудунов. – Москва, 2002. – 22 с.
2. Изучение грузопотоков при планировании и организации автомобильных грузовых перевозок / Лихтик М.С., Прудовский Б.Д., Субочева И.Г., Харшан И.А. – М.: Транспорт, 1975. – 28 с.
3. Колесник М.Н. Методы прогнозирования в задачах о перевозках / М.Н. Колесник, А.С. Пашкова, В.Е. Гозбенко. – Ангарск: АГТА, 2005. –219 с.
4. Наумов В. С. Формирование рациональной структуры автопарка в условиях случайных характеристик потока заявок на перевозку грузов: автореф. дис. на соискание ученой степени канд. техн. наук : спец. 05.22.01 «Транспортные системы» / Виталий Сергеевич Наумов. – Харьков, 2006. – 20 с.
5. Наумов В.С. Анализ современных информационных продуктов, использующихся при транспортно-экспедиторском обслуживании / В.С. Наумов, Т.А. Омельченко // Вестник ХНАДУ: сб. науч. тр. – 2013. – Вып. 32. – С. 85–89.
6. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика / В.Е. Гмурман. – М.: Высшая школа, 2003. – 479 с.
7. Вентцель Е.С. Прикладные задачи теории вероятностей / Е.С. Вентцель, Л.А. Овчаров. – М.: Радио и связь, 1983. – 416 с.
8. Стенли Р. Перечислительная комбинаторика. Деревья, производящие функции и симметрические функции / Ричард Стенли; пер. с англ. М.А. Всемирнов, под ред. А.М. Вершик. – М.: Мир, 2005. – 768 с.
9. Саати Т. Элементы теории массового обслуживания и ее приложения / Томас Саати; пер. с англ. Е.Г. Коваленко, под ред. И.Н. Коваленко. – М.: 1971. – 520 с.

Рецензент: Е.В. Нагорный, профессор, д.т.н., ХНАДУ.

Статья поступила в редакцию 17 марта 2014 г.