

УДК 539.3

## ПРОГНОЗУВАННЯ МІНІМАЛЬНОЇ ШВИДКОСТІ РОСТУ ВТОМНИХ ТРІЩИН ПІСЛЯ ОДНОРАЗОВИХ ПЕРЕВАНТАЖЕНЬ РОЗТЯГОМ

Ю.І. Пиндус, доц., к.т.н., О.П. Ясній, доц., к.т.н., В.Б. Фостик, асист.,  
Т.Б. Пиндус, асист.,  
Тернопільський національний технічний університет імені Івана Пулюя

*Анотація.* Виконано експериментальні дослідження впливу коефіцієнта перевантаження розтягом та асиметрії циклу навантаження на затримку швидкості росту втомною тріщини у сплаві Д16чТ. Запропоновано функціональну залежність для прогнозування мінімальної швидкості росту втомною тріщини, яка базується на формулі Уокера і враховує коефіцієнт перевантаження розтягом та асиметрію циклу навантаження.

*Ключові слова:* тріщина, одноразове перевантаження, затримка росту тріщини.

## ПРОГНОЗИРОВАНИЕ МИНИМАЛЬНОЙ СКОРОСТИ РОСТА УСТАЛОСТНЫХ ТРЕЩИН ПОСЛЕ ОДНОКРАТНЫХ ПЕРЕГРУЗОК РАСТЯЖЕНИЕМ

Ю.И. Пиндус, доц., к.т.н., О.П. Ясний, доц., к.т.н., В.Б. Фостык, ассист.,  
Т.Б. Пиндус, ассист.,  
Тернопольский национальный технический университет имени Ивана Пулюя

*Аннотация.* Выполнены экспериментальные исследования влияния коэффициента перегрузки растяжением и асимметрии цикла нагружения на задержку скорости роста усталостной трещины в сплаве Д16чТ. Предложена функциональная зависимость для прогнозирования минимальной скорости роста усталостной трещины, базирующаяся на формуле Уокера, учитывающая коэффициент перегрузки растяжением и асимметрию цикла нагружения.

*Ключевые слова:* трещина, однократная перегрузка, задержка роста трещины.

## PREDICTION OF MINIMAL FATIGUE CRACK GROWTH RATE AFTER A SINGLE OVERLOAD BY TENSION

Y. Pyndus, Assoc. Prof., Ph. D. (Eng.), O. Yasniy, Assoc. Prof., Ph. D. (Eng.),  
V. Fostyk, T. Assist., T. Pyndus, T. Assist.,  
Ternopil National Technical University after Ivan Puliu

*Abstract.* The functional dependence for prediction of minimal fatigue crack growth rate taking into account the overload factor and the asymmetry of the stress ratio is offered.

*Key words:* fatigue crack, single overload, minimal fatigue crack growth rate.

### Вступ

Більшість машин та механізмів експлуатуються за дії циклічних навантажень змінної амплітуди, що може призводити до виникнення та росту втомних тріщин (РВТ) в їх

несучих конструкційних елементах. За таких умов швидкість РВТ значно відрізняється від значень, отриманих за умов циклічного навантаження сталої амплітуди (СА). Одним з основних чинників дестабілізації швидкості РВТ є перевантаження розтягом, що викли-

кають затримку швидкості РВТ. Вивчення й оцінка впливу одноразових перевантажень на кінетику РВТ, достовірне аналітичне відтворення швидкості РВТ після перевантажування мають ключове значення для розробки моделей РВТ в умовах нерегулярного навантаження.

### Аналіз публікацій

Відомо [1, 2], що одним з основних чинників затримки РВТ є перевантаження розтягом (рис. 1).

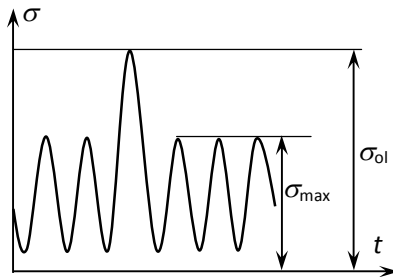


Рис. 1. Схема одноразового перевантаження розтягом

У більшості методик прогнозування РВТ (цикл за циклом) за умов циклічного навантаження змінної амплітуди використовуються моделі РВТ після одноразових перевантажень розтягом, які можна розділити на три основні категорії, які базуються на концепціях: взаємодії пластичних зон; відкриття тріщини й оцінки пластичних деформацій (витяжок) на берегах тріщини [3]. Моделі Уїллера [4], Уїлленборга [5] базуються на концепції взаємодії пластичних зон та припущенні про основний вплив залишкових напружень у вістрі тріщини на затримку РВТ. Вони є простими для інженерного використання, у модифікованому вигляді використовуються у відомих програмних кодах (наприклад AFGROW та NASGRO), і науковці продовжують працювати над їх вдосконаленням [6–11]. Разом з тим, в літературі недостатньо уваги приділяється оцінці мінімальної швидкості РВТ ( $V_{\min}$ ), яка розділяє два основні етапи стабілізації швидкості РВТ після перевантажень розтягом. Достовірна оцінка  $V_{\min}$  дасть змогу вдосконалити існуючі моделі РВТ після одноразових перевантажень розтягом.

### Мета і постановка завдання

На рис. 2 в координатах  $V - K_{\max}$  подано експериментальну криву швидкості РВТ після

одноразового перевантажування розтягом із коефіцієнтом перевантажування (overload ratio)  $Q_{ol} = K_{ol}/K_{\max} = 2$ , де:  $K_{ol} = 30 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$  – коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) перевантажування;  $K_{\max} = 15 \text{ МПа}\sqrt{\text{м}}$  – максимальне значення КІН циклу навантаження СА, що безпосередньо передує перевантажуванню;  $R = 0$  – асиметрія циклу навантаження СА. Для порівняння, на рис. 2 подано кінетичну діаграму втомного руйнування (КДВР) за циклічного навантаження СА (суцільна лінія) сплаву Д16чТ (аналог 2024-Т3) при  $R = 0$ . Відомо [1], що затримку швидкості РВТ після перевантажування можна розділити на два основні етапи: I – запізнення затримки, яке включає в себе початкове стрибкоподібне прискорення швидкості РВТ та її різке зменшення до мінімального значення  $V_{\min}$ ; II – стабілізація швидкості РВТ з її поступовим зростанням до значення  $V$ , яке відповідає КДВР за циклічного навантаження СА (рис. 2).

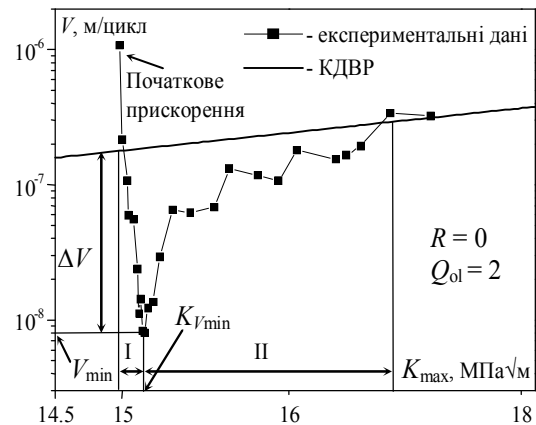


Рис. 2. Швидкість РВТ після перевантаження розтягом у сплаві Д16чТ

Ці два етапи розділяє точка, в якій швидкість РВТ досягає свого мінімуму  $V_{\min}$ , зменшуючись на  $\Delta V$  від початкового сталоамплітудного значення. Мінімальна швидкість після одноразового перевантаження  $V_{\min}$  стала застосовуватись в запропонованих [10, 11] модифікаціях моделей РВТ після одноразових перевантажень, які базуються на концепції взаємодії пластичних зон. Darcis і Recho [10] вказують на складність оцінки  $V_{\min}$ .

$V_{\min}$  суттєво впливає на кількість циклів затримки РВТ, оскільки може набувати на порядки меншого значення (сягаючи порогових значень) порівняно з отриманою за навантаження СА швидкістю РВТ. Тому достовірна

оцінка  $V_{min}$  дасть змогу підвищити точність та вдосконалити підходи щодо прогнозування РВТ після одноразових перевантажень розтягом.

Метою даної роботи є розробка експериментально-аналітичної методики оцінки  $V_{min}$  з урахуванням коефіцієнта перевантаження  $Q_{ol}$  та асиметрії циклу навантаження  $R$ .

### Швидкість РВТ за циклічного навантаження сталої амплітуди

Швидкість РВТ за циклічного навантаження СА та після перевантажень розтягом досліджували, використовуючи плоскі прямокутні зразки (ширина зразка – 100 мм, довжина – 300 мм, товщина – 4 мм) з центральною наскрізною тріщиною, які вирізали із пластин алюмінієвого сплаву Д16чТ (аналог 2024-T3). Зразки випробовували на керованій ПК електрогідравлічній випробувальній машині СТМ-100, за умов одноосового розтягу з контрольованим розмахом зусилля. Частота навантаження  $f = 10$  Гц, форма циклу – синусоїда, асиметрії циклу навантаження  $R = 0; 0,3; 0,5$ . Температура проведення випробувань – 293 К.

Для апроксимації експериментальних даних швидкості РВТ, отриманих за навантаження СА (рис. 2), використали модифіковану залежність Уокера [12]

$$V = C_R \Delta K^n, \quad (1)$$

де  $C_R$  – коефіцієнт, який залежить від  $R$

$$C_R = C_0 \frac{1}{(1-R)^{(1-m)n}},$$

де  $C_0 = 1,1 \cdot 10^{-11} \frac{\text{m/cycle}}{(\text{MPa}\sqrt{\text{m}})^n}$ ,  $n = 3,58$  – сталі швидкості РВТ сплаву Д16чТ, які визначені при  $R = 0$ ;  $m = 0,6$  – коефіцієнт Уокера для сплаву Д16чТ.

Розмах КІН визначали за залежністю [13]

$$\Delta K = \Delta \sigma \sqrt{\pi l} \times Y, \quad (2)$$

в якій

$$Y = \left[ 1 - 0,025 \left( \frac{l}{W/2} \right)^2 + 0,06 \left( \frac{l}{W/2} \right)^4 \right] \times \sqrt{\sec \frac{\pi l}{W}},$$

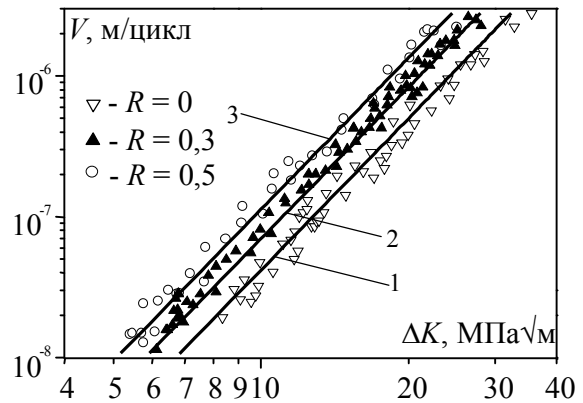


Рис. 3. Кінетичні діаграми втомного руйнування сплаву Д16чТ при: 1 –  $R = 0$ ; 2 –  $R = 0,3$ ; 3 –  $R = 0,5$

де  $y$  – поправкова функція;  $l$  – половина довжини тріщини;  $w$  – ширина зразка,  $\Delta \sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min}$  – розмах напруження (stress range),  $\sigma_{max}$  і  $\sigma_{min}$  – максимальне і мінімальне напруження циклу.

### Мінімальна швидкість РВТ після одноразових перевантажень

Одноразові перевантаження розтягом здійснювали в межах середньоамплітудних ділянок КДВР, за асиметрії циклу навантаження  $R = 0; 0,3; 0,5$  та коефіцієнтів перевантажування  $Q_{ol} = 1,4; 1,7; 2$ .

На рис. 4 в логарифмічних координатах  $V \sim K_{max}$  подані експериментальні дані швидкості РВТ після одноразових перевантажень із  $Q_{ol} = 2$ , які здійснені за асиметрій циклу навантаження  $R = 0$  (рис. 4, а) та  $R = 0,3$  (рис. 4, б).

Суцільними лініями зображені сталоамплітудні КДВР, побудовані за залежністю Уокера (1). Пунктирні лінії відображають мінімальні значення  $V_{min}$ , яких сягає швидкість РВТ після перевантажень зі сталими коефіцієнтами  $R$  та  $Q_{ol}$ . Слід відмітити, що лінії мінімальних швидкостей РВТ після перевантажень є паралельними до КДВР (в логарифмічних координатах), за умови  $Q_{ol} = \text{const}$  та  $R = \text{const}$ . Вказана експериментально отримана для сплаву Д16чТ (Д16Т [14]) закономірність зберігається за асиметрій циклу навантаження  $R = 0; 0,3; 0,5$  та коефіцієнтів перевантаження розтягом  $Q_{ol} = 1,4; 1,7; 2$ , тому її покладено в основу подальших досліджень.

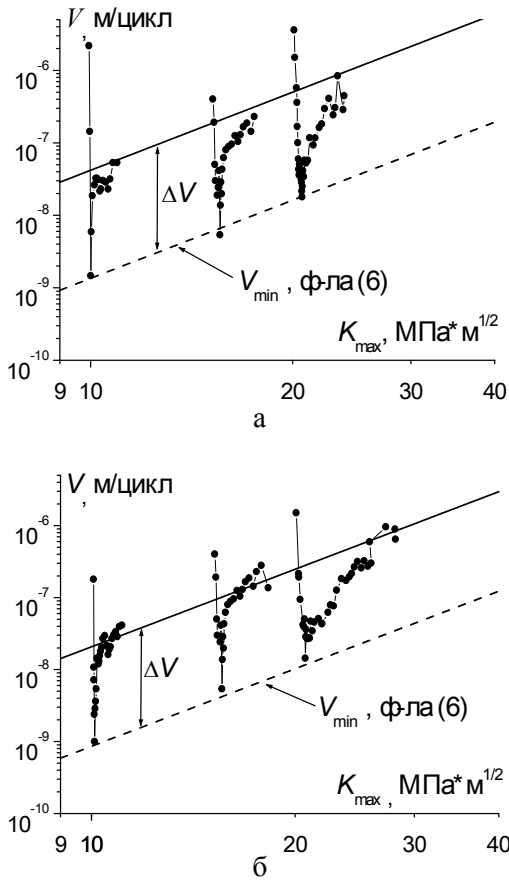


Рис. 4. Кінетичні діаграми РВТ після перевантажень розтягом із  $Q_{ol} = 2$  та за асиметрій циклу навантаження: а –  $R = 0$ ; б –  $R = 0,3$

Як видно з рис. 4, після одноразових перевантажень при  $Q_{ol} = \text{const}$  та  $R = \text{const}$  швидкість РВТ зменшується на деяке значення  $\Delta V$  порівняно зі сталоамплітудним значенням  $V$ , що передувало перевантаженню

$$\Delta V = V - V_{\min}. \quad (3)$$

На рис. 5 зображено експериментально отримані значення зміни швидкості  $\Delta V \sim K_{\max}$  після одноразових перевантажень  $Q_{ol} = 1,4; 1,7; 2$  (рис. 5 а, б, в), при  $R = 0$ .

Ці дані описували степеневу функцією, еквівалентною залежності Уокера (1), з урахуванням  $\Delta K = K_{\max}(1-R)$

$$\Delta V = C_{ol}(K_{\max}(1-R))^n, \quad (4)$$

в якій: замість  $C_R$  застосували  $C_{ol}$  – коефіцієнт зменшення швидкості РВТ після перевантаження розтягом;  $n = 3,58$  – стала, що рівна значенню у залежності Уокера (1).

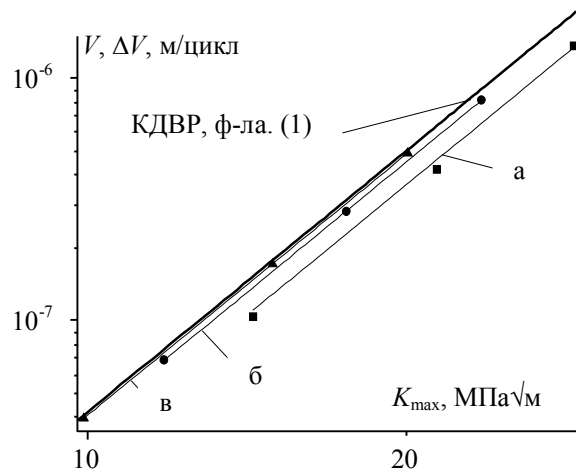


Рис. 5. Збільшення  $\Delta V$  після перевантажень із  $Q_{ol} = 1,4$  – (а);  $1,7$  – (б);  $2$  – (в), та  $R = 0$

З рис. 5 видно, що зі збільшенням коефіцієнта перевантажування  $Q_{ol}$  крива  $\Delta V$  наближається до КДВР, залишаючись паралельною до неї в логарифмічних координатах. При апроксимації даних  $\Delta V \sim K_{\max}$  (рис. 5) функцією (4) стала  $n$  змінювалась у межах  $3,56 \leq n \leq 3,61$ , і тому її прийняли рівною  $n = 3,58$ , як і для залежності Уокера (1).

Таким чином, наближення кривої  $\Delta V \sim K_{\max}$  (рис. 5) до КДВР зі збільшенням коефіцієнта перевантаження  $Q_{ol}$  визначається зростанням коефіцієнта  $C_{ol}$  у формулі (4), який поступово наближається до значення  $C_R$  (2) за навантаження сталої амплітуди.

Аналогічні поданим на рис. 5 закономірності були отримані за асиметрій  $R = 0,3; 0,5$ . Результати зміни  $C_{ol}$  зі збільшенням коефіцієнта перевантаження  $Q_{ol}$  за асиметрій  $R = 0; 0,3; 0,5$  приведені на рис. 6.

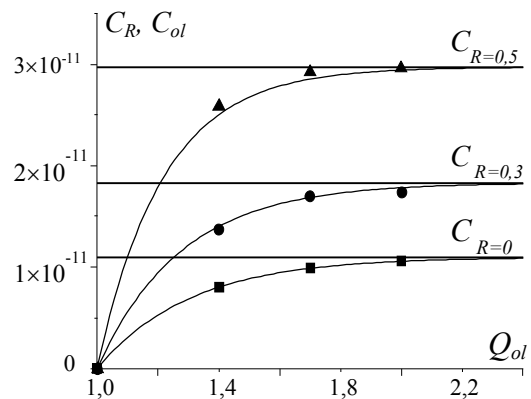
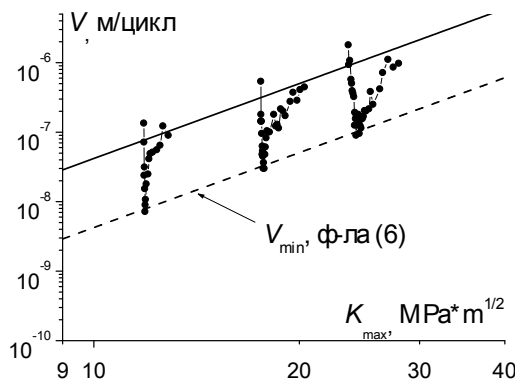


Рис. 6. Вплив коефіцієнта перевантаження  $Q_{ol}$  на коефіцієнт зменшення швидкості РВТ після перевантаження  $C_{ol}$  (5), при: ■ –  $R=0$ ; ● –  $R=0,3$ ; ▲ –  $R=0,5$

Зі збільшенням  $Q_{ol}$  значення  $C_{ol}$  асимптотично наближаються до значення  $C_R$  для кожної асиметрії циклу навантаження (горизонтальні прями). За зменшення коефіцієнта перевантажування до  $Q_{ol} = 1$  (перевантажування відсутнє) коефіцієнт  $C_{ol}$  зменшується до нуля. Для опису впливу  $Q_{ol}$  та  $R$  на зміну коефіцієнта зменшення швидкості РВТ  $C_{ol}$  (рис. 6) запропоновано залежність

$$C_{ol} = C_R \left( 1 - (g_0 (1 - R))^{(Q_{ol}-1)} \right), \quad (5)$$

де  $G_0 = 0,038$  – параметричний коефіцієнт, значення якого визначене за асиметрії  $R = 0$ . Запишемо вираз (3) у вигляді



$V_{min} = V - \Delta V$ ,  
і, враховуючи формули (1), (2) та (4), отримаємо

$$V_{min} = C_0 (K_{max} (1 - R)^m)^n \times (g_0 (1 - R))^{(Q_{ol}-1)}. \quad (6)$$

Запропонована залежність (6) дає змогу прогнозувати мінімальну швидкість РВТ за додатних асиметрій циклу навантаження з урахуванням зміни коефіцієнта перевантаження розтягом. На рис. 4 та 7, пунктирними лініями зображені розрахункові криві  $V_{min}$  (6), які задовільно узгоджуються з експериментом.

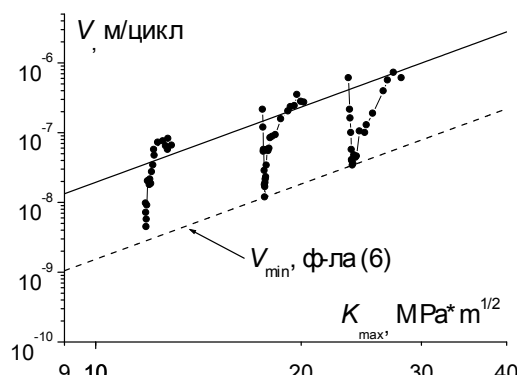


Рис. 7. Швидкість РВТ після одноразових перевантажень розтягом із  $Q_{ol} = 1,7$  за асиметрій циклу навантаження: а –  $R = 0,3$ ; б –  $R = 0,5$

**Висновки**

Мінімальна швидкість РВТ розділяє два основні етапи стабілізації РВТ після перевантаження розтягом – запізнення затримки та зростання швидкості РВТ до значення, що відповідає сталоамплітудному. Мінімальна швидкість РВТ може сягати на порядки менших від отриманих за відсутності перевантажень розтягом значень. Тому її достовірна оцінка може підвищити точність та вдосконалити підходи щодо прогнозування РВТ після одноразових перевантажень розтягом та за випадкового циклічного навантаження.

Експериментально встановлено, що в межах середньоамплітудних ділянок КДВР за сталоого коефіцієнта перевантаження та асиметрії циклу навантаження криві мінімальних швидкостей РВТ після перевантажень є паралельними до КДВР (в логарифмічних координатах) у сплаві Д16чТ. Опіраючись на цю властивість, в роботі запропоновано функціональну залежність зменшення швидкості

РВТ від коефіцієнта перевантаження розтягом та асиметрії циклу навантаження, в основу якої покладено формулу Уокера.

З урахуванням закономірностей впливу коефіцієнта перевантаження розтягом та асиметрії циклу навантаження на зменшення швидкості РВТ отримано аналітичну залежність для прогнозування мінімальної швидкості РВТ після одноразового перевантаження розтягом. Графічно показано задовільне узгодження результатів розрахунку й експериментальних даних мінімальної швидкості РВТ після одноразового перевантажування з урахуванням зміни асиметрії циклу навантаження та коефіцієнта перевантаження.

**Література**

1. Skorupa M. Load interaction effects during fatigue crack growth under variable amplitude loading – a literature review. Part I: empirical trends. / M. Skorupa // Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Struc-

- tures. – 1998. – Vol. 21. – № 8. – P. 987–1006.
2. Skorupa. M. Load interaction effects during fatigue crack growth under variable amplitude loading – a literature review. Part II: qualitative interpretation / M. Scorupa // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 1998. – Vol. 21. – № 8. – P. 905–926.
  3. Schijve J. Fatigue Crack Growth under Variable-Amplitude Loading / J. Schijve // *ASM Handbook, ASM International*. – 1996. – Vol. 19. – P. 110–133.
  4. Wheeler E. Spectrum loading and crack growth / E. Wheeler // *Journal of basic engineering*. – ASME. – 1972. – P. 181–186.
  5. Willenborg J. D. A Crack Growth Retardation Model using an Effective Stress Conception/ J. D. Willenborg, R M Engle and H A Wood :Report TM-71-1- FBR Air Force Flight Dynamics Laboratory. – Wright Patterson OH, 1971. – 324 p.
  6. Ribeiro A.S. Variable amplitude fatigue crack growth modelling / A.S. Ribeiro, A.P. Jesus, J.M. Costa, L.P. Borrego at all // *APAET Mecânica Experimental*. – 2012. – Vol. 20. – P. 25–33.
  7. Huang X.P. Fatigue crack growth with overload under spectrum loading / X.P. Huang, J.B. Zhang, W.C. Cui, J.X. Leng // *Theoretical and applied fracture mechanics*. – 2005. – №. 44. – P. 105–115.
  8. Yuen B.K.C. Proposed modifications to the Wheeler retardation model for multiple overloading fatigue life prediction / B.K.C. Yuen, F. Taheri // *International Journal of Fatigue*. – 2006. – Vol. 28(12). – P. 1803–1819.
  9. Machnievicz T. Fatigue crack growth prediction models for metallic materials / T. Machnievicz // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. – 2013. – Vol. 36(4). – P. 293–307.
  10. Darcis Ph., Recho N. Fatigue Reliability Analysis of Overload effects in Welded Joints Including Crack Initiation and Plastic Zone as Random Variables / Ph. Darcis, N. Recho // *Fatigue Testing and Analysis Under Variable Amplitude Loading Conditions, ASTM STP, West Conshocken, PA*. – 2005. – Vol. 1439. – P. 492–505.
  11. Kim J.-K. A statistical approach for predicting the crack retardation due to a single tensile overload / J.-K. Kim, D.-S. Shim // *International Journal of Fatigue*. – 2003. – Vol. 25, № 4. – P. 335–342.
  12. Walker E. K. The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminium / E. K. Walker // *Effects of Environments and Complex Load History on Fatigue Life. ASTM STP – Philadelphia*. – 1970. – № 462. – P. 1–14.
  13. Tada H. The Stress Analysis of Cracks Handbook, Third Edition / H. Tada, P.C. Paris, G.R. Irwin // *New York: ASME Press, 2000*. – 696 p.
  14. P. V. Yasnii. Effect of single overloading on the propagation of fatigue cracks in D16T alloy / Yasnii P.V., Pyndus Yu. I. // *Materials Science, Plenum Publishing Corporation*. – 2002. – Vol. 38, № 2. – P. 225–229.

### References

1. Skorupa M. Load interaction effects during fatigue crack growth under variable amplitude loading –a literature review. Part I: empirical trends. M. Scorupa. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 1998, Vol. 21, no. 8, P. 987–1006.
2. Skorupa. M. Load interaction effects during fatigue crack growth under variable amplitude loading – a literature review. Part II: qualitative interpretation // *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 1998, vol. 21, no. 8. pp. 905–926.
3. Schijve J. Fatigue Crack Growth under Variable-Amplitude Loading. *ASM Handbook, ASM International*, 1996, vol. 19. pp. 110–133.
4. Wheeler E. Spectrum loading and crack growth. *Journal of basic engineering. ASME*, 1972. pp. 181–186.
5. Willenborg J.D., Engle R.M., Wood H.A. A Crack Growth Retardation Model using an Effective Stress Conception. Report TM-71-1- FBR Air Force Flight Dynamics Laboratory. Wright Patterson OH, 1971. 324 p.
6. Ribeiro A.S., Jesus A.P., Costa J.M., Borrego L.P., Maeiro J.C. Variable amplitude fatigue crack growth modelling. *APAET Mecânica Experimental*, 2012, vol. 20. pp. 25–33.
7. Huang X.P., Zhang J.B., Cui W.C., Leng J.X. Fatigue crack growth with overload under spectrum loading. *Theoretical*

- and applied fracture mechanics, 2005, vol. 44. pp. 105–115.
8. Yuen B.K.C., Taheri F. Proposed modifications to the Wheeler retardation model for multiple overloading fatigue life prediction. *International Journal of Fatigue*, 2006, vol. 28(12). pp. 1803–1819.
  9. Machnievich T. Fatigue crack growth prediction models for metallic materials. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2013, vol. 36(4). pp. 293–307.
  10. Darcis Ph., Recho N. Fatigue Reliability Analysis of Overload effects in Welded Joints Including Crack Initiation and Plastic Zone as Random Variables. *Fatigue Testing and Analysis Under Variable Amplitude Loading Conditions*, ASTM STP, West Conshocken, PA, 2005, vol. 1439. pp. 492–505.
  11. Kim J.-K., Shim D.-S. A statistical approach for predicting the crack retardation due to a single tensile overload. *International Journal of Fatigue*, 2003, vol. 25, no. 4. pp. 335–342.
  12. Walker E. K. The effect of stress ratio during crack propagation and fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 aluminium. *Effects of Environments and Complex Load History on Fatigue Life*. ASTM STP, 1970, vol. 462. pp. 1–14.
  13. Tada H., Paris P.C., Irwin G.R. The Stress Analysis of Cracks Handbook, Third Edition. New York: ASME Press Publ., 2000. 696 p.
  14. Yasnii P.V., Pyndus Yu.I. Effect of single overloading on the propagation of fatigue cracks in D16T alloy. *Materials Science, Plenum Publishing Corporation*, 2002, vol. 38, no 2. pp. 225–229.

Рецензент: Ф.І. Абрамчук, професор, д.т.н., ХНАДУ.

Стаття надійшла до редакції 13 жовтня 2014 р.

---