

3. BS 812-105.1-89: Testing Aggregates – Part105: Methods for determination of particle shape – Section105.1 Flakiness index. British Standards Institution, 1990. – 10 p.
4. A. K. H. Kwan and C. F. Mora Effects of various shape parameters on packing of aggregate particles // Magazine of Concrete Research, 2001, 53, No. 2, April, P. 91–100.
5. Будівельні матеріали. Крупні заповнювачі природні, з відходів промисловості, штучні для будівельних матеріалів, виробів, конструкцій та робіт. Класифікація: ДСТУ Б В.2.7-74-98 [Чинний від 01.01.1999] – К.: Мінрегіон України, 1998. – 16 с. (Державний стандарт України).
6. Будівельні матеріали. Щебінь і гравій із щільних гірських порід та відходів промислового виробництва для будівельних робіт. Методи фізико-механічних випробувань: ДСТУ Б В.2.7-71-98 [Чинний від 10.12.1997] – К.: Державний комітет будівництва, архітектури і житлової політики України, 1997. – 98 с. (Державний стандарт України).
7. EN 933-3:1997 Test for geometrical properties of aggregates - Part 3: Determination of particle shape, flakiness index.
8. Les enrobes bitumineux. Tom 1. Paris. USIRF. -2001. – 229 p.
9. Serdant T., Laprard F., Angot D. Prevision de la compacite de melanges granulaires pur modele de suspension solide// Bull. Liaison des Labo. P.et Ch., N. 194.– 1994. – P 59-83.



УДК 625.72, 625.04, 625.7, 528.48

© Баран П. І., докт. техн. наук, професор (ІФНТУНГ)

© Буряк К. О., докт. техн. наук, доцент, зав. кафедри (ІФНТУНГ)

## ЕФЕКТИВНІ ПЕРЕХІДНІ КРИВІ ДЛЯ ТРАНСПОРТНИХ СПОРУД

**Анотація.** *Дається порівняльний аналіз сучасних перехідних кривих (клотоїди, кадїоїди і трїоїди) для проектування та реконструкції автодоріг і залізниць з мінімізацією зміщень траси в межах земляного полотна. Показано особливості побудови віражу на кривих та розрахунку поля проектних позначок земляного полотна і дорожнього покриття.*

**Ключові слова:** *колова крива, клотоїда, кадїоїда, трїоїда, планово-висотне розмічування віражу.*

**Аннотация.** *Приведен сравнительный анализ современных переходных кривых (клотоиды, кадїоиды и трїоиды) для проектирования и реконструкции автомобильных и железных дорог с минимальными смещениями трассы в пределах земляного полотна. Показано особенности построения виража на кривых и расчета поля проектных отметок земляного полотна и дорожнего покрытия.*

**Ключевые слова:** *круговая кривая, клотоида, кадїоида, трїоида, планово-высотная разбивка виража.*

**Abstract.** *A comparative analysis of modern transition curves (clothoids, cadioids and trioids) is given for the design and reconstruction of roads and railways with minimal offsets within the roadbed. The features of the curve formation on the curves and the calculation of the field of design marks of the roadbed and pavement are shown.*

**Keywords:** *circular curve, clothoid, cadioid, trioid, plan-height breakdown of the bend.*

### ВСТУП

Серед широкого класу транспортних перехідних кривих (клотоїда, кадїоїда) важливе місце можна відвести новим кривим типу парабол третього порядку, наприклад, трїоїдів. У більшості європейських країн, зокрема й в Україні, найбільше поширення має перехідна крива клотоїда, яку відносять до класу кубічних

парабол. Кут (в радіанній мірі), який стягує дугу клотоїди, та її змінний радіус визначаються за формулами:

$$\varphi = \frac{l^2}{2RL}; \quad \rho = \frac{dl}{d\varphi} = \frac{RL}{l}, \quad (1)$$

де  $R$  – радіус колової кривої; частина  $l$  довжина перехідної кривої.

У геодезичній і транспортній літературі [1,3] часто поруч з клотоїдою згадується наближена до неї кубічна парабола, яка подається математичним виразом

$$y = l^3 / 6RL \approx x^3 / 6RL, \quad (2)$$

де  $x, y$  – прямокутні координати рухомої точки параболи.

Згідно з цією формулою кут кубічної параболи і радіус визначаються похідними.

$$\varphi = \frac{dy}{dl} = \frac{l^2}{2RL}, \quad \rho = \frac{dl}{d\varphi} = \frac{RL}{l}, \quad (3)$$

Тому формули (1) і (3) свідчать, що *кубічна парабола* теоретично є *клотоїдою*, прямокутні координати якої даються у таблицях кривих або обчислюються на ПК за формулами:

$$x = l \left( 1 - \frac{q^2}{40} \left( 1 - \frac{q^2}{86,4} \left( 1 - \frac{q^2}{173,333} \left( 1 - \frac{q^2}{292,92} \left( 1 - \frac{q^2}{444,71} \left( 1 - \frac{q^2}{628,6} \right) \right) \right) \right) \right) \right); \quad (4)$$

$$y = \frac{lq}{6} \left( 1 - \frac{q^2}{56} \left( 1 - \frac{q^2}{125,714} \left( 1 - \frac{q^2}{229,091} \left( 1 - \frac{q^2}{364,8} \left( 1 - \frac{q^2}{532,63} \right) \right) \right) \right) \right) - \dots \quad q = \frac{l^2}{RL}.$$

Ці ж формули використовують для обчислення координат  $x_L, y_L$  КПК при  $q = 1/L$

До речі, радіус клотоїди та інших перехідних кривих пропорційно зменшується від  $\infty$  в ППК до  $R$  в КПК і цим істотно впливає на динамічні властивості руху транспорту.

Під час пошуку ефективної перехідної кривої для реконструкції автошляхів найкращою виявилася складна кубічна парабола (**кадіоїда**) [2] з параметрами:

$$\varphi = \frac{l^3}{RL^2} \left( L - \frac{l}{2} \right); \quad \rho = \frac{RL^2}{l^3(3L - 2l)}. \quad (5)$$

Як бачимо, радіус кривини кадіоїди не має рівномірного зменшення з віддаленням транспорту від ППК, що, на наш погляд, і як буде показано нижче, ускладнює динаміку руху через нерівномірність зміни відцентрового прискорення на перехідній кривій.

Прямокутні координати представницьких точок кадіоїди можна визначати за допомогою таблиць [2], використання яких в умовах сучасного виробництва викликає значні незручності. Тому з метою обчислення координат на комп'ютерах або калькуляторах нами на основі інтегральних залежностей виведено прості формули, які можуть стати елементами додаткових підпрограм для підготовки проектної документації або розмічувальних робіт на місцевості. Отримані формули, які істотно відрізняються від авторських за формою та змістом, мають вигляд:

$$x = l \left( 1 - \frac{w_1^2}{14} + \frac{w_1 w_2}{8} - \frac{w_2^2}{18} - \frac{w_1^3 w_2}{84} + \frac{w_1^2 w_2^2}{60} + \frac{w_1^4}{312} - \frac{w_1 w_2^3}{96} + \dots \right)$$

$$y = l \left( \frac{w_1}{4} - \frac{w_2}{5} + \frac{w_1^2 w_2}{22} - \frac{w_1^3}{60} - \frac{w_1 w_2^2}{24} + \frac{w_2^3}{78} - \dots \right); \quad w_1 = \frac{l^3}{RL^2}; \quad w_2 = \frac{l^4}{2RL^3}, \quad (6)$$

де  $w_1, w_2$  – складові кута кадіоїди в радіанній мірі ( $\varphi_1 = w_1 - w_2$ ).

Найголовніше те, що у своїх дослідженнях автори кадіоїди не звернули уваги на простішу перехідну криву третього порядку, названу нами **тріоїдою**, яка може знайти застосування у дорожній практиці.

**Тріоїда** характеризується кутом і радіусом

$$\varphi = \frac{l^3}{3RL^2}, \quad \rho = \frac{dl}{d\varphi} = \frac{RL^2}{l^2}, \quad (7)$$

а її прямокутні координати визначаються за формулами:

$$x = \int_0^l dl \cos \varphi = \int_0^l \left( 1 - \frac{\varphi^2}{2!} + \frac{\varphi^4}{4!} \right) dl = l \left( 1 - \frac{l^6}{126R^2 L^4} \left( 1 - \frac{l^6}{200R^2 L^4} \right) \right);$$

$$y = \int_0^l dl \sin \varphi = \int_0^l \left( \varphi - \frac{\varphi^3}{3!} + \frac{\varphi^5}{5!} \right) dl = \frac{l^4}{12RL^2} \left( 1 - \frac{l^6}{135R^2 L^4} \left( 1 - \frac{l^6}{288R^2 L^4} \right) \right); \quad (8)$$

Цікавою властивістю тріоїди є те, що її кут також ділить довжину перехідної кривої наповину, а це характерно для клотоїди і кардіоїди, забезпечуючи при цьому її примикання до колової кривої радіусом  $R$ . **Це означає, що у процесі пошуків нових (оптимальних) перехідних кривих можна використовувати криві інших порядків, наприклад, що описуються узагальненою формулою**

$$\varphi = \frac{l^n}{nRL^{n-1}}, \quad \rho = \frac{dl}{d\varphi} = R \left( \frac{L}{l} \right)^{n-1} \quad (9)$$

Зауважимо, що всі наведені тут формули для прямокутних координат точок перехідних кривих отримані методом наближеного інтегрування функцій косинуса і синуса кутів або їхніх різниць та розраховані на обчислення шуканих величин з похибкою до 1 мм, а менш впливові члени формул за малістю відкинуті.

Прямокутні координати точок трьох перехідних кривих, які визначають їхні положення відносно лінії тангенса траси, а також їхню кривину, наведено в *табл. 1*, за якою можна робити аналіз конструктивних властивостей перехідних кривих. Надважливими серед них є ординати кінця перехідних кривих, які визначають можливість їхнього поєднання з коловими кривими радіусом  $R$  (у *табл. 1* їх виділено жирним шрифтом).

Аналіз координат точок кривих та їхніх радіусів свідчить, що найдалше від тангенса кривої відходить клотоїда, потім кадіоїда і найближче тріоїда, що може сприяти використанню останніх двох малої довжини, зокрема у реконструкції автодоріг 1У-ї та У-ї категорій, але за умови, якщо знехтувати непомірним збереженням радіусів її кривини майже на всій першій половині перехідної кривої, де відгін віражу практично не формується. У разі використання довгих перехідних (120-140м) – технічна перевага залишається за клотоїдними кривими.

Таблиця 1

Порівняння координат і радіусів перехідних кривих (R=400 і L=100 м)

№ Точок	Елемент перехідної кривої l, м	Клотоїда			Кадіоїда			Тріоїда		
		x, м	y, м	ρ, м	x, м	y, м	ρ, м	x, м	y, м	ρ, м
		$\varphi = \frac{l^2}{2RL}; \rho = \frac{RL}{l}$			$\varphi = \frac{l^3}{RL^3} (L - \frac{l}{2}); \rho = \frac{RL^3}{l^2(3L-2l)}$			$\varphi = \frac{l^3}{3RL^2}; \rho = \frac{RL^2}{l^2}$		
10	100	99,84	4,16	400	99,86	3,75	400	99,95	2,08	400
9	90	89,91	3,04	444	89,92	2,62	411	89,98	1,37	494
8	80	79,95	2,13	500	79,96	1,74	446	79,99	0,85	625
7	70	69,97	1,43	571	69,98	1,08	510	70	0,50	816
6	60	59,99	0,90	667	59,99	0,62	617	60	0,27	1111
5	50	50,00	0,52	800	50	0,31	800	50	0,13	1600
4	40	40,00	0,27	1000	40	0,13	1136	40	0,05	2500
3	30	30,00	0,11	1333	30	0,04	1852	30	0,02	4444
2	20	20,00	0,03	2000	20	0,01	3846	20	0,00	10000
1	10	10,00	0,00	4000	10	0,00	14286	10	0,00	40000
0	0	0	0	∞	0	0	∞	0	0	∞

Принадно треба відзначити, що завдяки своїм властивостям перехідні криві можна ефективно використовувати для згладжування профілю колових вертикальних кривих та забезпечення кращої взаємної видимості, особливо на опуклих кривих.

Що стосується характеристики динамічних властивостей наведених перехідних кривих, то варто також звернути увагу на кадіоїду і тріоїду, які найменше різняться між собою, хоч і мають окремі технологічні відмінності.

На жаль, у своїх теоретичних дослідженнях динамічних властивостей автори кадіоїди більшу увагу звертають не на погашення впливу відцентрового прискорення

$$a = \frac{v^2}{\rho} = \frac{(v/3,6)^2 l^2}{RL^2} (3Li^2 - 2l^3) \text{ м/с}^2, \quad (10)$$

а на його зміну в процесі руху транспорту, тобто на величину

$$I = \frac{da}{dl} \cdot \frac{dl}{dt} = \frac{6(v/3,6)^3}{RL^3} (Ll - l^2), \quad (11)$$

де  $v$  – швидкість руху транспорту в км/годину;  $R, L, l$  – відповідно радіус колової кривої, довжини перехідної кривої та її частини в м; 3,6 – коефіцієнт для обчислення швидкості у

Якщо  $v = 80 \text{ км/год}$ ,  $R = 400$ ,  $L = 100$  і  $l = 50$  м, то відцентрове прискорення в середині кадіоїди становить  $0,62 \text{ м/с}^2$ , а в КПК воно зростає майже вдвічі і сягає  $v^2/R$ . На жаль, нормативні документи не регламентують допустимого значення відцентрового прискорення, яке впливає на величину поперечного ухилу покриття автодороги на кривій, а лише на допустиму зміну цього прискорення

в межах  $0,5-0,6 \text{ м/с}^3$  [2].

Дослідженнями функції (11) на екстремум встановлено, що максимальний приріст відцентрового прискорення ( $dl/dl$ ) характерний для середини кадіоїди, де його значення сягає величини

$$I_{\max} = \left( \frac{dI}{dl} \right)_{\max} = \frac{3(v/3,6)^3}{2RL}. \quad (12)$$

Саме за цим параметром оцінюється якість планування руху транспорту на кривій. За вказаних вище величин  $v, R, L$  величина  $I_{\max} = 0,41 < 0,6 \text{ м/с}^3$ . Для виконання цієї умови змінюють або швидкість руху транспорту, або довжину перехідної кривої.

У тріоїді відцентрове прискорення, його приріст та зміна приросту відповідно становлять:

$$a = \frac{3(v/3,6)^3 l^2}{RL^2}; \quad I = \frac{da}{dl} = \frac{2(v/3,6)^2 l^2}{RL^2}; \quad \Delta I = \frac{dI}{dt} = \frac{da}{dl} \cdot \frac{dl}{dt} = \frac{2(v/3,6)^3 l}{RL^2} \quad (13)$$

У табл. 2 для трьох вказаних перехідних кривих як приклад наведено розподіл відцентрових прискорень, їхніх приростів та змін, які обчислено за вказаних вище значень швидкості руху транспорту, радіуса колової кривої, довжини перехідної кривої та її окремих частин у межах від 10 до 100 м. Аналіз даних табл. 1 і табл. 2 свідчить, що радіус кривини кадіоїди повільно змінюється у першій половині кривої і прискорено – у другій, внаслідок чого порушується плавність зміни поперечного профілю шляху під час відгону віражу. Саме ця обставина, на наш погляд, стає гальмом у використанні кадіоїди у дорожно-будівельній практиці, оскільки спричинює нестабільність руху транспорту в зоні його виходу на колову криву. До речі, у тріоїді ця залежність не порушується, що може сприяти її застосуванню для реконструкції

позакласних доріг з малими перехідними кривими,

враховуючи її найменший відхід від лінії тангенса.

Таблиця 2

**Розподіл відцентрових прискорень та їхніх приростів залежно від положення транспорту на перехідній кривій**

Перехідна крива	Віддалення від ППК, м									
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
<i>Відцентрові прискорення, м/с<sup>2</sup></i>										
Клотоїда	0,12	0,25	0,37	0,49	0,62	0,74	0,86	10,98	1,11	1,23
Кадіоїда	0,03	0,12	0,27	0,43	0,62	0,80	0,97	1,10	1,20	1,23
Тріоїда	0,12	0,49	1,11	1,98	3,09	4,44	6,05	7,90	10,00	12,34
<i>Прирости відцентрового прискорення, м/с<sup>3</sup></i>										
Клотоїда	0,27 – const									
Кадіоїда	0,15	0,26	0,35	0,40	0,41	0,40	0,35	0,26	0,15	0
Тріоїда	0,05	0,11	0,16	0,22	0,27	0,33	0,38	0,44	0,49	0,55

Планово-висотне положення поверхні покриття автодороги здебільшого визначається п'ятьма габаритними лініями земляного полотна та покриття з віссю траси і проектними позначками  $Z_{ji}$  характерних точок на вказаних лініях по поперечниках з інтервалом 10-20 м залежно від радіуса колової кривої ( $j = 1, 2, 3, 4, 5; i = 1, 2, 3, \dots, n$ );  $n$  – кількість поперечників. При цьому 1 і 5 лінії відображують контури земляного полотна, а 2 і 4 – контури покриття дороги, 3 – її вісь.

Максимальне відхилення похибок проектних позначок земляного полотна від проекту становить 50 мм, а покриття – 10-20 мм. Тому на стадії будівництва покриття на місцевості від осі розмічують лінії 2 і 4 та задають їхнє висотне положення проектними позначками на всіх проектних поперечниках.

Вихідними для розрахунку цих позначок слугують проектні позначки  $Z_{ji}^{(5)}$  з профілю проекту, які визначають рівень земляного полотна на прямолінійних ділянках. Для криво-лінійних ділянок в ці позначки вводять поправки  $h_{ji} = l_{ji} u_1$  відгону віражу на перехідних кривих для 2-ої або 5-ої ліній та однакову поправку  $h_K = L u_1$  на коловій кривій.

Для погашення впливу відцентрового прискорення на кривих влаштовують поперечний ухил покриття автошляху (віраж) в напрямі до центра кривої, який на коловій кривій становить ( $\gamma$  %) [3].

$$u_R = \frac{(v/3,6)^2}{gR} = 0,786 \frac{v^2}{R}, \quad (14)$$

де  $v$  – швидкість руху транспорту, км/год;  $g$  – сила земного тяжіння, м/с<sup>2</sup>;  $R$  – радіус колової кривої, м.

Щоб забезпечити виїзд транспорту з двохсильного профілю дороги на віраж у межах перехідної кривої, формується поступовий односильний профіль покриття дороги за рахунок

поступової зміни висотного положення зовнішньої кромки проїзду під нормативним ухилом,  $u_L^0 = 0,5 - 1\%$ , який доцільніше розраховувати за формулою

$$u_L = \frac{h_L}{L} = \frac{b u_R}{L}, \quad (15)$$

де  $h_L = L u_L$  – максимальне перевищення відгону віражу в КГК;  $b$  – ширина проїжджої частини дороги (залежно від кількості смуг руху).

Тому профільні проектні позначки автошляху на криволінійних ділянках обчислюють за формулами

$$Z_i^m = Z_{ППК} + l u_L; \quad Z_i^{oci} = Z_i^m - \frac{b}{2} u_R; \quad Z_i^{en} = Z_i^m - b u_R. \quad (16)$$

Перша формула використовується на перехідних кривих, а друга і третя – на коловій кривій (для точок осі та внутрішньої кромки).

Треба зауважити, що в Україні традиційно проектні позначки профілю даються для узбіччя земляного полотна, тоді як краще було б їх давати для осі (за аналогією прив'язки планового положення траси), як у міжнародній практиці. Для цього випадку формули (15) будуть такі (відповідно для осі, зовнішньої та внутрішньої кромки):

$$Z_i^{oci} = Z_{ППК} + l u_L; \quad Z_i^m = Z_i^{oci} + \frac{b}{2} u_R; \quad Z_i^{en} = Z_i^{oci} - \frac{b}{2} u_R. \quad (17)$$

Для аналізу точності формування цифрової поверхні відгону віражу згідно з формулою (13) доцільно користуватися поперечними ухилами

$u_p = \frac{0,786 v^2}{R}$ , де  $p$  – де радіус перехідної кривої в її точках. Для прикладу в табл.3 такі ухили ( $\gamma$  %) наведено для клотоїди, кадіоїди та квартоїди, які обчислені при  $v = 80$  км/год;  $R = 400$  м і  $L = 100$  м.



Розподіл поперечних ухилів  $u_p = \frac{Ru_R}{\rho}$  покриття автодороги в межах перехідної кривої в %

Перехідна крива	Віддалення l в метрах від ППК									
	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100
Клотоїда	1,3	2,5	3,8	5,0	6,3	7,6	8,8	10,1	11,3	12,6
Кадіоїда	0,3	1,3	2,7	4,4	6,3	8,2	9,9	11,3	12,3	12,6
Тріоїда	0,1	0,5	1,3	2,0	3,2	4,5	6,2	8,1	10,2	12,6

Дані цієї таблиці свідчать, що на перехідних кривих поперечні ухили покриття різні, залежно від типу перехідної кривої. На клотоїді ці ухили носять лінійний характер, тобто ухил покриття поступово змінюється від ППК до КПК, тоді як для кадіоїди та тріоїди властиве нелінійне зростання ухилів. Проте цей процес проявляється більше в зоні наближення перехідної кривої до колової, зокрема у тріоїді, що можна вважати сприятливішим для нерівномірного руху транспорту на противагу кадіоїди.

Таким чином, за проведеними нами дослідженнями можна констатувати, що вказані пере-

хідні криві можуть використовуватися для проектування та реконструкції транспортних споруд, зокрема розробленим авторами простим і прогресивним методом прямого з'єднання перехідної кривої з коловою, який докладно описано у праці [6, 7]. Розміщення перехідних кривих стосовно колової кривої показано на рис. 1, а лінійно-кутові елементи їхньої прив'язки до осі траси колової кривої наведено в табл. 4. З огляду на це втрачає перспективу старий метод проектування перехідних кривих зі зміщеним і особливо з незміщеним центром колової кривої, радіус якої зменшується на відому величину  $\rho = L^2 / 24 R$ .

ВИСНОВКИ

1. Крім клотоїди і кадіоїди для проектування та реконструкції автодоріг і залізниць можна використати і параболу третього порядку **тріоїду**, яка в рівних умовах більше наближається до лінії тангенса.
2. Всі згадані перехідні криві особливо ефективні на стадії проектування та реконструкції споруд з використанням розробленого нами методу прямого їхнього з'єднання з коловою кривою без зміщення її центру або скорочення радіуса.

Таблиця 4

Елементи розмічування і прив'язування клотоїди, кадіоїди і тріоїди ( $R=400$  м,  $L=100$  м) до траси

Позначення	Клотоїда	Кадіоїда	Тріоїда
R	400	400	400
L	100	100	100
$x_L$	99,844	99,082	99,950
$y_L$	4,162	3,378	2,077
K	57,753	54,727	40,780
$\varphi_k$	8 16 21	8 16 08	5°50'29"
$x_k$	57,552	57,528	40,710
t	42,292	41,554	59,240
$t_{Np} d$	28,927	28,914	20,408
$T_d$	28,626	28,613	20,302
$c_L$	99,931	99,152	99,972
$\beta_L$	2 23 13	2 09 38	1°11'26"
$x_{L/2}$	50,00	50,00	50,00
$y_{L/2}$	0,521	0,312	0,130
$y_{ПК}$	0,315	0,155	0,264

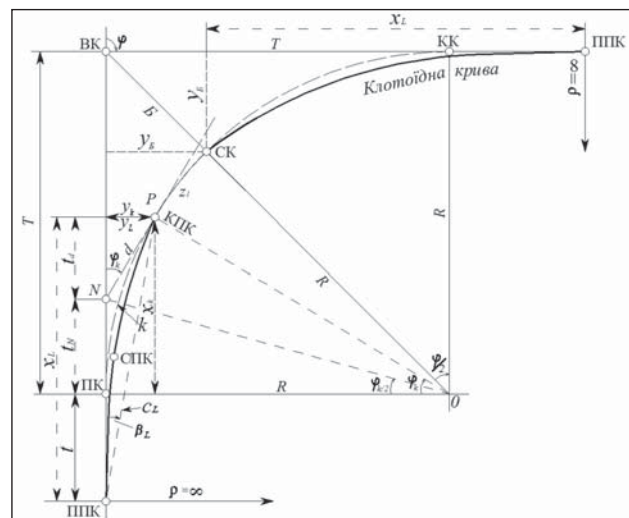


Рис. 1. Розміщення перехідної кривої з прив'язкою до осі траси колової кривої

## ЛІТЕРАТУРА

1. Левчук, Г. П., Новак В. Е., Лебедев Н. Н. Прикладная геодезия /Г. П. Левчук, В. Е. Новак, Н. Н. Лебедев.– М.: Недра, 1983.– 400 с.
2. Белятынский А. А., Таранов А. М. Применение кривых нового типа при проектировании закруглений автомобильных дорог/ А.А. Белятынский, А.М. Таранов // Строительство и архитектура.– 1981.– №2.–С.104-106.
3. Баран П. І. До теорії та практики розпланування сучасних перехідних кривих / П. І. Баран // Вісн. геодез. та картогр.– 1998.–№3.– С.20-26.
4. Баран П. І. Інженерна геодезія / П. І. Баран.– К.: Віпол. – 2012. – 618 с.
5. ДБН В.2.3-4-2000. Автомобільні дороги. К.: Державний комітет будівництва, архітектури та житлової політики України, 2000, –100 с.
6. Баран П. І. Новий спосіб розміщення клотоїди та її з'єднання з незміщеною коловою кривою / П. І. Баран, К. О. Буряк // Вісн. геодез. та картогр.– 2013.–№3. – С.11-14.
7. Баран П. І. Топографія та інженерна геодезія (Підручник для геодез. і негеодез. спеціальностей ВНЗ) / П. І. Баран., М. П. Марущак. – К: Знання України, 2015, – 463 с.
8. Geodezja inzynieryjna. Tom 1– Warszawa, PPWK. – 1979. – р. 638.

