УДК 656.2

• © В.К. Мироненко, докт. техн. наук, професор,
• © В.І. Мацюк, канд. техн. наук, доцент,
• © Г.С. Висоцька, інженер (ДЕ ТУТ),
• © Н.М. Алексійчук, інженер (Укрзалізниця)

МОДЕЛЮВАННЯ ТРАНЗИТНИХ ТРАНСПОРТНИХ ПОТОКІВ

Анотація. *Представлена математична модель, яка дає змогу на основі невеликої кількості вихідних даних, більшість яких є доступною з транспортної статистики, за допомогою відомих теоретичних методів розрахувати основні характеристики потоку вантажу в транспортній системі, що розглядається як система масового обслуговування. Адекватність моделі підтверджується розрахунками на прикладі транзитних перевезень залізорудної сировини з Росії до Словаччини залізницями України.*
Ключові слова: *транспортний потік, транзит, оптимізація, транспортна система, математична модель, попит, пропозиція транспортних послуг, пропускна спроможність.*

Аннотация. *Представлена математическая модель, которая позволяет на основе небольшого количества исходных данных, большинство которых доступно из транспортной статистики, с помощью известных теоретических методов рассчитать основные характеристики грузопотока в транспортной системе, рассматриваемой как система массового обслуживания. Адекватность модели подтверждается расчетами на примере транзитных перевозок железорудного сырья из России в Словакию железными дорогами Украины.*
Ключевые слова: *транспортный поток, транзит, оптимизация, транспортная система, математическая модель, спрос, предложение транспортных услуг, пропускная способность.*

Annotation. *A mathematical model is presented which allows on the basis of a small amount of input data, most of which are available from transport statistics, to calculate using known theoretical methods the basic characteristics of cargo traffic flows in transport system, which is considered as a queuing system. Adequacy of the model is confirmed by the example calculations of transit iron ore traffic from Russia to Slovakia via Ukraine's railways.*
Keywords: *transport flow, transit, optimization, transport system, mathematical model, demand, transport service supply, capacity.*

Вступ

Поява цієї публікації зумовлена надзвичайно актуальним і болючим для транспорту України явищем зменшення обсягів міжнародних транзитних перевезень вантажів, яке, здається, набуває системного характеру і потребує такого ж аналізу за допомогою наукових методів, зокрема моделювання процесів.

Моделювання транспортних потоків є ефективним засобом вдосконалення та оптимізації транспортних систем та підвищення якості транспортного обслуговування. З теоретичного та практичного погляду актуальність моделювання транспортних потоків пасажирів і вантажів настільки актуальна, що цьому питанню присвячена величезна кількість публікацій у світовій літературі.

На сьогодні існує безліч методик, які з достатньою точністю дають змогу моделювати транспортні потоки. Всі методики умовно можна поділити на три групи: аналітичні, графоаналітичні, імітаційного моделювання, висвітлені у відповідній літературі [1-7].

Аналітичний метод є найзручнішим і вимагає невеликої кількості статистичних та інших вихідних даних. Однак аналітичними розрахунками складно врахувати більшість обмежень та умов. Тому ця методика має обмежене використання, зазвичай при дослідженні нескладних процесів. Результати моделювання мають велику похибку, яка збільшується прямо пропорційно збільшенню складності процесу.

Графічний та графоаналітичний методи дають змогу врахувати більшість обмежень та впливів факторів на процес. Вони складні у використанні та мають статичну природу: для кожної окремої ситуації необхідне нове окреме графічне моделювання. Ці методи достатньо достовірні, однак при моделюванні складних, багатофакторних процесів вимагає великої кількості вихідних даних та є трудомістким.

Імітаційне (динамічне) моделювання – найбільш точний метод. Він дає змогу максимально повно та точно змоделювати транспортний процес фактично без обмежень. Реалізація методу ускладнюється розробкою спеціального програмного забезпечення та потребою у значній кількості оброблених та систематизованих статистичних даних.

Враховуючи зазначене вище, для моделювання транспортного потоку необхідно застосовувати імітаційне або графоаналітичне моделювання із використанням великих обсягів систематизованих статистичних даних. Однак що робити, якщо таких даних не вистачає або вони є ненадійними?

У статті ми запропонуємо свій підхід, який можна зарахувати до групи аналітичних методів. Цей підхід характеризується прагненням до використання якнайменшої кількості факторів, що впливають на інтенсивність транспортних потоків. Причому значення цих факторів повинні бути наявними в офіційній звітності з перевезень та інших джерел інформації, які можна вважати надійними. Крім того, математичні моделі, що пропонуються, повинні давати змогу оцінити за допомогою вихідних «сигналів» моделі величини тих факторів, які є невідомими.

Основна частина

Математична модель транспортного потоку повинна за основними рисами його "поведінки" бути подібна до реального транспортного потоку, тобто адекватною по відношенню до явища, процесу, який моделюється. Що це за основні риси? По-перше, транспортний потік Q через певну транспортну інфраструктуру (систему) не може бути більшим ніж попит на перевезення D; по-друге, якщо попит D перевищує пропускну спроможність транспортної системи S, то транспортний потік Q не може бути більший ніж пропускна спроможність S. Це виражається такими співвідношеннями:

$$0 \le Q \le \begin{cases} D, D \le S \\ S, D \succ S \end{cases}. \qquad (1)$$

Очевидно, в реальних умовах на величину транспортного потоку впливають не тільки D та S, а й інші фактори. Наприклад, при інших рівних умовах, чим більша вартість перевезення, тим меншим може бути транспортний потік (якщо існує інша транспортна система з меншою вартістю перевезення). Так само на величину транспортного потоку може впливати транспортний час, відхилення фактичного терміну транспортування від розрахункового, інші фактори. Теоретично ідеальними умовами чи ціллю організації транспортних потоків можна було б вважати рівновагу попиту на перевезення D та пропозиції транспортних послуг S, тобто ситуацію, коли $Q = S = D$. Однак таке уявлення є хибним, адже з практики відомо, що чим ближча величина потоку Q до пропускної спроможності транспортної системи S (тобто чим більшим до 1 є коефіцієнт завантаження транспортної системи $\rho = Q/S \to 1$), тим менш надійним є функціонування системи. Теоретичне обґрунтування цього добре відомо з теорії масового обслуговування. Отже, математична модель транспортного потоку повинна відображати властивість реальних систем забезпечувати надійний пропуск потоку лише до певної граничної величини, після якої навіть при зростанні попиту ($D \succ S$) транспортний потік не збільшується, а зменшується.

Як врахувати ці властивості транспортного потоку в математичній моделі? Ця модель повинна адекватно відображати динаміку реальних потоків і бути водночас придатною для їх аналізу і прогнозування майбутніх потоків залежно від різних факторів впливу.

Повернемося до співвідношень, що відображаються формулою (1). Можна сказати, що на практиці попит на перевезення ніколи не дорівнює пропозиції транспортних послуг, надто вже динамічні й залежні від великої кількості факторів величини. Назвемо це явище "транспортний дисбаланс попиту і пропозиції" і будемо його оцінювати за допомогою величини

$$\psi = \frac{1}{2}\left(\frac{S}{D} + \frac{D}{S}\right). \qquad (2)$$

Реальні транспортні потоки саме тому й існують, що завжди $D \succ 0$ і $S \succ 0$, отже формула (2) з математичного погляду є коректною (немає ділення на 0). З формули можна зауважити, що при балансі попиту і пропозиції ($S = D$) величина $\psi = 1$, а при будь-якому дисбалансі ($S \neq D$, не має значення, що більше, що менше) $\psi \succ 1$. З урахуванням обмежень, заданих формулою (1) та практичних обмежень, транспортний потік Q завжди менший від пропускної спроможності транспортної системи S. Однак чим кращі "умови" забезпечує транспортна система (в сенсі вартості, швидкості, схоронності тощо), тим ближчий потік за величиною до пропускної спроможності, тобто асимптотично прагне до неї. З математичного аналізу відомо, що таку динаміку має обернена експоненціальна залежність (**рис. 1**). Можна стверджувати, що при такій залежності та даній пропускній спроможності системи S максимальний транспортний потік в системі $\max Q_R$ за умов, що характеризуються певним відносним узагальнюючим фактором R, дорівнює:

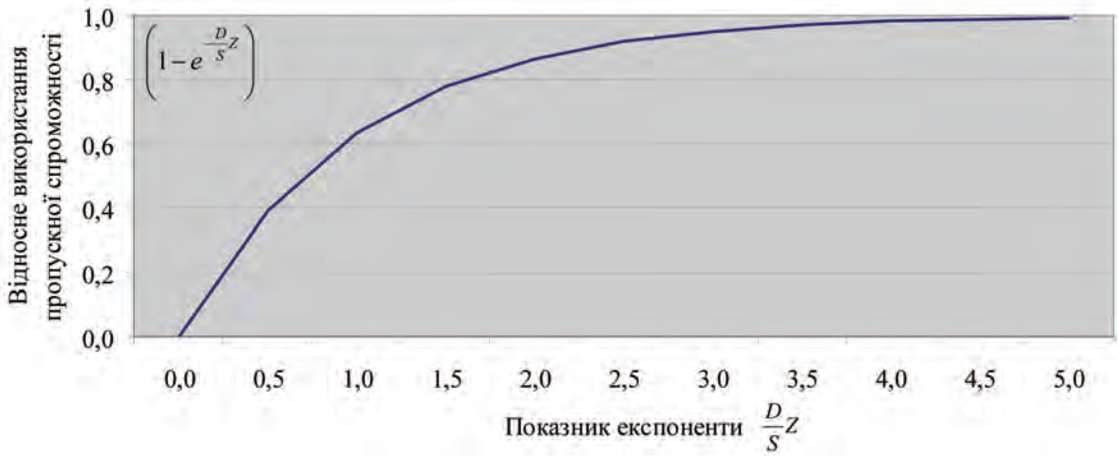

Рис. 1. **Асимптотичне наближення величини транспортного потоку до пропускної спроможності транспортної системи**

$$\max\ Q_R = S(1-e^{-R}). \tag{3}$$

Узагальнюючому факторові R варто надати більш конкретний практичний зміст, а саме він повинен відображати те, що за будь-яких інших умов транспортний потік буде тим більшим, чим більшим за величиною є співвідношення D/S, тобто попит D є первинним при формуванні транспортного потоку по відношенню до пропускної спроможності S. Крім того, узагальнюючий фактор R повинен включати в себе інші фактори впливу, що враховуються певною безрозмірною величиною $Z \geq 0$, як і фактор R.

Тобто запишемо:

$$R = \frac{Z}{\psi}. \tag{4}$$

Після чого суть математичної моделі сформулюємо у вигляді:

$$Q = S\left(1-e^{-\frac{Z}{\psi}}\right) + \frac{S-Q}{\psi}. \tag{5}$$

У такому записі в правій його частині друга складова враховує, що певна частка резерву пропускної спроможності системи ($S - Q$) теж може бути використана для збільшення потоку Q, який в рівнянні (5) розглядається як невідоме.

Використаємо ці спостереження і зауваження щодо властивостей реальних транспортних потоків для їх відображення у теоретичній математичній моделі, яка пропонується нижче.

Із теоретичного погляду задача застосування цієї моделі та її призначення полягають у тому, щоб визначити Q – розрахунковий транспортний потік з урахуванням попиту на перевезення D і комплексу (критерію) зовнішніх та внутрішніх технологічних, організаційних, комерційних та інших факторів Z, що впливають на транспортний потік. Функція, яка використовується для визначення потоку Q, повинна "автоматично" сама реалізовувати обмеження, виражені співвідношенням (1) за допомогою врахування явища дисбалансу, який оцінюється величиною ψ. Що це за функція? Після тривалих пошуків ми зупинилися на функції, в основі якої лежить обернено експоненціальна залежність. Ця функція, отримана з базової математичної моделі (5), представлена формулою (6):

$$Q = \frac{S}{\psi}\left(1-e^{-\frac{Z}{\psi}}\right),$$
$$\text{де } Z = \frac{\Delta P \cdot Y}{F + ET + X} \cdot \frac{1-\nu_T}{1+\nu_T}, \tag{6}$$

$$\text{за умов: } \Delta P \cdot Y \succ F + ET + X;\quad Y = 1 - \frac{T \cdot y_{BC}}{365 \cdot 100};$$
$$Z \geq 0;\quad 0 \leq \nu_T \leq 1. \tag{7}$$

де ΔP – ринкова різниця цін на товар, що перевозиться (різниця між максимальною ціною на ринку покупця і мінімальною ціною на ринку продавця), в розрахунку на тонну, одиницю товару;

F – основні, документовані транспортні та супутні витрати, не залежні від тривалості транзиту T, в розрахунку на тонну, одиницю товару за весь шлях транзиту;

E – основні, документовані транспортні та супутні витрати, залежні від тривалості транзиту T, в розрахунку на тонну, одиницю товару за добу (наприклад, оренда, лізинг транспортного засобу, плата за користування транспортним засобом);

T – розрахункова тривалість транзиту (доставки, перевезення), діб;

X – додаткові транспортні та супутні витрати, в розрахунку на тонну, одиницю товару;

Y – фактор, що враховує використання кредитних коштів при зовнішньоекономічній діяльності та міжнародних перевезеннях;

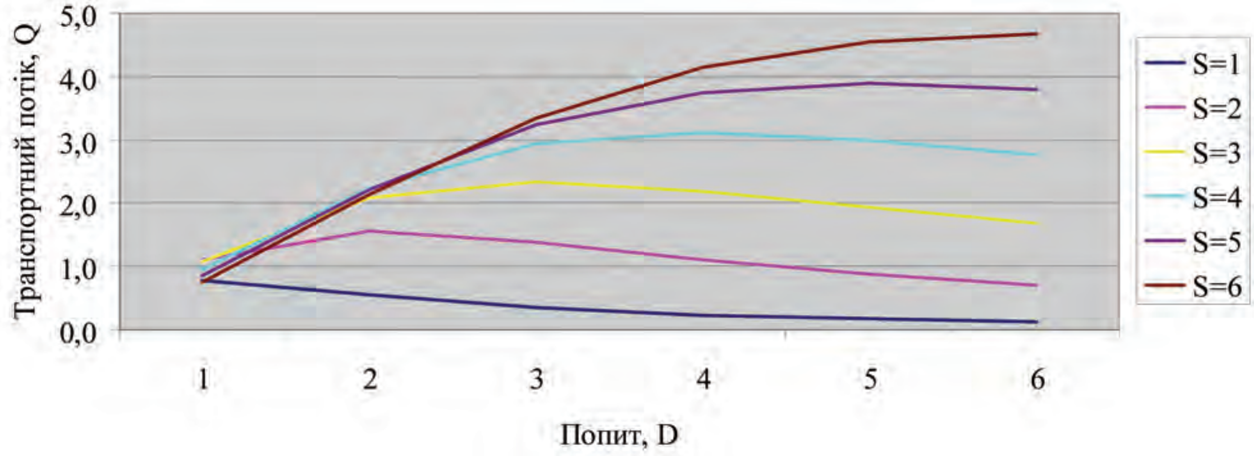

Рис. 2. **Розрахункові транспортні потоки *Q*, залежно від попиту *D* і пропускної спроможності системи *S* (при *Z* = 1,5)**

ν_T – відхилення (коефіцієнт варіації) фактичної тривалості транзиту від розрахункової;

y_{BC} – банківська ставка плати за кредит, відсоток річних.

Результати розрахунків за формулою (6) при Z = 1,5 наведено на **рис. 2**.

Як видно з **рис. 2**, при попиті, що дорівнює пропозиції, величина транспортного потоку є максимальною, але тим меншою, чим меншим є значення величини *Z*, яка відображає вплив описаних вище факторів, врахованих у формулі (6). При подальшому збільшенні попиту і незмінній пропускній спроможності транспортної системи ($D \succ 1$, $S = 1$) з **рис. 2** видно, що транспортний потік не збільшується, а зменшується – він ніби "шукає" транспортну систему з більшою пропускною спроможністю, яка задовольнила би більший попит.

Чи не те ж саме відбувається в житті? Наприклад, глобальні потоки вантажів у контейнерах, що все ширше переорієнтовуються на азійські морські порти, які пропонують більші переробні потужності і кращі умови транзиту, ніж європейські, американські порти. Те ж стосується українських портів, які втрачають вантажопотоки на користь російських чорноморських портів, портів країн Балтії або українських залізниць, які втрачають транзит, у той час як на білоруській залізниці він зростає. Отже, модель адекватно відображає процеси, що відбуваються в реальності.

Ще одна риса моделі, яка відображається на **рис. 2** – транспортний потік ніколи не досягає величини пропускної спроможності, хоча він тим ближчий до неї, чим кращі умови транзиту, що відображаються фактором *Z*. Цікаво і добре видно з **рис. 2**, за сприятливих умов транзиту ($Z \geq 1$) транспортний потік, виражений у відносних одиницях до пропускної спроможності, прагне до значень 0,7 і більше. Ці значення відповідають коефіцієнту завантаження транспортної системи, і добре відомо з практики, підтверджується теорією, що система при таких коефіцієнтах завантаження починає працювати менш надійно (зростають черги заявок на обслуговування, збільшується час очікування, не вчасно виконані заявки можуть бути анульовані тощо). Отже, модель відображає і цю сторону реальності.

Після таких обґрунтованих висновків повернемося до формули (6). Якщо віднести отримане за нею значення потоку *Q* до величини пропускної спроможності *S*, то отримаємо не що інше, як коефіцієнт завантаження ρ транспортної системи загалом, яке створює в ній транспортний потік. Отже,

$$\rho = \frac{1 - e^{-\frac{Z}{\psi}}}{\psi}. \tag{8}$$

Усі величини, що входять до формули (8), визначені вище. Результати розрахунків за формулою (8) представлені на **рис. 3**. Цю формулу і побудовану на її основі математичну модель можна застосовувати для аналізу та оптимізації транспортної системи методами дослідження операцій, зокрема теорії масового обслуговування.

Така математична модель найбільш придатна для практичного застосування, адже вона враховує за допомогою величин *Z* та ψ найбільш суттєві внутрішні (притаманні власне транспортній системі), так і зовнішні фактори, незалежні від неї (див. опис перемінних у формулах 6 та 7).

Як видно з **рис. 3**, коефіцієнт завантаження транспортної системи може досягати максимальних значень (близько 0,8 при *Z* = 1,5) при рівновазі попиту і пропозиції (*D* = *S*). При подальшому зростанні *Z*, тобто при покращенні тарифно-цінових умов перевезення, коефіцієнт завантаження прагне до 1, що може приводити до зменшення надійності функціонування системи,

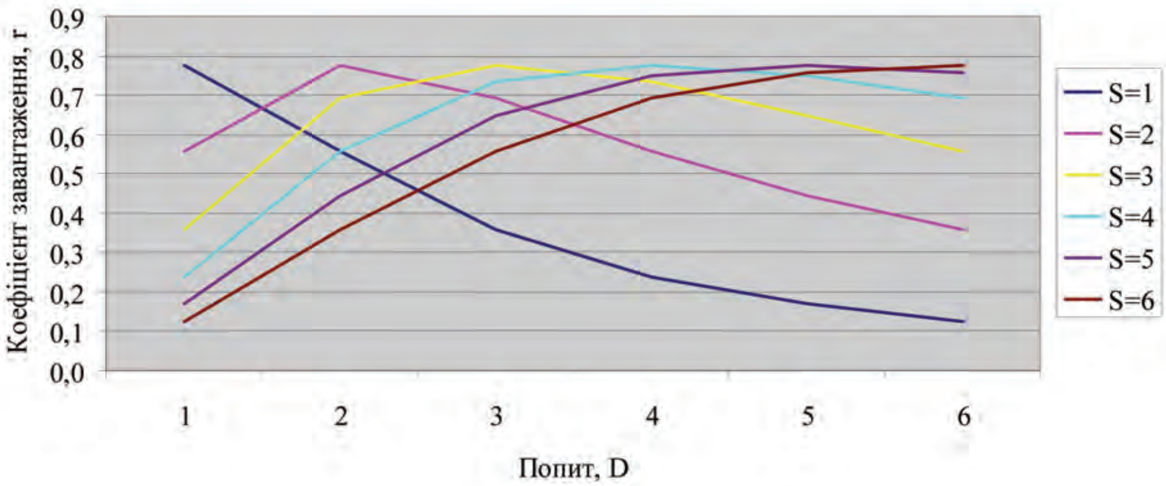

Рис. 3. **Розрахункові коефіцієнти завантаження транспортної системи *r* залежно від попиту *D* і пропускної спроможності системи *S* (при *Z* = 1)**

наслідки якого можна оцінити за допомогою математичного апарату теорії масового обслуговування.

Як відомо, загальну тривалість знаходження заявки в системі (в очікуванні обслуговування, коли є черги, і в процесі обслуговування), можна визначити як

$$T = \frac{\bar{r}}{\lambda} + \frac{q}{\mu}, \tag{9}$$

де λ – інтенсивність надходження заявок в систему;

μ – інтенсивність обслуговування заявок в системі;

$\bar{r}$ – середня кількість заявок в черзі на обслуговування;

q – відносна пропускна спроможність системи.

Ці величини пов'язані відомими з теорії масового обслуговування співвідношеннями.

Коефіцієнт завантаження транзитної системи:

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{Q}{S}. \tag{10}$$

Середня кількість заявок в черзі на обслуговування: $\bar{r} = \dfrac{\rho^2\left[1-\rho^m(m+1-m\rho)\right]}{\left(1-\rho^{m+2}\right)(1-\rho)}$. (11)

Відносна пропускна спроможність транзитної системи: $q = 1-\rho^{m+1}\dfrac{1-\rho}{1-\rho^{m+2}}$. (12)

До цих співвідношень входить величина m – максимальна довжина черги (кількість місць для очікування) в системі.

Якщо припустити, що кількість місць для очікування в транспортній системі достатньо велика, то можна зауважити зв'язок між J_0 та m, який виражається формулою (13):

$$m = \frac{L}{VJ_0} = \frac{T}{J_0}, \tag{13}$$

де L – довжина маршруту в системі;

V – середня (маршрутна) швидкість заявки в системі;

T – розрахунковий час знаходження заявки в системі (з урахуванням L та V, але без урахування очікувань);

$J_0 = \dfrac{1}{\lambda}$ – середній інтервал надходження заявок в систему.

Те, що кількість місць для очікування в реальних транспортних системах дійсно велика, підтверджується величезними чергами автомобілів перед пунктами пропуску на кордоні, явищем затриманих і "покинутих" вантажних поїздів на підходах до морських портів.

З формули (9) винесемо $\dfrac{1}{\lambda}$ за дужки, підставимо в неї значення з формул (10), (11) та (12) і після перетворень отримаємо формулу, за допомогою якої можна розрахувати загальну тривалість знаходження заявки в транзитній системі T_{TS}:

$$T_{TS} = J_0\left\{\frac{\rho^2[1-\rho^m(m+1-m\rho)]}{(1-\rho^{m+2})(1-\rho)} + \rho - \frac{1-\rho}{\rho^{-(m+2)}-1}\right\}. \tag{14}$$

Приймемо $T = 1$ і, змінюючи J_0 та ρ, дослідимо залежність (15), отриману після підстановки (13) у (14):

$$T_{TS} = J_0\left\{\frac{\rho^2[1-\rho^{\frac{1}{J_0}}(\frac{1}{J_0}+1-\frac{1}{J_0}\rho)]}{(1-\rho^{\frac{1}{J_0}+2})(1-\rho)} + \rho - \frac{1-\rho}{\rho^{-(\frac{1}{J_0}+2)}-1}\right\}. \tag{15}$$

Результати аналізу представлені на **рис. 4.**

Таблиця 1

Результати перевезень залізорудної сировини залізничним транспортом із Росії до Словаччини через Україну

Вантаж – руда залізна													
	%	$/т	$/т	$/т	$/т-доба	т/доба	т/доба	–	–	доба	доба	т/доба	доба
2002 рік	18	12	7	6,7	0,1	18600	14820	0,17	0,609	0,50	2,54	6469	2,68
2006 рік	18	15,5	8	0,28	0,33	28200	18530	0,16	1,232	0,33	2,49	11517	2,77
2011 рік	18	30	16,5	2,2	0,7	27500	14820	0,12	1,163	0,50	2,21	7692	2,38

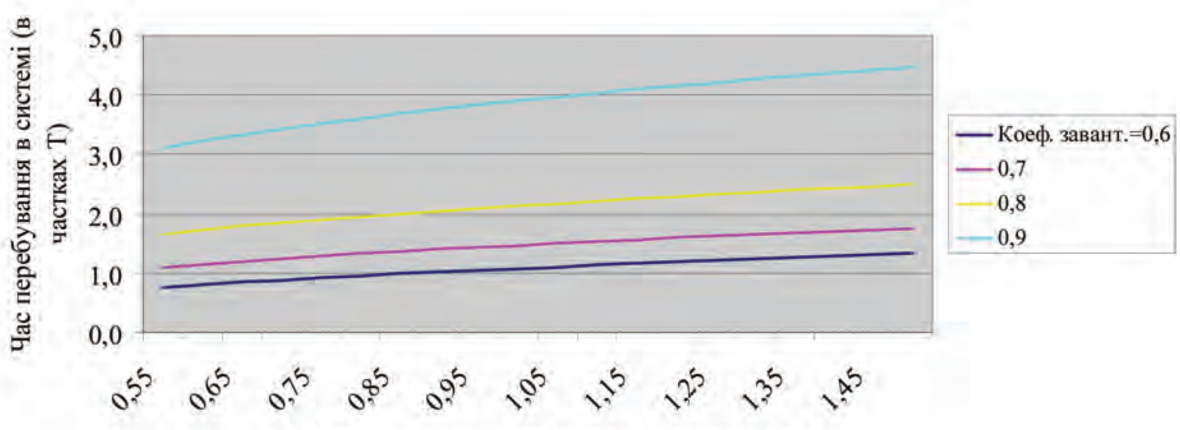

Рис. 4. **Час перебування в транзитній системі з урахуванням очікувань, порівняно з розрахунковим часом транзиту (T = 1), при різних коефіцієнтах завантаження системи**

Як видно з **рис. 4**, час перебування заявки в транзитній системі з урахуванням очікувань обслуговування може значно перевищувати розрахунковий час транзиту. Особливо це помітно при збільшенні коефіцієнту завантаження системи ρ понад 0,7. І хоч це може видатися дивним, для менш інтенсивних потоків заявок (більші значення J_0 при тому ж значенні ρ) час знаходження в системі може бути більшим ніж для інтенсивніших потоків. Однак на практиці саме це й спостерігається (потужніші транспортні потоки проходять швидше, наприклад через менший час накопичення вагонів на сортувальних станціях, або ж цим потокам може надаватися пріоритет).

Адекватність запропонованої математичної моделі була перевірена розрахунками на прикладі перевезень залізорудної сировини залізничним транспортом із Росії до Словаччини через Україну (протяжність маршруту Зернове – Ужгород складає 1294 км, розрахункова комерційна швидкість на маршруті – 586 км за добу). Результати розрахунків наведені нижче в **табл. 1**.

Результати розрахунків практично повністю збігаються з фактичними даними, за винятком тих величин, які встановлюються з власне моделі.

ЛІТЕРАТУРА

1. **Хейт Ф.** Математическая теория транспортных потоков [Текст]: пер. с англ. – М.: Мир, 1966. – 288 с.

2. **Дрю Д.** Теория транспортных потоков и управление ими [Текст]: пер. с англ. – М.: Транспорт, 1972. – 423 с.

3. **Сильянов В.В.** Теория транспортных потоков в проектировании дорог и организации дорожного движения. – М.: Транспорт, 1977. – 303 с.

4. **Брайловский Н.О.** Моделирование транспортных систем [Текст] / Н.О. Брайловский, Б.И. Грановский. – М.: Транспорт, 1978. – 125 с.

5. **Kerner B.S.** Introduction to Modern Traffic Flow Theory and Control: The Long Road to Three-Phase Traffic Theory: 1st Edition., 2009, XIII, 265 p. 123 illus.

6. **Персианов В.А., Скалов К.Ю., Усков Н.С.** Моделирование транспортных систем. – М.: Транспорт, 1972. – 208 с.

7. **Введение** в математическое моделирование транспортных потоков: Учеб. пособие / Гасников А.В., Кленов С.Л., Нурминский Е.А., Холодов Я.А., Шамрай Н.Б.; Приложения: Бланк М.Л., Гасникова Е.В., Замятин А.А., Малышев В.А., Колесников А.В., Райгородский А.М; Под ред. А.В. Гасникова.– М.: МФТИ, 2010. – 360 с.